

# DISCUTINDO O ENSINO DE FUNÇÕES A PARTIR DO JOGO FAMÍLIA DE FUNÇÕES

GISELE CRISTIANE SILVA ALVES<sup>1</sup>

VÂNIA CRISTINA DA SILVA RODRIGUES<sup>2</sup>

**RESUMO:** O objetivo deste trabalho é investigar como estudantes do primeiro ano do Ensino Médio de uma escola pública de Uberaba, parceira do Programa Institucional de Iniciação a Docência (PIBID) de Matemática da Universidade Federal do Triângulo Mineiro (UFTM) lidam com o tema funções, ao se depararem com o jogo *Família de Funções*, que possibilita o trabalho com os diferentes registros de representação semiótica desse objeto matemático. Durante a aplicação da atividade percebemos que os alunos encontraram dificuldades na conversão entre os registros de representação semiótica da linguagem algébrica para a representação gráfica, na identificação do domínio e de algumas propriedades relacionadas a determinados tipos de funções. Em alguns casos foi possível propiciar aos alunos condições para compreender conversões e conseqüentemente as ligações entre os diferentes registros de representação semiótica do objeto matemático.

**PALAVRA-CHAVE:** Ensino de funções; representações semióticas, jogos matemáticos.

---

<sup>1</sup>Graduando e Bolsista do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação a Docência (PIBID) de matemática da Universidade Federal do Triângulo Mineiro (UFTM). E-mail: [giselle.cristiane@hotmail.com](mailto:giselle.cristiane@hotmail.com)

<sup>2</sup>Professora do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Triângulo Mineiro (UFTM). E-mail: [vaniacs.rodrigues@gmail.com](mailto:vaniacs.rodrigues@gmail.com)

## INTRODUÇÃO

As aulas de Matemática, desde as séries iniciais, são geralmente permeadas por figuras, esquemas, desenhos, diagramas, tabelas, gráficos, etc. Todas as ideias, relações, propriedades e conceitos são abordados pelo professor com o auxílio das representações.

No que se refere ao ensino de funções, por exemplo, as representações gráficas e tabulares se tornam imprescindíveis, uma vez que, por meio da tabela é possível ao professor mostrar aos estudantes como os valores numéricos da função se relacionam, ao mesmo tempo, a organização dos dados da função e suas respectivas imagens. Os pares de números que se encontram na tabela podem ser associados, no sistema de eixos coordenados, a uma figura, o gráfico da função, que pode ser uma reta, uma parábola, uma curva, etc.

Saraiva Teixeira e Andrade (2010, p. 3) destacam que:

As representações são a chave para a aprendizagem conceptual e determinam muitas vezes o que é aprendido. A capacidade de representar e identificar o mesmo conceito em diferentes representações permite aos alunos observar relações importantes e desenvolver uma compreensão profunda do conceito. No estudo das funções, é necessário promover a distinção entre o conceito de função e os seus diferentes tipos de representação (numérica/tabelar; algébrica; gráfica; linguagem natural).

As representações são na verdade um instrumento utilizado para evocar ou para tornar presente um objeto. Apesar dessa atividade não ser exclusiva das aulas de Matemática, é nessa situação, em especial, que podemos verificar de forma clara e inegável a importância que todas as representações têm nas situações de ensino/aprendizagem.

O estudo sobre registros de representação semiótica para a aprendizagem matemática, conforme destaca Duval (2005, p. 12) propõe uma abordagem cognitiva para compreender as dificuldades dos alunos no que se refere à compreensão da Matemática e a natureza dessas dificuldades.

Segundo Santaella (1983, p. 7), a semiótica “é a ciência dos signos, e de toda e qualquer linguagem”, ou seja, “(...) tem por objetivo o exame dos modos de constituição de todo e qualquer fenômeno de produção de significação e de sentido” (SANTAELLA, 1983, p. 17). Dessa forma, entendemos por representação semiótica uma possibilidade de conhecer um objeto utilizando símbolos e linguagens que permitam a constituição de significado e sentido do mesmo.

Segundo Duval (1995) as dificuldades apresentadas na aprendizagem de Matemática estão relacionadas a três fenômenos que se interligam, a saber:

- a) A existência de diversos registros de representação semiótica;
- b) A capacidade de diferenciar o objeto representado e seus registros de representação semiótica;

c) A coordenação entre os diferentes registros de representação semiótica.

Muitos estudantes não conseguem reconhecer o objeto matemático funções em suas diferentes representações (língua natural, expressão algébrica, gráfico e tabela), isso ocorre porque geralmente eles confundem o objeto com a sua representação. Segundo Pelho (2003, p. 118), os estudantes em geral, tem demonstrado que para eles o objeto matemático função é apenas o seu gráfico e, que as representações algébrica e tabular, por exemplo, são apenas as ferramentas necessárias para a construção do mesmo.

Sierpinska (1992, p. 25) afirma que os estudantes têm encontrado obstáculos em relacionar diferentes representações de função: fórmulas, gráficos, diagramas, descrições verbais das relações, interpretação de gráficos e manipulação de símbolos relativos às funções. Isso ocorre porque a compreensão em matemática, quando essa envolve a interpretação correta das várias situações, tem como uma condição o reconhecimento da pluralidade desses registros de representação e a articulação entre eles.

Não somente as articulações entre as diversas representações contribuem para o abismo existente na compreensão de função matemática, diversos outros fatores também comprometem seu aprendizado. Tendo em vista que, na maioria das vezes o ensino de funções é desenvolvido de forma mecanizada, partindo de uma sequência de tipos de exercícios e propostas de atividades que em muitos casos são ditadas pelos livros didáticos.

O professor trabalha a definição, esboça alguns exemplos e por fim, a resolução de alguns exercícios. Entendemos que esta forma de abordagem/desenvolvimento do conteúdo de funções, tende a limitar o processo de ensino e aprendizagem, uma vez que o aluno pode não ter acesso as diferentes formas de representação, bem como a competência de transitar por cada uma delas.

Gravina e Santarosa (2008) apud Reis (2011) destacam que principalmente em escolas públicas o conhecimento matemático é apresentado de forma estática. Isto pode ser identificado através de observações referentes aos livros utilizados, e/ou assistindo uma aula. Ressaltam ainda que essa característica estática dificulta a construção de significado dos conteúdos matemáticos, que por sua vez passam a ser um conjunto de símbolos, palavras ou desenhos memorizados pelo aluno. É justamente neste momento que a teoria de jogos pode auxiliar e ainda motivar os alunos no processo de aprender os conceitos matemáticos.

Sobre a prática de jogos no ensino da matemática, Rodrigues e Silva (2004) argumentam que esta oferece um processo de ensino e aprendizagem mais dinâmico e divertido. No entanto, a prática de jogos não deve ser considerada como um conjunto de

atividades sem ordenamento, mas um meio de acesso espontâneo ao conhecimento, a aprendizagem, e ao raciocínio lógico.

Segundo Silva (2005, p. 37) ao aluno deve ser dado “o direito de aprender, de forma que esse aprender não seja mecânico, repetitivo, de fazer sem compreender o que faz e porque se faz (...)”. Concordamos com o autor, quando este ressalta que, o aprendizado deve ser significativo, de forma que o aluno participe, raciocinando, compreendendo, reelaborando o saber já produzido e superando, desta forma, sua visão simples, fragmentada e parcial da realidade.

Grando (1995) destaca que tanto o jogo quanto o problema estimula o estudante ao desafio, e isto provoca objetivos em dominar, compreender e conhecer o que é proposto. Sendo esses aspectos produtores do conhecimento e estimuladores da aprendizagem.

Desta forma, optamos pela aplicação do jogo *Família de Funções*, que tem como objetivo propiciar os alunos o reconhecimento das diversas formas de representação de uma função. Com a atividade pretendíamos verificar como os estudantes lidam com o tema funções, ao se depararem com um jogo que possibilita o trabalho com os diferentes registros de representação semiótica desse objeto matemático.

Conhecíamos as dificuldades dos alunos quanto às representações do conteúdo de função, e que tais dificuldades por maioria das vezes não eram sanadas somente através de aulas e resolução de exercícios. Entendemos a variedade de registros que um indivíduo é capaz de expressar acerca de um determinado conhecimento depende necessariamente do trabalho que foi desenvolvido com ele, enquanto aluno, ao longo de seus estudos. Diante disso ao trabalharmos com o jogo, buscávamos levar aos alunos a oportunidade de aprenderem o conteúdo de funções através de uma metodologia lúdica, de forma que utilizassem de seus conhecimentos prévios sobre Funções para a resolução das situações-problema que deveriam ser solucionadas no jogo.

A atividade desenvolvida teve um papel lúdico e significativo para a aprendizagem tendo em vista que um de seus objetivos também foi indicar aos estudantes uma nova perspectiva de aprendizagem, na qual o conhecimento pode ser construído coletivamente e os estudantes adquirem autonomia.

Dessa forma os resultados apresentados neste artigo são oriundos da aplicação de uma atividade que contempla o jogo *Família de Funções* e sua exploração através de uma Folha de Registro. A atividade foi proposta no âmbito do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação a Docência (PIBID) de Matemática da Universidade Federal do Triângulo Mineiro (UFTM), e

aplicada para três turmas do ensino médio de uma escola pública de Uberaba, parceira do PIBID de Matemática.

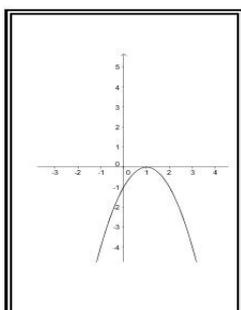
### O Jogo Família de Funções

Família de Funções trata-se de um jogo de cartas que possibilita aos estudantes a identificação das características das funções constante, do primeiro e segundo graus, bem como trabalhar as habilidades de leituras e análises de gráficos. Além disso, coloca os alunos em situação de resolução de problemas, exigindo elaboração de estratégias e potencializando os conhecimentos já adquiridos, esta disponível Smole et al (2008).

O jogo é composto por trinta e nove cartas, sendo três coringas identificados com a palavra FUNÇÃO. O objetivo é formar o maior número possível de famílias de quatro cartas, sendo que cada uma dessas famílias deverão, obrigatoriamente conter uma carta composta por uma expressão algébrica da função, uma pelo esboço do gráfico e as duas outras cartas que devem conter propriedades da função, a saber: pontos importantes do gráfico, comportamento do sinal da função, etc. Com as cartas é possível formar, no máximo, dez famílias. (SMOLE et al, 2008, p.93).

Depois de embaralhadas as cartas devem ser colocadas sobre a mesa em um monte viradas para baixo. Cada carta retirada deve ser colocada sobre a mesa com a face virada para cima, se a carta retirada pertence à mesma família de uma das cartas já viradas, coloca-se a carta abaixo da carta de mesma família. Caso contrário, coloca-se a carta sobre a mesa sem aproximar de outras cartas. Se um dos jogadores colocar uma das cartas na família errada ele perde a vez de jogar, e essa carta é colocada no fim do monte. Caso a carta retirada for uma carta FUNÇÃO, o jogador poderá utilizá-la em qualquer momento do jogo para formar uma família, desde que a família contenha a carta formada pela expressão algébrica e a carta formada pelo esboço do gráfico.

Como exemplo de uma família de funções temos:



$$y = -x^2 + 2x - 1$$

**Possui  
concavidade  
para baixo  
 $ef(0) = -1$**

**O gráfico  
passa pelo  
ponto(0, 1).**

A representações gráficas são representações semióticas, da mesma forma que a escrita algébrica  $y = -x^2 + 2x - 1$  ou as línguas. Isto significa que no caso do objeto função as representações gráficas têm leis de organização que lhe são próprias e lhes permitem representar funções. As representações semióticas são compostas por dois aspectos: a forma ou representante e o conteúdo ou representado.

A formação da família de funções acima envolveu, necessariamente, a conversão de três registros de representação semiótica, uma conversão a partir do registro gráfico para o registro simbólico algébrico, outra do registro simbólico algébrico para a linguagem natural.

## **METODOLOGIA**

A pesquisa é qualitativa uma vez que dela faz parte à obtenção de dados descritivos mediante o contato direto e interativo com o objeto de estudo, segundo Neves (1996). Os instrumentos utilizados para a coleta de dados foram: atividade de ensino na perspectiva de jogos, observação em sala de aula e discussão com o professor responsável pelas turmas em que a atividade foi aplicada, sobre as dificuldades encontradas pelos alunos durante a apresentação do conteúdo funções.

O jogo *Família de Funções* foi aplicado para três turmas do primeiro ano do ensino médio de uma escola estadual de Uberaba, parceira do PIBID de Matemática da UFTM, sob a supervisão do professor responsável pelas turmas e com a orientação dos professores coordenadores do subprojeto de Matemática. As turmas nas quais a atividade foi aplicada estavam sendo acompanhadas, pelos bolsistas do PIBID responsáveis pelo ensino médio, desde o início do semestre letivo de 2012, e a atividade foi desenvolvida com os alunos em agosto de 2012.

O professor responsável pelas três turmas, antes da aplicação do jogo, havia trabalhado com os alunos o conceito de função, suas propriedades e alguns tipos de função, tais como constante, afim e quadrática. Para que a atividade atingisse os objetivos propostos, foi preciso a priori observar e analisar as situações em sala de aula e discutir com o professor responsável pelas turmas as principais dificuldades encontradas pelos estudantes quando do desenvolvimento do tema.

Tais situações indicavam que os alunos tinham dificuldades com a transposição da linguagem escrita para linguagem algébrica, o entendimento do conceito de domínio de uma função, análise e transposição gráfica, abstração dos conceitos e das definições, além das diversas formas de representação deste conteúdo.

Os alunos realizaram a atividade, em sua maioria, em duplas ou trios, porque tais situações favorecem a interação entre os estudantes ao formularem e comunicarem entre si as estratégias de solução e confrontarem suas diferentes opiniões. Torna-se um processo dinâmico que incentiva a aprendizagem e estimula a cooperação aluno-aluno ao se depararem com um desafio a ser superado utilizando, para isso, seus conhecimentos prévios.

Quanto à aplicação do jogo, as regras foram entregues e lidas com as turmas, simulamos algumas situações que poderiam ocorrer durante as jogadas. Em seguida os estudantes foram orientados a jogar a fim de que estes pudessem se familiarizar com as regras e lançar mão de possíveis estratégias para vencer o jogo.

Na aplicação da atividade algumas explorações foram feitas a partir da apresentação de alguns problemas e situações que trabalharam as características das funções do jogo. Ao término da aplicação do jogo, propomos aos alunos a exploração através de uma Folha de Registros, na qual estavam incluídas algumas situações-problema semelhantes às experiências do jogo, como exemplo podemos citar:

1. Quais das características apresentadas a seguir estão relacionados à função  $f(x) = x^2 + 2x - 1$ ?
  - a) O gráfico da função intercepta o eixo  $y$  no ponto de ordenada  $-1$ ;
  - b) O gráfico de  $f(x)$  passa pelo ponto  $(-1,0)$ ;
  - c) A função possui concavidade para baixo.
  
2. Construa uma família a partir da seguinte expressão:  $y = -3x^2$ .

Entendemos que a Folha de Registro foi imprescindível para análise da atividade, pois nela estavam contidas informações de como os alunos entenderam as regras o jogo, quais estratégias foram utilizadas, se o jogo proporcionou a construção do conhecimento sobre as diversas representações de função, bem como qual a dificuldade encontrada ao formar as famílias e se houve consciência dos meios que os levaram a atingir, ou não, o objetivo do jogo.

Silva e Brenelli (2012) destacam que no jogo a resolução de problema é equivalente ao exercício de suas regras, a seleção de quais conceitos utilizados para resolver, bem como a interpretação e a percepção de estratégias eficientes para vencê-lo. Polya (1978) apud Silva e Brenelli (2012) ressalta a estreita relação entre resolução de problemas e os meios para atingir objetivos em um jogo de regras, que são;

As quatro fases resumidamente descritas por Polya e o seu paralelo para a aplicação em um jogo são: “Compreender o problema”, cujo equivalente seria entender os componentes do jogo: peças, tipos de movimentos, forma de atuar, maneira de jogar, como chegar ao objetivo do jogo, isto é, a fase de familiarização com o jogo;

“Traçar um plano para resolvê-lo”, o paralelo relacionado com o jogo seria o de interiorizar os movimentos, buscando estratégias para atingir o objetivo do jogo, podendo relacionar o jogo em questão com outros similares; “Executar o plano traçado” seria o equivalente a colocar em prática as estratégias selecionadas e, por fim, a última etapa seria o de “Comprovar os resultados” que, em um jogo, seria o processo de refletir sobre o processo seguido. (BRENELLI e SILVA, 2008, p. 50).

Borin (1996) apud Mota (2006) destaca que quando o aluno busca corrigir as jogadas fracassadas consegue controlar seu comportamento. Assim, as intervenções durante a aplicação da atividade foram no sentido de estabelecer problemas através de cada jogada e, com isso induzir o aluno à resolução desses problemas. De forma que, esse ciclo de problema (dedução lógica e solução do problema) pudesse conduzir o aluno ao entendimento do que é proposto na atividade. A formulação de hipóteses, a visão dos alunos diante do jogo, as estratégias escolhidas, bem como a análise da eficiência da jogada para alcançar a vitória, foram constantemente trabalhados durante a aplicação da atividade, principalmente através da Folha de Registros.

## **DISCUSSÃO DOS RESULTADOS**

A exploração do jogo se deu durante a aplicação da atividade e através da Folha de Registros, com a qual foi possível realizar e registrar algumas explorações sobre as estratégias utilizadas pelos estudantes em determinados momentos do jogo.

A Folha de Registro continha cinco questões, sendo três relacionadas com o jogo e duas que averiguavam a opinião e as estratégias utilizadas pelos alunos. A primeira questão trata-se de uma questão fechada, e possuía três alternativas, e tem como resposta correta, que o gráfico da função  $x^2 + 2x - 1$  intercepta no ponto de ordenada  $-1$ . Muitos alunos erraram essa questão, de forma que observamos que a dificuldade está relacionada com o conceito do termo independente de função do segundo grau. Dentre outras dificuldades podemos ressaltar a referente à linguagem matemática, acreditamos que a palavra *ordenada* presente no item *a* do enunciado da questão tenha causado obstáculos quanto a interpretação da questão.

Na segunda questão os estudantes deveriam construir uma família de funções a partir da expressão  $y = -3x^2$ , obedecendo as regras propostas pelo jogo. A maioria dos alunos não apresentou grandes dificuldades, de forma que grande parte deles construiu cartas e formaram famílias que contemplavam características de concavidade e vértice.

Dentre os alunos que não conseguiram completar a questão todos fizeram uso somente da representação gráfica da função. Quanto aos estudantes que conseguiram resolver a questão, somente quatro ao construírem a cartas que formariam a família da função solicitada,

se utilizaram do conceito de imagem e domínio. Acreditamos que este fato vai ao encontro do que destaca Chaves e Carvalho (2004) quanto ao uso da linguagem matemática. Segundo estes autores o “formal” tem prioridade no ensino de funções, ideias como noções de correspondência, domínio e imagem, observação de “leis” ou “regras” como executante de transformações globais entre dois conjuntos, não são devidamente compreendidas pelos alunos.

Dentre os alunos que erraram a questão dois construíram cartas cuja representação gráfica da função  $y = -3x^2$  era uma reta. Além disso, alguns alunos construíram cartas em que apresentaram  $-3$  como o coeficiente angular a função. Parece-nos que nestes casos os alunos não conseguiram entender que as variáveis em uma relação funcional deve-se reconhecer nos problemas a correspondência e dependência das variáveis envolvidas e sua variação conjunta, independentemente da representação dada, a qual pode ser verbal, algébrica, tabular ou gráfica.

Através da Folha de Registros e das discussões durante a aplicação do jogo foi possível perceber que alguns alunos compreenderam que um gráfico e uma tabela podem representar uma função, independentemente da existência e/ou conhecimento da sua representação gráfica.

A análise da Folha de Registros nos levou aos seguintes questionamentos: Como seria a construção da família, caso incluíssemos uma função um pouco mais elaborada que a apresentada na questão dois? Como o aluno construiria a carta referente a representação gráfica? Faria uso das raízes, da concavidade, domínio ou da imagem? Será que o nível de dificuldade aumentaria?

Os alunos deixaram sua opinião sobre a atividade na Folha de Registros e alguns relataram que o jogo *Família de Funções* favoreceu no melhor entendimento do conteúdo de funções que fora trabalhado pelo professor em sala de aula.

No que tange ao objetivo do trabalho, qual seja, investigar como alunos do primeiro ano do Ensino Médio lidam com o tema funções, ao se depararem com o jogo *Família de Funções*, que possibilita o trabalho com os diferentes registros de representação semiótica desse objeto matemático, observamos que a maioria dos estudantes, caminham para o “limiar da compreensão matemática” (p.128), como nos relata Duval (2005) chegando (e alguns já chegaram) às conversões entre os diferentes registros de representação semiótica.

Analisando as respostas dos educandos foi possível perceber a necessidade da inclusão de mais questões na Folha de Registros, uma vez que esta pode propiciar a evolução daqueles que não conseguiram atingir com êxito os objetivos da atividade. Além disso, com um maior

número de questões pode-se trabalhar os registros de representação semiótica do objeto matemático função que não foram contemplados no jogo.

É possível observar que com atividades diferentes às dos livros didáticos tradicionais, analisadas e adaptadas à realidade do grupo estudado, há a possibilidade do chamado anteriormente entendimento com significado.

Ressaltamos ainda a necessidade de retomada do conceito de função nas turmas em que aplicamos a atividade, haja vista que alguns alunos não conseguiram finalizar algumas das questões propostas na Folha de Registros ou construíram errado algumas cartas da família solicitada.

## **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

A aprendizagem com significado para os estudantes somente se faz quando estes entendem do que estamos falando e neste aspecto os estudos para a elaboração de uma atividade com os diferentes registros de representação semiótica do objeto matemático foram importantes.

A utilização de procedimentos metodológicos adequados propicia uma melhor avaliação do real aproveitamento dos alunos em relação ao conteúdo trabalhado. Muitas das dificuldades que apareceram no decorrer das atividades podem perfeitamente passar despercebidas, caso se siga apenas a sequência didática adotada pelos livros.

Assim, a partir desta teoria e do estudo realizado, conjecturamos que, grande parte das dificuldades dos estudantes em Matemática, ao longo da Educação Básica pode se assentar sobre o fato de que os mesmos não conseguem coordenar sobre um determinado conhecimento matemático os diversos registros de representação. Possuem o domínio isolado de uma determinada representação e o tratamento específico que a mesma requer, mas tornam-se incapazes de articular estas representações.

Este estudo possibilitou diversos questionamentos dentre eles destacamos: O que de fato, tem levado esses alunos a cometerem esses erros, representar o gráfico de uma função do segundo grau por uma reta? Que tipos de atividade podem propiciar a superação dos problemas detectados?

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

CHAVES, M. I. A.; CARVALHO, H. C. Formalização do conceito de função no ensino médio: uma sequência de ensino e aprendizagem. In: **GT 3 – Educação Matemática no Ensino Médio**. Anais do VIII ENEM – Comunicação Científica, Recife, 2004, p.5.

DUVAL, R. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: ALCÂNTARA, S. D. (Org.), **Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica**. Campinas: Papyrus, 2005, p.11-34.

\_\_\_\_\_. **Sémiotique et pensée humaine: registres sémiotiques et apprentissages intellectuels**. Peter Lang, Suisse, 1995.

GRANDO, R. C. **O jogo suas possibilidades Metodológicas no Processo de Ensino e aprendizagem da matemática**. Universidade Estadual de Campinas – Unicamp, Campinas, 1995.

MOTA, P. C. C. L. M. **Jogos no Ensino de matemática**. Universidade Portucalense Infante D. Henrique, Departamento de Inovação, Ciência e Tecnologia, Portugal, 2009, p.45.

NEVES, J. L. Pesquisa qualitativa: características, usos e possibilidades. Caderno de Pesquisa em Administração. São Paulo, v. 1, n. 3, 2 semestre, 1996.

PELHO, E. B. B. **Introdução ao conceito de função: a importância da compreensão das variáveis**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). PUC/SP. São Paulo, 2003.

REIS, A. M. **Uma proposta dinâmica para o ensino de função afim a partir dos erros dos alunos do primeiro ano do ensino médio**. Mestrado profissional em ensino matemático. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo PUC/SP, São Paulo, 2011.

RODRIGUES, H. O.; SILVA, J. R. O Jogo do Nin e os conceitos de MDC e MMC. Universidade Federal de Pernambuco. In: **GT 2 – Educação Matemática nas Séries Finais do Ensino Fundamental**. Anais do VIII ENEM – Minicurso, Recife, 2004, p.1.

SANTAELLA, L. **O que é Semiótica**. São Paulo: Brasiliense, 1983.

SARAIVA, M. J.; TEIXEIRA, A. M.; ANDRADE, J. M. **Estudos de funções no programa de matemática com problemas e tarefas de exploração**. Universidade da Beira Interior, Lisboa, 2010.

SIERPINSKA, A. On understanding the notion of function. In: **The concept of function – aspects of epistemology and pedagogy**, Dubinsk e Harel (Ed.) M. A. A. Notes, v.25, p 25-58, 1992.

SILVA, J. A. F. **Refletindo sobre as dificuldades de aprendizagem na matemática: algumas considerações**. Brasília. Universidade católica de Brasília, 2005. p.7. Disponível em: <<http://www.ucb.br/textos/2/732/2SemestreDe2005/>>. Acesso em: 10 Jun. 2012.

SILVA, M. J. C.; BRENELLI, R. P. **As relações entre as estratégias utilizadas no jogo de regras “Quarto” e a resolução de problemas de conteúdo matemático.** *Zetetiké – FE/Unicamp, Campinas*, v. 20, n. 38 – jul/dez, 2012, p. 157-158.

SMOLE, K. et al. **Cadernos do Mathema: Jogos de matemática de 1º a 3º ano.** Porto Alegre, Artmed, 2008.