

# VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática



ULBRA - Canoas - Rio Grande do Sul - Brasil

16, 17 e 18 de outubro de 2013

Relato de Experiência



## GRANDEZAS E MEDIDAS: UMA ANÁLISE DAS DIFICULDADES APRESENTADAS POR ALUNOS DO TERCEIRO ANO DO ENSINO MÉDIO AO REALIZAR A PROVA DO ENEM 2012

Manoela Franco da Silva<sup>1</sup>

Pedro Franco de Sá<sup>2</sup>

### Educação Matemática no Ensino Médio

**Resumo:** O trabalho mostra as dificuldades apresentadas por alunos de uma escola ambiental de Belém-PA ao realizar a prova do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) no ano de 2012 nas questões de Matemática, quando estes estavam no segundo ano do ensino médio e realizaram a prova para testar seus conhecimentos. O tema das questões trabalhadas é Grandezas e Medidas, o qual tem tido um número significativo de questões nas recentes provas do ENEM. O trabalho foi realizado com cinco alunos que realizaram a prova em 2012 e os demais quinze alunos da turma do terceiro ano do ensino médio, com o objetivo de prepará-los para a prova do ENEM 2013, Olimpíadas de Matemática e vestibulares. O referencial teórico utilizado foi Santos (2002) e Fernandes (2012), que trabalham com o tema Grandezas e Medidas. As atividades foram realizadas na própria escola em um horário durante a semana. Um resultado positivo foi obtido na primeira fase das Olimpíadas de Matemática, onde todos os alunos envolvidos nessa atividade acertaram a questão que envolvia Grandezas e Medidas. Durante a análise, também se percebeu que os alunos vêm superando as dificuldades em resolver questões relacionadas ao tema Grandezas e Medidas, pois antes, eles desconheciam métodos de resolução de questões envolvendo esse tema, inclusive a notação científica. O trabalho ainda está sendo desenvolvido e assim será até a realização das provas do ENEM e vestibulares. Mas já se concluiu que a realização desse trabalho vem melhorando significativamente o desempenho dos alunos nas disciplinas que envolvem o tema Grandezas e Medidas.

**Palavras Chaves:** Grandezas. Medidas. ENEM. Notação científica.

### INTRODUÇÃO

Este trabalho tem como objetivo verificar as dificuldades apresentadas pelos alunos nas questões envolvendo grandezas e medidas da prova do ENEM 2012, quando estes estavam no 2º ano do ensino médio e realizaram a prova para testar seu desempenho. Pretende-se apresentar a esses alunos os conceitos, a importância e a relevância de se estudar as grandezas e as medidas nas disciplinas Matemática e Física, as manipulações matemáticas e a notação

<sup>1</sup> Especialista. Fundação Escola Bosque. manoela.cte@gmail.com

<sup>2</sup> Doutor. Universidade do Estado do Pará. pedro.franco.sa@gmail.com

científica, para assim, prepará-los para a prova do ENEM 2013, Olimpíada de Matemática e vestibulares.

De acordo com a matriz de referência do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), as habilidades exigidas em relação ao conteúdo de grandezas e medidas para matemática e física são: identificar relações entre grandezas e unidades de medida; utilizar a noção de escalas na leitura de representação de situação do cotidiano; resolver situação-problema que envolva medidas de grandezas; avaliar o resultado de uma medição na construção de um argumento consistente; avaliar proposta de intervenção na realidade utilizando conhecimentos geométricos relacionados a grandezas e medidas; relacionar informações apresentadas em diferentes formas de linguagem e representação usadas nas ciências físicas, químicas ou biológicas, como texto discursivo, gráficos, tabelas, relações matemáticas ou linguagem simbólica.

De acordo com os resultados do ENEM 2012 obtidos pelo INEP, observou-se que a nota da escola (onde foi desenvolvida a investigação) diminuiu em relação ao ano anterior.

Nas questões de matemática e de física da prova do ENEM de 2012, observou-se um considerável número de questões envolvendo grandezas e medidas. Tais questões geraram dificuldades por parte dos alunos dessa escola que realizaram a prova no ano de 2012.

A partir desses dados, busca-se responder a seguinte questão: Quais as dificuldades apresentadas pelos alunos ao resolver questões envolvendo o conteúdo de grandezas e medidas na prova do ENEM?

## **REFERENCIAL TEÓRICO**

O referencial teórico utilizado nesse trabalho foi Santos (2002) e Fernandes (2012).

De acordo com Santos (2002), comumente os professores percebem que os alunos têm muitas dificuldades em comparar tamanhos e estimar determinadas medidas, desconhecem os sistemas de unidades e demonstram falta de habilidade de manipulação com as medidas.

Fernandes (2012) diz que a maioria dos livros didáticos fazem abordagens superficiais quando exploram o sistema de medidas. Os alunos usam termos como megabytes ou gigabytes, mas sem conhecer o significado disso. Sabem que o gigabyte vale mais que o megabyte, mas não sabem o quanto um vale mais que o outro. Ou seja, usam a linguagem científica muitas vezes sem saber o significado.

## METODOLOGIA

As atividades foram elaboradas e desenvolvidas a partir do primeiro semestre de 2013 em uma turma do terceiro ano do ensino médio de uma escola pública/municipal ambiental da região insular da cidade de Belém. A turma é composta por 20 alunos, dos quais cinco deles realizaram a prova do ENEM em 2012, quando estavam no segundo ano do ensino médio. Os alunos foram consultados sobre seu interesse em participar do projeto a ser desenvolvido uma vez por semana a partir do mês de março de 2013 em todas as quintas-feiras em um horário durante a manhã.

No primeiro encontro foi apresentada uma questão da prova do ENEM 2012 envolvendo notação científica. De início, os alunos não souberam responder qual a alternativa correta. Então, foram-lhe apresentadas as potências de base 10 com expoentes de 0 a 12. Foram ainda mostradas algumas representações como  $1M = 1000000 = 10^6$ , por exemplo.

A questão proposta anteriormente era a seguinte:

**“Questão 177 – A Agência Espacial Norte Americana (NASA) informou que o asteroide YU 55 cruzou o espaço entre a Terra e a Lua no mês de novembro de 2011. A ilustração a seguir sugere que o asteroide percorreu sua trajetória no mesmo plano que contém a órbita descrita pela Lua em torno da Terra. Na figura, está indicada a proximidade do asteroide em relação à Terra, ou seja, a menor distância que ele passou da superfície terrestre.**



Fonte: NASA

Disponível em: <http://noticias.terra.com.br> (adaptado)

Com base nessas informações, a menor distância que o asteroide YU 55 passou da superfície da Terra é igual a:

- a)  $3,25 \times 10^2$  km   b)  $3,25 \times 10^3$  km   c)  $3,25 \times 10^4$  km   d)  $3,25 \times 10^5$  km   e)  $3,25 \times 10^6$  km”.

A partir de então, os alunos conseguiram resolver a questão sem dificuldade, pois antes não sabiam transformar 325000 em  $3,25 \times 10^5$ .

No segundo encontro foram apresentadas as potências de 10 com expoentes negativos e foram feitos alguns exercícios com as potências de base 10 para reforçar o entendimento dos alunos com as manipulações matemáticas com números desse tipo. Todos os alunos não tiveram dificuldade ao resolver os exercícios propostos.

No terceiro encontro, os alunos foram submetidos a um teste contendo 9 questões das provas do ENEM de 2011 e 2012. Todas as questões do teste envolviam grandezas e medidas e sete alunos fizeram o teste.

A questão que obteve maior número de erros foi a questão número 6 do teste:

**“Questão 6 (ENEM 2011)**

**Em 2010, um caos aéreo afetou o continente europeu, devido à quantidade de fumaça expelida por um vulcão na Islândia, o que levou ao cancelamento de inúmeros voos.**

**Cinco dias após o início desse caos, todo o espaço aéreo europeu acima de 6 000 metros estava liberado, com exceção do espaço aéreo da Finlândia.**

**Lá, apenas voos internacionais acima de 31 mil pés estavam liberados.**

Disponível em: <http://www1.folha.uol.com.br>. Acesso em: 21 abr. 2010 (adaptado).

**Considere que 1 metro equivale a aproximadamente 3,3 pés.**

**Qual a diferença, em pés, entre as altitudes liberadas na Finlândia e no restante do continente europeu cinco dias após o início do caos?**

**a) 3 390 pés.    b) 9 390 pés.    c) 11 200 pés.    d) 19 800 pés.    e) 50 800 pés.”.**

Dos sete alunos que realizaram o teste, apenas um acertou a questão (alternativa ‘c’), três deles responderam a alternativa ‘b’ e os outros três responderam a alternativa ‘d’. Observou-se que a maioria deles se “assustou” com o tamanho da questão e não se esforçou para tentar resolvê-la, pois os seis alunos que erraram apenas marcaram uma das alternativas aleatoriamente. Haja vista que seis deles acertaram a questão de número dois, que também envolvia uma regra de três, só que de forma mais direta e mais simplificada:

**“Questão 2 (ENEM 2012)**

**Uma mãe recorreu à bula para verificar a dosagem de um remédio que precisava dar a seu filho, na bula, recomendava-se a seguinte dosagem: 5 gotas para cada 2 kg de massa corporal a cada 8 horas.**

**Se a mãe ministrou corretamente 30 gotas do remédio a seu filho a cada 8 horas, então a massa corporal dele é de**

**a) 12 kg.    b) 16 kg.    c) 24 kg.    d) 36 kg.    e) 75 kg.”.**

Apenas um aluno errou a questão número 2 e marcou a alternativa ‘c’ ao invés da alternativa ‘a’.

Nos dois encontros seguintes foi feita a correção detalhada das questões do teste 1. Os alunos compreenderam bem a resolução da maioria das questões, mas pediram mais esclarecimentos sobre as questões envolvendo escalas, pois muitos tiveram dificuldades em entender como se resolvia as duas questões do teste que envolvia escalas. Após resolver uma das questões envolvendo escalas e explicá-la detalhadamente, foi proposto aos alunos que tentassem resolver a outra questão e a maioria conseguiu resolvê-la.

No encontro seguinte, foi aplicado o teste 2 contendo sete questões envolvendo contagem, escalas e regrade três. Apenas sete alunos realizaram o teste.

Uma das questões era sobre escalas:

**“Questão 5 (ENEM 2012)**

**O esporte de alta competição da atualidade produziu uma questão ainda sem resposta: Qual é o limite do corpo humano? O maratonista original, o grego da lenda, , morreu de fadiga por ter corrido 42 quilômetros, o americano Dean Karnazes, cruzando sozinho as planícies da Califórnia, conseguiu correr dez vezes mais em 75 horas.**

**Um professor de Educação Física, ao discutir com a turma o texto sobre a capacidade do maratonista americano, desenhou na lousa uma pista reta de 60 centímetros, que representa o percurso referido.**

Disponível em [HTTP://veja.abril.com.br](http://veja.abril.com.br). Acesso em: 25 jun, 2011 (adaptado).

**Se o percurso de Dean Karnazes fosse também em uma pista reta, qual seria a escala entre a pista feita pelo professor e a percorrida pelo atleta?**

**a) 1:700    b) 1:7 000    c) 1: 70 000    d) 1: 700 000    e) 1:7 000 000”.**

Dos sete alunos, dois deles fizeram o teste 1, sendo que um acertou a questão e outro errou, os cinco demais erraram a questão. Esse é um dos assuntos que precisam ser melhor trabalhados, pois a compreensão dos alunos em relação às escalas ainda não está totalmente claro. Pois é notável a grande dificuldade deles em resolver questões desse tipo.

A questão que obteve mais erros foi a seguinte:

**“Questão 4 (ENEM 2012)**

As curvas de oferta e de demanda de um produto representam, respectivamente, as quantidades que vendedores e consumidores estão dispostos a comercializar em função do preço do produto. Em alguns casos, essas curvas podem ser representadas por retas. Suponha que as quantidades de oferta e demanda de um produto sejam, respectivamente, representadas pelas equações:

$$Q_O = -20 + 4P$$

$$Q_D = 46 - 2P$$

em que  $Q_O$  é quantidade de oferta,  $Q_D$  é a quantidade de demanda e  $P$  é o preço do produto.

A partir dessas equações, de oferta e de demanda, os economistas encontram o preço de equilíbrio de mercado, ou seja, quando  $Q_O$  e  $Q_D$  se igualam.

Para a situação descrita, qual o valor do preço de equilíbrio?

- a) 5            b) 11            c) 13            d) 23            e) 33”.

Dois alunos responderam a alternativa ‘c’, dois alunos responderam a alternativa ‘d’ e dois alunos responderam a alternativa ‘e’ aleatoriamente. O único aluno que acertou a questão conseguiu compreender que era necessário igualar as duas equações para encontrar o valor de ‘P’ e resolveu corretamente a questão encontrando o valor de  $P = 11$  (alternativa ‘b’).

Ao questionar os alunos sobre essa questão, muitos entenderam que deveriam igualar as equações, até porque está escrito na própria questão, porém, eles não conseguiam entender como o “ $Q_O$ ” e o “ $Q_D$ ” iriam “sumir” da equação.

A questão que obteve o maior número de acertos foi a questão 1:

**“Questão 1 (ENEM 2012)**

Jogar baralho é uma atividade que estimula o raciocínio. Um jogo tradicional é a Paciência, que utiliza 52 cartas. Inicialmente são formadas sete colunas com as cartas. A primeira coluna tem uma carta, a segunda tem duas cartas, a terceira tem três cartas, a quarta tem quatro cartas, e assim sucessivamente até a sétima coluna, a qual tem sete cartas, e o que sobra forma o monte, que são as cartas não utilizadas nas colunas.

A quantidade de cartas que forma o monte é

- a) 21.            b) 24.            c) 26.            d) 28.            e) 31.”.

Apenas dois alunos erraram essa questão, pois responderam a alternativa ‘d’ cuja resposta era 28. Acredito que esses dois alunos se precipitaram ao responder essa questão, pois 28 é o número de cartas que formam as sete colunas, porém, a pergunta não era essa e sim as cartas

que sobram, que formam o monte, ou seja, o total menos as 28 cartas das colunas:  $52 - 28 = 24$  (alternativa 'b').

## RESULTADOS

No dia 04 de junho de 2013 (terça-feira) foi realizada a primeira fase da IX Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) e todos os alunos os alunos envolvidos no projeto realizaram a prova.

A primeira questão era a Seguinte:

**“O pai de Carolina mediu o comprimento da mesa da sala com sua mão e contou 8 palmos. Ela também mediu a mesa do mesmo modo e contou 11 palmos. Qual é o tamanho do palmo de Carolina, se o palmo de seu pai mede 22centímetros?**

**A) 12 cm      B) 13 cm      C) 14 cm      D) 16 cm      E) 19 cm”.**

No encontro seguinte apresentei a questão aos alunos envolvidos na atividade. Todos disseram que responderam a alternativa “D) 16 cm”, ou seja, todos acertaram a questão. Perguntei ainda se eles resolveram a questão ou apenas a marcaram e pedi que resolvessem a questão novamente para que eu olhasse seu método de resolução. Todos desenvolveram a questão corretamente. Eles confessaram que ficaram um pouco confusos no começo, no dia da prova, mas que depois analisaram com mais calma e conseguiram entender o que deveriam fazer para resolver a questão.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Às atividades realizadas será dada continuidade no segundo semestre de 2013 até a realização da prova do ENEM e vestibulares até o final do ano de 2013. Porém, algumas atividades realizadas até então mostram que as dificuldades apresentadas pelos alunos estão sendo superadas ao praticarem exercícios e testes que envolvam grandezas e medidas, além de melhorar o desempenho desses alunos na disciplina física e demais disciplinas que fazem uso desse tópico da matemática. Isso pôde ser verificado no desempenho dos alunos ao resolver a questão envolvendo Grandezas e Medidas na prova da OBMEP.

Ainda é preciso melhorar as atividades em alguns aspectos, como as questões que envolvem escalas, por exemplo. Mas espero que esse tipo de atividade continue contribuindo para a melhora do desempenho dos alunos na Matemática e disciplinas afins.

## REFERÊNCIAS

Fernandes, Sandro Soares. Uma Proposta de atividades investigativas envolvendo sistema Métrico / Sandro Soares Fernandes - Rio de Janeiro: UFRJ / IF, 2012. xii, 97f. : il.; 30cm. Orientador: Deise Miranda Vianna. Dissertação (mestrado) – UFRJ / Instituto de Física / Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física, 2012.

*portal.mec.gov.br/images/divulgacao\_ministro.xls (Enem por escola)*

Santos, Ailton Martins dos. MENSURAÇÃO, ALGARISMOS SIGNIFICATIVOS E NOTAÇÃO CIENTÍFICA: Um estudo diagnóstico do processo Ensino-Aprendizagem, considerando o cálculo e a precisão de medidas.- São Paulo: PUC, 2002. Orientador: Saddo Ag Almouloud. Dissertação (mestrado) – PUC/ Pontífica Universidade Católica de São Paulo/ Programa, 2002.