

VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática



ULBRA - Canoas - Rio Grande do Sul - Brasil

16, 17 e 18 de outubro de 2013

Comunicação Científica



UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA EXPLORAR AS TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS NO PLANO E NO ESPAÇO POR MEIO DE RECURSOS COMPUTACIONAIS

Liliane Rose Refatti¹

Eleni Bisognin²

Formação de Professores que Ensinam Matemática

Resumo:

Neste trabalho investigou-se as contribuições da metodologia da Engenharia Didática juntamente com os softwares GeoGebra e Cabri 3D na compreensão das transformações geométricas, numa turma do curso de Licenciatura em Matemática. Questionou-se se os ambientes de Geometria Dinâmica promovem o desenvolvimento das competências geométricas dos alunos; se a interação propiciada pelos softwares auxiliou no processo de construção do conhecimento relativo às transformações geométricas; e a maneira como os alunos se apropriam das ferramentas e/ou recursos do GeoGebra e do Cabri 3D na aprendizagem do conteúdo de transformações geométricas. A metodologia do estudo apoiou-se nos pressupostos da Engenharia Didática de Artigue (1996). Os sujeitos participantes da pesquisa foram os alunos matriculados na disciplina de Geometria I do curso de Licenciatura em Matemática. Foram trabalhadas atividades que envolviam as transformações geométricas, no plano e no espaço, onde os alunos tiveram a oportunidade de visualizar e analisar possíveis posições que as figuras assumiriam quando realizado um determinado movimento. Com base nos estudos feitos e na análise dos dados obtidos a partir da observação da professora e das construções produzidas pelos alunos, assim como o questionário aplicado ao final da pesquisa, foi possível verificar que a interação dos alunos com os softwares ao trabalhar com a sequência de atividades elaborada, facilitou a visualização e a assimilação mental dos conceitos trabalhados.

Palavras Chaves: Engenharia Didática. Geometria Dinâmica. Visualização. Transformações Geométricas.

Introdução

Os ambientes informatizados permitem uma perspectiva inovadora para o ensino da Matemática. Muitos deles são direcionados ao ensino de Geometria, conhecidos como ambientes de Geometria Dinâmica, que oferecem diversas soluções que viabilizam as construções e ajudam a superar certas dificuldades ligadas ao ensino dessa disciplina, tais como: a percepção visual de entes matemáticos, a construção de conjecturas e o raciocínio lógico.

¹ Mestre. Centro Universitário Franciscano (UNIFRA). lilianerefatti@hotmail.com

² Doutora. Centro Universitário Franciscano (UNIFRA). eleni@unifra.br

Muitas vezes a Matemática é vista, como uma disciplina difícil; distante da realidade; em alguns casos, sem utilidade; sem espaços para a criatividade, o que gera em muitos alunos a crença de que ela é destinada para poucos. Contudo, observa-se que cada vez mais professores buscam desmistificar esse fato. Segundo Dias (2007), a motivação é a palavra-chave, pois o aluno precisa de estímulos para aprender.

Nesse sentido, nos últimos anos, os ambientes de Geometria Dinâmica têm-se tornado indispensáveis para o ensino e aprendizagem de conteúdos geométricos. A questão é verificar como os alunos compreendem e percebem a geometria num ambiente dinâmico propiciado pelo uso de um *software*. Os *softwares* de Geometria Dinâmica são suportes que permitem representar graficamente certas situações que não conseguimos reproduzir apenas com o lápis e o papel, pois é a partir da interpretação da imagem visual construída que o aluno irá estruturar seu raciocínio.

Carneiro (*apud* GRAVINA, 2001) esclarece que os ambientes de Geometria Dinâmica são ferramentas computacionais que proporcionam imagens visuais e oferecem recursos de manipulação sobre os elementos das figuras geométricas. Elas contribuem para o desenvolvimento de habilidades, e conseqüentemente o aluno perceberá diferentes representações de uma mesma situação, levando-o a descobrir as propriedades das figuras geométricas.

A imaginação e o raciocínio podem ser desenvolvidos por meio da visualização, da observação, da exploração das propriedades de uma figura, como aponta Gravina (2010) “não há dúvidas de que aprendemos e entendemos melhor as propriedades de algum modelo quando temos a oportunidade de vê-lo, manipulá-lo, e mais ainda, construí-lo.” (p. 2).

Os documentos oficiais ressaltam que as tecnologias da comunicação, especialmente da informática, surgem como um dos “caminhos para se ‘fazer Matemática’ na sala de aula” (BRASIL, 1998, p.42). O uso desses recursos, segundo os PCN (BRASIL, 1998) trazem significativas contribuições para repensar o processo de ensino e aprendizagem de Matemática.

Os *softwares* Cabri 3D e GeoGebra proporcionam aos alunos visualizar o movimento das transformações geométricas trabalhadas no plano e no espaço, bem como analisar e verificar propriedades e construir conjecturas.

A pesquisa aqui relatada teve como objetivo principal investigar um grupo de alunos do Curso de Licenciatura, na disciplina de Geometria I, trabalhando em um ambiente computacional com atividades envolvendo transformações geométricas no plano e no espaço com o auxílio do *software* Cabri 3D e o GeoGebra. As questões que orientaram o trabalho

foram: as interações propiciadas pelos *softwares* auxiliam no processo de construção do conhecimento relativo às transformações geométricas no plano e no espaço? As ferramentas e/ou recursos do Cabri 3D e do GeoGebra podem facilitar a aprendizagem dos alunos sobre este conteúdo?

Este trabalho é estruturado da seguinte forma. Inicialmente, na introdução, abordou-se a importância dos ambientes de Geometria Dinâmica e do uso de *softwares* para o ensino de Geometria destacando sua importância, fundamentada em autores que investigam as vantagens de sua utilização.

Na segunda seção é apresentada a pesquisa desenvolvida e a metodologia empregada. Na terceira seção, é apresentado um relato dos resultados, de forma a destacar a produção dos alunos, desde a introdução da atividade, seu desenrolar, e as conjecturas que os próprios alunos levantaram. Na última seção são apresentadas algumas considerações acerca da pesquisa desenvolvida e dos resultados obtidos.

Situando a Pesquisa e a Metodologia Empregada

O trabalho aqui relatado é parte de uma pesquisa de caráter qualitativo desenvolvida na elaboração da dissertação de mestrado em Ensino de Matemática da primeira autora. Ele foi desenvolvido numa turma de oito alunos de um curso noturno de Licenciatura em Matemática, na disciplina de Geometria I. Destaca-se que esses alunos integrantes da pesquisa, entraram em contato com o conteúdo de transformações geométricas e os conceitos de reflexão, translação e rotação pela primeira vez, com o desenvolvimento das atividades elaboradas especificamente para esta pesquisa. O grupo se reuniu 4 horas semanais durante duas semanas do primeiro semestre de 2012. Para o desenvolvimento das atividades o curso de licenciatura disponibilizou uma sala equipada com microcomputadores, sendo um para cada aluno, em que o *software* Cabri 3D e o *software* GeoGebra estavam disponíveis. Foram desenvolvidas um total de vinte e seis atividades, sendo doze as atividades trabalhadas no espaço, essas atividades foram previamente elaboradas, considerando-se os resultados de uma avaliação diagnóstica aplicada aos alunos, com o propósito de verificar o conhecimento deles sobre os conceitos de reflexão, translação e rotação de figuras planas e de figuras espaciais. Neste trabalho destacamos algumas atividades que tiveram como propósito explorar os eixos e os planos de simetria, bem como o conceito de reflexão, translação e rotação de uma figura espacial utilizando o *software* Cabri 3D. Os alunos trabalharam em duplas e individualmente e foram incentivados a discutir suas ideias com outros colegas e registrar suas descobertas. Os registros escritos dos alunos e as observações feitas pela professora em seu diário de campo

constituíram o material que analisado, possibilitou conhecer os avanços dos alunos e a apropriação dos conceitos trabalhados em um ambiente computacional.

A metodologia utilizada nessa pesquisa foi a Engenharia Didática. A sua escolha justifica-se, segundo Pais (2008), porque ela “possibilita uma sistematização metodológica para a realização prática da pesquisa, levando em consideração as relações de dependência entre teoria e prática” (p. 99).

Artigue (1996) considera a metodologia da Engenharia Didática como uma metodologia de pesquisa, sendo caracterizada por um esquema experimental com base em realizações didáticas em sala de aula. Tais esquemas são compostos pela construção da sequência didática, aplicação, observação e análises, bem como os registros do professor e validação das atividades desenvolvidas.

Para Pais (2008), a sequência didática é constituída por um determinado número de aulas planejadas e analisadas previamente tendo como alvo a observação das situações de aprendizagem, envolvendo os conceitos previstos.

Este trabalho foi desenvolvido seguindo as fases estabelecidas na Engenharia Didática. Primeiramente foram feitas as análises preliminares, constituídas por um teste diagnóstico, para avaliar os conhecimentos prévios dos alunos sobre as transformações geométricas, e um levantamento histórico sobre a evolução de padrões geométricos. Com base nesses resultados foi elaborada uma sequência didática em que, para cada atividade, foram feitas as análises *a priori* para ter-se uma previsão das possíveis dificuldades ou obstáculos para a compreensão do conceito. Em seguida teve-se a fase da realização da engenharia ou da experimentação. Neste momento, ocorreu o contato da professora com os alunos. Foi firmado o contrato didático com os alunos, aplicada à sequência didática e feito o registro das observações realizadas no decorrer da experimentação. Por último foram feitas as análises *a posteriori*, isto é, foram confrontadas as análises *a priori* com as soluções dos alunos.

A Experiência Realizada

Uma das atividades proposta para os alunos tinha por base a construção de um cata-vento. O cata-vento é composto por um certo número de pás que gira em torno de um eixo pela ação do vento como o da figura a seguir, construído pela professora utilizando o GeoGebra.



Figura 1: Cata-vento

Escolhido o tema o próximo passo foi explorar o modelo matemático aqui representado por um desenho.

A Professora fez as seguintes perguntas: como construir um cata-vento? Quais as figuras geométricas e movimentos presentes no objeto analisado?

A função do professor consistiu em ajudar o aluno na compreensão do exercício e estimulá-lo a usar a criatividade para descobrir estratégias de resolução.

Um dos alunos observou que as pás do cata-vento tinham a forma de um triângulo e um colega completou que os triângulos tinham o mesmo tamanho.

Percebendo a dificuldade dos alunos em encontrar um ponto de partida, a professora auxiliou-os a desenhar a figura e analisar cada etapa da construção. Neste caso o modelo matemático não foi descrito por equações ou fórmulas algébricas, mas foi representado por meio de um desenho.

A Professora indagou: como cada triângulo tem o mesmo tamanho, será que eles podem ser representados num círculo? Percebendo a concordância dos alunos a professora foi fazendo a construção juntamente com os alunos.

Primeiramente foi desenhada uma circunferência de raio qualquer, foi marcado seu centro, indicado por A e marcado um ponto B sobre ela. Utilizando a ferramenta “Controle Deslizante” do GeoGebra foi realizada uma rotação obtendo-se o ponto B’ como mostra a Figura 2 a seguir.

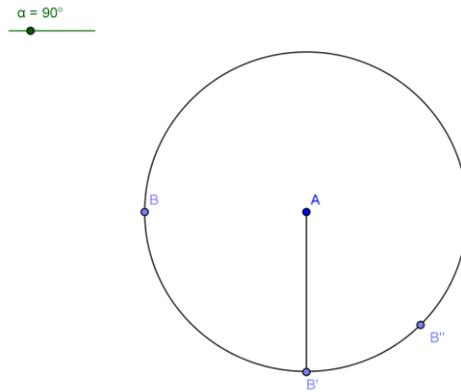


Figura 2: Circunferência base do cata-vento

O segundo passo consistiu em dividir a circunferência em partes iguais e fazer a rotação do ponto B' em torno do ponto A, por um ângulo fixo (neste caso utilizou-se o ângulo de 45°) e unir os dois pontos com o centro da circunferência, como mostrado na Figura 3.

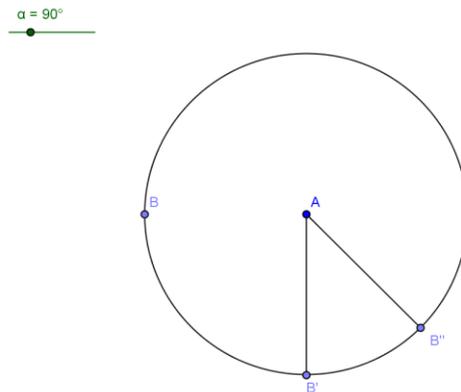


Figura 3: Rotação do ponto sobre a circunferência

A seguir foi feita uma rotação do centro da circunferência (ponto A). Com centro no ponto B' e efetuando uma rotação de um ângulo de 315° , obteve-se o ponto A'. Unindo o ponto B' a A' obteve-se o ponto C e o polígono de vértices A, B' e C. Rotacionando este polígono por um ângulo de 45° , com centro em A, obtem-se a Figura 4.

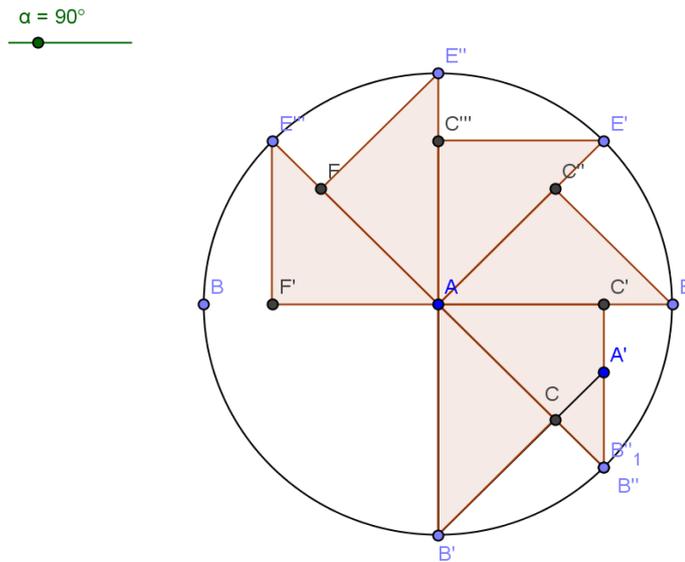
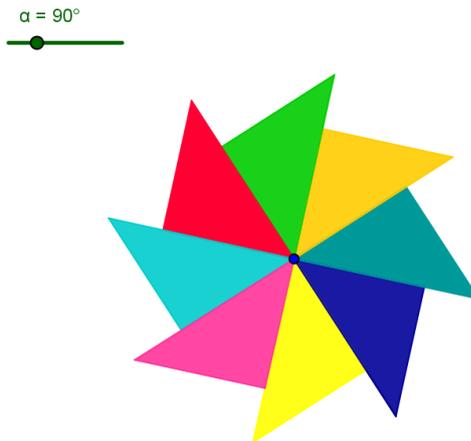


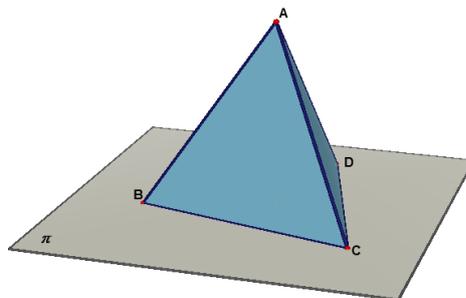
Figura 4: Rotação do polígono por um ângulo de 45°.

Por fim, para movimentar o cata-vento, foi utilizado o “controle deslizante” do GeoGebra.



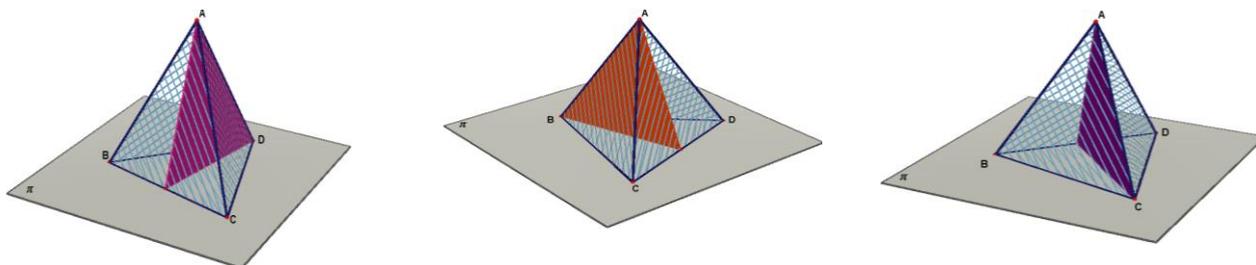
Cada etapa da construção foi feita pela professora e pelos alunos e ao final da atividade cada aluno deu um colorido especial ao seu desenho.

Numa outra atividade foi apresentado um tetraedro como a figura a seguir.

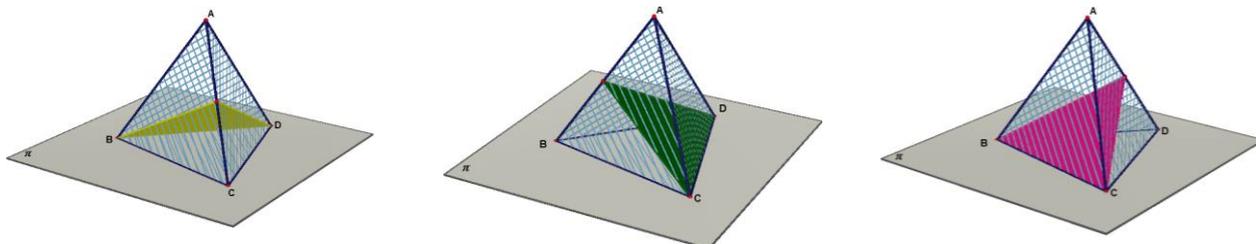


Foi solicitado aos alunos que traçassem os planos de simetria. Pretendia-se com essa atividade que os alunos identificassem os seis planos de simetria como representados nas figuras a seguir.

Três planos podem ser obtidos por meio do ponto médio de uma das arestas da base com a aresta lateral do tetraedro.



Três planos de simetria podem ser encontrados através do ponto médio de uma das arestas laterais com os vértices da base que se opõem a esta aresta lateral.



Ao traçar os planos de simetria os alunos concluíram que eles eram determinados de modo semelhante aos eixos de simetria de uma figura plana. Dessa observação a professora concluiu que os alunos já estavam transferindo os conhecimentos adquiridos na determinação dos eixos de simetria de figuras planas, para a identificação dos planos de simetria de uma figura espacial.

Alguns alunos tiveram dificuldades na representação, como por exemplo, os alunos A e H. Eles encontraram apenas três dos seis planos de simetria e apresentaram a construção a seguir:

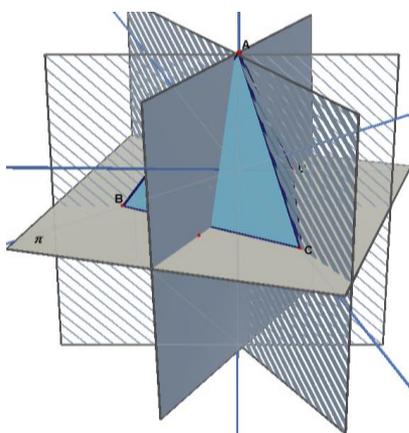


Figura 5: Construção apresentada pelos alunos A e H

Os alunos B e C encontraram os seis planos de simetria, porém não descreveram o modo como foram encontrados.

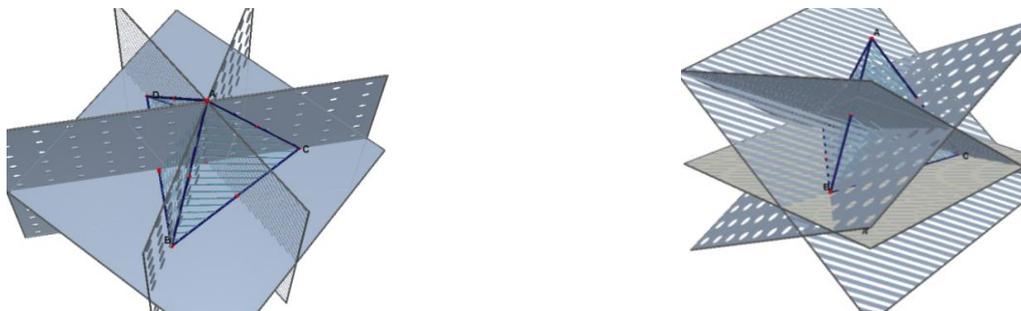


Figura 6: Construções apresentadas pelos alunos B e C

O aluno D representou os planos de simetria e explicou como foram obtidos. Na figura abaixo é mostrada sua construção.

<p>“São três planos que passam pelos pontos médios das arestas da base com a aresta oposta a esses pontos”.</p>	
<p>“São três planos que passam pelos pontos médios das arestas com a aresta oposta da base”.</p>	

Quadro 1: Observações e construções realizadas pelo aluno D

Os demais alunos apresentaram construções e descrições semelhantes às do aluno D.

Pelas construções apresentadas, pode-se concluir que os alunos identificaram os planos de simetria como era previsto na análise *a priori*. No momento da socialização dos resultados os alunos que não conseguiram identificar os seis planos de simetria perceberam que suas construções não estavam completas e as refizeram. A professora percebeu que esses alunos não conseguiram se apropriar adequadamente das ferramentas do Cabri 3D e, por isso, não desenvolveram o que era esperado. Ela percebeu, também, que não dominar as ferramentas do *software* é um dos obstáculos para a aprendizagem dos conceitos matemáticos envolvidos.

Considerações Finais

O objetivo deste trabalho foi analisar as contribuições da aplicação de uma sequência didática construída de acordo com os pressupostos da Engenharia Didática e do uso do programa computacional Cabri 3D, para o ensino e aprendizagem das transformações geométricas, para alunos de um curso de Licenciatura em Matemática.

A professora observou durante a aplicação da sequência didática as estratégias e o comportamento dos alunos, além do modo como eles estabeleceram uma relação de apropriação das ferramentas de cada um dos *softwares*, apesar de essas ferramentas terem sido um obstáculo para os alunos no início da aplicação.

De acordo com a confrontação entre as análises *a priori* e as análises *a posteriori*, foi possível observar que os alunos, de modo geral, avançaram em seus conhecimentos geométricos, pois eles demonstraram de alguma forma perceber e reconhecer as transformações geométricas no plano e no espaço, assim como o conceito de reflexão, translação e rotação e suas propriedades. Nesse sentido, a visualização dos movimentos realizados na tela do computador com a ajuda dos *softwares* ajudou-os a construir e a conjecturar acerca dos resultados.

Para Gravina (2001), os ambientes de Geometria Dinâmica incentivam o espírito de investigação matemática, de tal forma que a interface interativa dos *softwares* possibilita a exploração e a experimentação, disponibilizando assim os experimentos de pensamento.

Os *softwares* Cabri 3D e GeoGebra não só auxiliaram na visualização como também ofereceram aos alunos a oportunidade de manipulação virtual de formas geométricas e entes matemáticos, fazendo com que eles buscassem soluções e explorassem as propriedades apresentadas. Outro ponto positivo proporcionado pelo uso dos *softwares* foi a possibilidade de verificar a veracidade das conjecturas. Os alunos podiam comprovar por meio das construções se suas conjecturas eram ou não verdadeiras. Tendo em vista os aspectos observados, pode-se concluir que a visualização proporcionada pelos ambientes computacionais foi de fundamental importância para os alunos na compreensão dos conceitos geométricos envolvidos. Os alunos mostraram-se impressionados com o fato de poderem visualizar os movimentos causados pelas transformações geométricas, assim como de explorar esses movimentos.

Referências

ARTIGUE, Michèle. Engenharia Didática. In: BRUN, Jean. *Didáticas das Matemáticas*. Lisboa: Instituto Piaget. Horizontes Pedagógicos, 1996. p. 193-217.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Brasília: MEC/SEF, 1998.

CARNEIRO, Vera Clotilde Garcia. Engenharia didática: um referencial para ação investigativa e para formação de professores de matemática. *ZETTERIKÉ*, Campinas, SP, v. 13, n. 23, p. 87 – 119, jan./jun., 2005.

DIAS, Maria da G. A. Modelagem no Ensino da Geometria. In: GRAPHICA 2007, Curitiba. Anais. Disponível em: <http://www.degraf.ufpr.br/artigos_graphica/MODELAGEM%20NO%20ENSINO%20DA%20GEOMETRIA.pdf>. Acesso em: 25/11/2010.

GRAVINA, Maria Alice; Os ambientes de geometria dinâmica e o pensamento hipotético dedutivo. 2001. Tese (Doutorado em Informática na Educação) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2001.

GRAVINA, Maria Alice. O *Software* GeoGebra no ensino da Matemática. In: III Semana de Matemática, 2010, Campos dos Goytacazes, Rio de Janeiro. Anais eletrônicos. Disponível em: < <http://www.essentiaeditora.iff.edu.br/index.php/outraspub/article/view/368> >. Acesso em: 15 jan. 2011.

LEDERGERBER-RUOFF, Erika Brigitta. *Isometrias e ornamentos do plano euclidiano*. São Paulo, SP. Atual, 1982.

LIMA, Elon Lages. *Isometrias*. Rio de Janeiro, RJ: Sociedade Brasileira de Matemática, 1996.

PAIS, Luiz Carlos. *Didática da Matemática: uma análise da influência francesa*. 2. Ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2008.