

VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática



ULBRA - Canoas - Rio Grande do Sul - Brasil

16, 17 e 18 de outubro de 2013

Minicurso



O NÚMERO π E O COMPRIMENTO DA CIRCUNFERÊNCIA

Cassiano Scott Puhl¹

Isolda Gianni de Lima²

Laurete Teresinha Zanol Sauer³

Resumo: Esta oficina visa à construção do número π , por meio de atividades que servem como sugestões metodológicas possíveis de serem aplicadas nas escolas. A proposta é fundamentada nas teorias de aprendizagem significativa e no construtivismo, que inspiraram a construção de uma metodologia de desenvolvimento colaborativo pelos participantes da oficina. Com isso, evidencia-se o papel ativo do estudante, tendo o professor como um mediador neste processo. As atividades promovem um ambiente propício para a reflexão, o diálogo, a interação e a construção de conceitos. Além do enfoque construtivista interacionista, recursos tecnológicos são utilizados para a compreensão das ações e relações advindas, para conhecer os conhecimentos prévios dos participantes, para preencher as lacunas de aprendizagem e para dar visibilidade às aprendizagens. No decorrer da oficina, lança-se o desafio de demonstrar que quanto maior a quantidade de lados de um polígono regular inscrito numa circunferência, mais próxima, do número π , está a razão entre o comprimento e o diâmetro dessa circunferência, numa estratégia de resolução de problemas.

Palavras Chaves: Aprendizagem ativa. Aprendizagem significativa. Construtivismo. Comprimento da circunferência. Número π .

INTRODUÇÃO

Esta oficina foi planejada com fundamentos das teorias de Ausubel e de Piaget. Ausubel, que, como se encontra em Moreira e Masini (2006), ao referir à aprendizagem significativa, diz que o conhecimento deve ser construído como interação de subsunçores com o novo conhecimento, de modo não arbitrário e substantivo e, que os conhecimentos prévios são a primeira forma de dar sentido ao novo que virá. Piaget (1978) trata do nível de

¹ Mestrando de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade de Caxias do Sul. Graduado em Licenciatura Plena em Matemática pela Universidade de Caxias do Sul (2012). E-mail: c.s.puhl@hotmail.com

² Professora de Matemática da Universidade de Caxias do Sul, doutora em Informática na Educação e orientadora no Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade de Caxias do Sul. E-mail: iglima@ucs.br

³ Professora de Matemática da Universidade de Caxias do Sul, doutora em Informática na Educação. E-mail: lzsaue@ucs.br

desenvolvimento cognitivo e diz que cada um tem um ritmo de aprendizagem. Assim, pode-se pensar que a aprendizagem ocorre de forma individual, porém não significa que se aprende sozinho; pelo contrário, ao pensar no contexto escolar, é por interações com o objeto de conhecimento, que incluem interações aluno-aluno, aluno-professor ou aluno-cotidiano, que se desenvolve a capacidade de raciocinar e de aprender.

Com base nestas orientações, inicia-se a oficina, com um conjunto de questões, para serem respondidas online, como forma de saber o que os participantes conhecem sobre o número π , com base no que é abordado na escola, e o quanto é significativo este conhecimento. Com uma breve discussão sobre as respostas enviadas, pretende-se animar os participantes para os desafios e interações propostas na oficina.

Como primeira parte das práticas e construções, apresentam-se três tipos de atividades, todas utilizando o conhecimento e o significado de perímetro. A partir deste conhecimento prévio, pretende-se ancorar um novo conhecimento que é o número π e o cálculo do comprimento de uma circunferência. Os participantes serão divididos em três grupos e cada grupo vai construir, de uma forma diferente, o número π . Um grupo realizará uma construção geométrica, outro fará medições de figuras do cotidiano e o terceiro realizará construções e medidas com geometria dinâmica. Concluídas as atividades, cada grupo compartilha com os demais o tipo de atividade, os resultados e as conjecturas que foram construídas.

Na sequência, para confirmar as conjecturas, generalizar e formalizar a nova ideia propõe-se o problema de demonstrar a existência do número π . Com isto, avança-se para um nível maior de abstração e, com cálculo algébrico, é propiciada a demonstração de que, ao se tomar polígonos regulares, inscritos numa circunferência, com número de lados cada vez maior, a divisão do perímetro pelo diâmetro dessa circunferência tende ao número π .

Por fim, numa atividade lúdica, propõem-se alguns problemas, como desafios na forma de “Show do Milhão” no computador, ressaltando o significado ou a aplicação dos conceitos abordados no cotidiano, visando aumentar a substantividade do conhecimento construído. Durante todo o processo, desde a elaboração das atividades, o professor é o agente que promove as interações, que provoca os desequilíbrios e que acompanha o desenvolvimento de todo o percurso planejado. Espera-se que todos tenham um bom proveito da oficina, que gostem de realizar as atividades para construírem conhecimentos, e que as mesmas sejam aproveitadas nas escolas, modificadas se for necessário, como uma metodologia de aprendizagem ativa e significativa.

INICIANDO A CONSTRUÇÃO

No decorrer do Ensino Fundamental, os estudantes vão, gradativamente, desenvolvendo o conhecimento dos números, primeiro os naturais, depois os inteiros, racionais, e, somente no final do oitavo ano, eles têm o primeiro contato com os números irracionais. Em geral, que este conteúdo é “apresentado” aos alunos com uma definição seguida de exemplos de alguns números irracionais mais comuns, como as raízes quadradas, em especial a raiz quadrada de dois, o número de Euler, o ϕ (phi) e o π (pi).

Segundo Piaget (1978), nesta etapa da escola, os alunos estariam iniciando a fase operatória formal e, assim, começando a criar hipóteses para seus problemas e a pensar abstratamente, estabelecendo conjecturas. Assim, é adequado propor atividades de construção de entes geométricos, sugerindo que se propicie aos alunos manipular o concreto e explorar a sistematização e a capacidade do pensamento lógico, em formação, para a construção de conjecturas por partes desses alunos.

Nesta oficina, e como seria aplicado aos alunos, inicialmente, vai-se focar na construção do número π , da forma como se poderia fazer com os alunos. Para isto, sugere-se uma atividade que faça com que os alunos pensem e analisem os dados que vão sendo apresentados numa tabela. Através de medições e da análise dos dados, com questionamentos, que desequilibram e que orientam o pensamento, pode-se acompanhar os estudantes, levando-os a estabelecer conjecturas significativas sobre a construção do número π .

A referida tabela contém polígonos regulares, desde três até doze lados, e devem ser preenchidos os seguintes dados: nome do polígono, de todos os que forem lembrados, quantidade de lados, medida do lado, perímetro do polígono, diâmetro da circunferência inscrita (D1) e da circunscrita (D2) e será realizado o cálculo de divisão do perímetro do polígono regular pelo diâmetro da circunferência inscrita (C/D1) e o da circunscrita (C/D2).

Na oficina, considerando o tempo, os participantes não farão a construção dos polígonos regulares, essas serão apresentadas, de modo a reservar mais tempo para as interações, quando forem compartilhadas, sobre ideias e conjecturas. Porém, é fortemente recomendado que, na escola, se propicie também a construção dos polígonos. Segundo Piaget (1978), os estudantes devem manipular e compreender suas ações, construindo os conceitos, na interação com o objeto de conhecimento, propiciando que se estabeleçam relações que permitam formalizar as ideias através das generalizações propostas.

Na etapa da apresentação dos resultados, pelos alunos, e de alguns questionamentos, o professor mediará a construção do conhecimento. Melhor que dar respostas prontas, ao

professor cabe fazer com que os alunos pensem e promover a interação com a atividade e com colegas, estabelecendo conjecturas.

Algumas perguntas que podem ajudar os alunos são: “Há alguma regularidade na divisão do perímetro do polígono pelo diâmetro da circunferência inscrita?”, “O que se observa na divisão do perímetro do polígono pelo diâmetro da circunferência circunscrita?” e “Em relação ao perímetro do polígono e o comprimento das circunferências, inscritas e circunscritas, o que se pode afirmar quando aumenta o número de lados?”.

Com esta ideia surge, também, a história do número π . Arquimedes, no período 323 a.C. a 30 a.C., segundo Bortoletto (2008), calculou este número, considerando polígonos regulares inscritos e circunscritos numa circunferência, sendo π , um número entre “C1/D” e “C2/D”, de onde se tem que esse número está situado entre $223/71$ e $22/7$. Este método é conhecido como o método clássico para determinação de π , um estudo que iniciou por volta de 1500 a.C. com os babilônios e os egípcios, com grande avanço em 240 a.C., que se deve a Arquimedes. Porém, como se encontra, também em, Bortoletto (2008), somente em 1761, Lambert prova a irracionalidade do número π e, por volta de 1882, Lindermann mostra que π é um número transcendental.

COTIDIANO CIRCULAR

Piaget dá relevância ao conhecimento adquirido na interação com o meio e Ausubel revela que o conhecimento deve ter significado. Uma forma de dar significado a este conteúdo é ver e analisar objetos concretos de formato circular. Tem-se a oportunidade de o aluno perceber que é necessário o conhecimento deste número para a confecção de muitos objetos utilizados no dia a dia.

Ao manipular objetos do cotidiano, o aluno poderá assimilar novas informações, provavelmente não de forma direta, mas por interações e questionamentos que provocam desequilíbrios, acomodações e adaptações, levando a um novo equilíbrio, mais amplo e de maior complexidade, produzido pelo novo conhecimento construído.

Ao apresentar os objetos, que podem ser providenciados pelos próprios alunos, pode-se pedir para os estudantes medirem o comprimento de circunferências e seus diâmetros, utilizando fita adesiva, marcando com caneta o início e o fim de uma volta, ou um fio de nylon. Agora, complementando outra tabela, desenhando as diferentes circunferências e apresentando as medidas obtidas, o aluno pode concluir que a razão entre o comprimento da

circunferência pelo diâmetro resulta num número próximo de 3,14. Esta tabela terá os dados: nome do objeto, medida do diâmetro (D), comprimento da circunferência (C) e C/D.

Ao aparece a pergunta “por que o resultado sempre é, aproximadamente, 3,14?”, é o momento do professor dialogar com os alunos e apresentar o número π . Os estudantes devem ser levados à definição do número π , como sendo a razão entre o comprimento de uma circunferência pelo seu diâmetro.

Outro aspecto, importante, a considerar na oficina é o cálculo do comprimento de uma circunferência qualquer. Nas atividades anteriores ficam implícitas as formas de calcular o comprimento. Outra boa possibilidade que se tem de construir entes geométricos e obter medidas é com recursos tecnológicos. Nesta oficina, sugere-se tais construções com o GeoGebra, um software gratuito de geometria dinâmica, disponível, inclusive para processamentos online, no site <http://www.geogebra.org/webstart/geogebra.html>.

UTILIZANDO A GEOMETRIA DINÂMICA

Segundo Zorzan (2007, p. 88), com a tecnologia, a educação matemática tem mais sentido focando no “objetivo de estimular a curiosidade, a imaginação, a comunicação, a construção de diferentes caminhos para a resolução de problemas e o desenvolvimento das capacidades cognitiva, afetiva, moral e social”. Com a tecnologia, “o saber matemático passa a constituir-se pelo mundo imaginário, pelo uso da criatividade, pela experimentação e pela possibilidade de ensaios, hipóteses e erros, deixando de ser uma ciência pronta, acabada e um saber dogmatizado” (ZORZAN, 2007, p. 91). Quem sabe, assim, a matemática “deixa de ser possível somente para gênios” e possa ser compreendida pelos estudantes como um conhecimento natural.

As tecnologias podem auxiliar o professor a atingir objetivos de aprendizagem e de construção de conhecimentos. Com esta compreensão e sentido, o professor pode promover e ser mediador de estratégias para os alunos atuarem cooperativa e colaborativamente, e construir um processo crítico de aprendizagem, fazendo com que o grupo reflita, desenvolvendo o pensamento lógico.

Utilizando o GeoGebra online e com o auxílio de uma tabela para registro de dados, os alunos acompanham e analisam a relação entre o perímetro de polígonos regulares e o número π , sendo possível comparar com o comprimento da circunferência.

Ao entrar no site, os alunos manipularão livremente o software, identificando e reconhecendo ferramentas e correspondentes ações. Após isso, o professor solicitará que os

alunos construam circunferências e determinem seus comprimentos, ainda durante a exploração do software. Nesta perspectiva, o aluno estará construindo e também conhecendo o objeto de aprendizagem, assim como a mediação que pode estabelecer com o recurso tecnológico de apoio. Novamente, cada aluno poderá comparar os resultados obtidos, confirmando sua conjectura ou reestruturando seu pensamento, atuando no com o apoio do software e em pensamento, com apoio dos colegas ou do professor, caso tenha alguma dificuldade de proceder às análises que possibilitam compreender o conteúdo. Tais atividades iniciais podem ser capazes de dar sentido ao número π e ao cálculo do comprimento da circunferência de uma forma significativa.

Com estes três tipos de atividades, que podem ser propostas na sequência sugerida ou outra, ou mesmo como está proposto nesta oficina, de serem realizadas por diferentes grupos que, depois, interagem compartilhando os modos como operaram e os resultados que obtiveram. Cada professor, conhecedor do seu aluno, certamente, saberá o que fica melhor para contemplar os propósitos de aprendizagem.

Em todas as formas, determinou-se implicitamente, e relacionado ao comprimento de uma circunferência, o valor de π . No que segue, porém, é proposto que se faça uma demonstração, conforme a ideia de Arquimedes, sugerida por Bortoletto (2008), de que quanto mais lados têm um polígono regular, mais o seu perímetro se aproxima do valor de π .

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Segundo Piaget e Ausubel, o aluno é o sujeito na construção da sua aprendizagem. Com esta oficina proporciona-se um ambiente para construir conhecimento significativo, onde o papel do professor é de mediador, questionador e orientador dos seus alunos. Neste contexto, o aluno parte daquilo que supostamente já é conhecido, que é o perímetro de polígonos e, desenvolvendo as atividades propostas, pode reestruturar este conceito, ampliando o sentido de perímetro e construindo, tomando-o como âncora de pensamento, o conceito do comprimento de uma circunferência, com um processo que promove também a construção do número π .

Com atividades variadas, também em graus de complexidade, propõem-se práticas experimentais de construção de aproximações para o número π , que são depois formalizadas com o desafio de calcular o valor de π , com tantas casas decimais quanto se queira, ou quanto permita o tempo e a curiosidade que se tem. O desafio é um modo de incentivar o aluno a superá-lo e, com isso, de encorajá-lo para outras situações de aprendizagem, dando-lhe a

perceber que é ele quem constrói o seu conhecimento e que é capaz de aprender tudo o que quiser, estando disposto a se envolver.

A aprendizagem significativa está assim contemplada, com uma estratégia possível de promover a construção do número π e do cálculo do comprimento de uma circunferência com compreensão e sentido, desde o fazer, de saber fazer e de compreender o que se faz.

REFERÊNCIAS

- BORTOLETTO, Anésia Regina Schiavolin. **Reflexões relativas às definições do número π (pi) e à presença da sua história em livros didáticos de matemática do ensino fundamental**. Piracicaba: UNIMEP, 2008. 139 p. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Faculdade de Ciências Humanas, Universidade Metodista de Piracicaba, Piracicaba, 2008.
- DANTE, Luiz Roberto. **Tudo é matemática**: 8ª série. São Paulo: Ática, 2005.
- DELVAL, Juan. **Aprender a aprender**. 7. ed. Campinas, SP: Papyrus, 2005.
- GARCIA, Milton P. Como calcular valores aproximados de π . **Revista Do Professor De Matemática**. São Paulo, n. 11, jul. 1987. Quadrimestral.
- MOREIRA, Marco Antonio; MASINI, Elcie Aparecida Fortes Salzano. **Aprendizagem significativa**: a teoria de David Ausubel. 2. ed. São Paulo: Centauro, 2006.
- PIAGET, Jean. **Fazer e compreender**. São Paulo: Melhoramentos, Edusp. 1978.
- PÓLYA, George. **A arte de resolver problemas**: um novo aspecto do método matemático. Rio de Janeiro: Interciência, 1977.
- ZORZAN, A. S. L. **Ensino-aprendizagem: algumas tendências na educação matemática**. Disponível em <http://www.sicoda.fw.uri.br/revistas/artigos/1_7_76.pdf>. Acesso: fev, 2013.