

# VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática



ULBRA - Canoas - Rio Grande do Sul - Brasil

16, 17 e 18 de outubro de 2013

Relato de Experiência



## MODELAGEM MATEMÁTICA E O ENSINO DE FUNÇÕES: AVALIANDO AS CONVERSÕES E TRATAMENTOS EM UMA ATIVIDADE DESENVOLVIDA NO ENSINO MÉDIO

Neila de Toledo e Toledo<sup>1</sup>  
Carise Elisane Schmidt<sup>2</sup>

Processos Cognitivos e Linguísticos em Educação Matemática

### RESUMO

O presente trabalho apresenta uma experiência vivenciada durante o processo de ensino e de aprendizagem de funções com estudantes do primeiro ano do Curso Técnico em Agropecuária Integrado ao Ensino Médio, do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul - Câmpus *Sertão* (RS), sobre o objeto matemático Função, em que foi utilizado à Modelagem Matemática como método para favorecer a atribuição de sentido e construção de significado matemático e teve como fundamentação teórica, a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval. O objetivo principal deste trabalho, foi analisar a Teoria dos Registros de Representações Semióticas, mais precisamente a atividade de conversão e tratamento entre registros em situações-problemas elaboradas e resolvidas por alunos. A turma demonstrou durante a atividade facilidade em realizar conversões entre todos os registros, optando pelo registro tabular como registro de partida.

**Palavras-chave:** Registros de Representação Semiótica. Modelagem Matemática. Função. Educação Matemática.

### Aspectos Teóricos Relevantes

Conforme Bassanezi (2002), a modelagem matemática pode ser considerada como um dos caminhos pedagógicos que desperta maior interesse, que amplia o conhecimento dos alunos e que os auxilia a estruturar a maneira pela qual eles pensam, raciocinam e agem. Esta tendência de ensino tem como objetivo desenvolver a formação de alunos críticos, reflexivos e que estejam atentos aos diferentes problemas que são enfrentados no cotidiano. No entanto, para que o mesmo seja atingido, existe a necessidade de que os alunos estejam inseridos em

<sup>1</sup> Mestre em Modelagem Matemática. professora do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul-Câmpus Sertão. neila.toledo@ifrs.edu.br.

<sup>2</sup> Mestre em Modelagem Matemática; professora do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Santa Catarina-Câmpus Chapecó. carise.schmidt@ifsc.edu.br.

um ambiente de aprendizagem que proporcione a utilização do conhecimento matemático que eles previamente adquiriram na escola e na comunidade na qual eles estão inseridos.

Para Caldeira considera a Modelagem Matemática não como um método de ensino e de aprendizagem cujo foco seria o como ensinar, mas como uma “concepção de educação matemática que incorpore proposições matemáticas advindas das interações sociais” (CALDEIRA, 2009, p. 38). Na visão do autor, a Modelagem Matemática seria um dos possíveis caminhos de estabelecer, nos espaços escolares, a inserção da maneira de pensar, tanto nos aspectos sociais como culturais, as relações dos conhecimentos matemáticos com a sociedade.

O conceito de Função é de suma importância para a construção do conhecimento matemático, sendo este abordado em todos os níveis de ensino, quer seja implícita ou explicitamente, sendo fundamental na busca do entendimento ou explicação de muitos fenômenos. Com relação à importância do conceito de Função, Rêgo destaca que:

[...] O conceito de Função constitui-se um dos principais pré-requisitos para grande parte dos conteúdos desenvolvidos no Ensino Superior, uma vez que inúmeros problemas das Ciências Exatas, da Tecnologia, da Saúde e Ciências Sociais Aplicadas podem ser modelados e estudados utilizando-se funções de uma ou várias variáveis (RÊGO, 2000, p 20).

De acordo com a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, para Duval (2003), os objetos com que se trabalha são abstratos, ou seja, não estão diretamente acessíveis à percepção com o auxílio de instrumentos (microscópio, telescópio, etc.), sendo necessário para a sua apropriação, uma forma de representação, por isso podemos dizer que no ensino da matemática, toda a comunicação se estabelece com base em representações, e somente através dessas é que os conceitos matemáticos serão apropriados pelos alunos, ou seja, estas são essenciais para as atividades cognitivas do pensamento. Nesse sentido, o autor afirma que:

“Não obstante, as diversas representações semióticas de um objeto matemático são absolutamente necessárias. De fato, os objetos matemáticos não estão diretamente acessíveis na percepção, ou numa experiência intuitiva imediata, como estão os objetos comumente dito reais” ou físicos“! É preciso portanto poder dar representantes. E, por outro lado, a possibilidade de efetuar tratamentos sobre os objetos matemáticos depende diretamente do sistema de representação semiótico utilizado” (DUVAL, 1993, p3).

Com relação à Modelagem Matemática, Vertuan (2007) afirma que na utilização desta como alternativa pedagógica, é possível viabilizar o uso de diferentes registros associados ao

mesmo objeto matemático, bem como colocar ao aluno a necessidade de realizar a conversão entre os diferentes registros.

Duval (1993) considera que existem três tipos de representações: as mentais ou subjetivas, que são conjuntos de imagens, conceitos, noções, crenças, concepções que uma pessoa pode ter sobre um objeto ou sobre uma situação; as representações internas ou computacionais, caracterizadas pela execução automática de uma tarefa, ou seja, representações internas e não conscientes do sujeito; as representações semióticas, que são externas e conscientes do sujeito, são através dessas que os sujeitos têm acesso aos objetos matemático. Esse tipo de sistema de representação permite preencher as funções de comunicação, objetivação e tratamento que são fundamentais para o funcionamento cognitivo. São consideradas como representações semióticas: a língua natural, os sistemas de escrita (numérico, algébrico e simbólico), os gráficos cartesianos e as figuras geométricas.

Para que um sistema semiótico seja um registro de representação são necessárias três atividades cognitivas: a primeira é a formação de uma representação identificável, ou seja, quando é possível reconhecer nesta representação aquilo que ela representa, dentro de um sistema de signos estabelecido socialmente, isso sendo estabelecido através de um enunciado compreensível, na composição de um texto, no desenho de uma figura geométrica, na escrita de uma fórmula; a segunda é o tratamento, que é uma transformação que se efetua no interior de um mesmo sistema de registros, como, por exemplo, resolver um sistema de equações; a terceira é a conversão, que é a transformação da representação de um objeto matemático em outra representação desse mesmo objeto (DUVAL, 1993).

Conforme Damm a conversão não pode ser confundida com o tratamento:

[...] A conversão é um passo fundamental no trabalho com representações semióticas, pois a transformação de um registro em outro, conservando a totalidade ou uma parte do objeto matemático que está sendo representado, não pode ser confundida com o tratamento. O tratamento é interno ao registro, já a conversão se dá entre os registros, ou seja, é exterior ao registro de partida. A conversão exige do sujeito o estabelecimento da diferença entre o significado e significante (DAMM, 2008, p.181).

A coordenação entre os diferentes registros é enfatizada por Duval como necessária para a aprendizagem em Matemática, ou seja, não é a determinação das representações ou às várias representações possíveis de um mesmo objeto, que garante a apreensão do objeto matemático, mas sim a coordenação entre esses vários registros de representação. Para Nehring (1996, apud DAMM, 2008, p. 183) “[...] não adianta o sujeito resolver uma operação usando material concreto ou através de um desenho, se não conseguir enxergar/coordenar

esses procedimentos no tratamento aritmético (algoritmo da operação), no problema envolvendo essa operação ou mesmo em outro registro de representação qualquer”.

### **Descrição de uma Atividade de Modelagem Matemática no Ensino Médio**

Essa atividade foi realizada no ano de 2012, com uma turma do primeiro ano do Curso Técnico em Agropecuária Integrado ao Ensino Médio, do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul - Câmpus Sertão (RS). A turma foi dividida em grupos de quatro componentes, em que estes teriam como tarefa inicial trazer para a aula, seguinte, contas de energia elétrica, contas de água e faturas da produção leiteira de seis meses consecutivos.

Na aula seguinte, os grupos apresentaram o material aos colegas, momento este em que o professor foi realizando intervenções e questionamentos, no intuito de fazê-los refletir sobre algumas ideias básicas de grande importância para a apropriação do conceito de Função, como por exemplo: variação entre grandezas, variável independente, variável dependente, regularidade e generalização dos fenômenos, neste momento estava sendo trabalhado o conceito intuitivo de Função.

Após terem sido elaboradas as situações-problema, estas foram representadas nas seguintes formas: representação analítica (consiste na lei de formação ou de associação); representação geométrica (gráficos).

No momento seguinte, os grupos elaboraram, com o auxílio da professora, situações-problema, atividade esta necessária para evidenciar que o estudo de Funções está relacionado à necessidade de resolver situações-problema advinda da relação do homem com o seu cotidiano.

### **Aspectos Analisados durante o processo de Modelagem**

Na maior parte das situações modeladas, os alunos apresentaram inicialmente uma representação tabular, forma de representação relatada por eles como meio de melhor interpretar a situação. O registro gráfico e algébrico, não foi utilizado como representação inicial, por nenhum dos grupos, mesmo quando estimulados pelo professor a construírem a representação do objeto matemático através destes registros. No decorrer da atividade, a prática de utilizar tais registros, seja como forma de complementar a resolução ou como meio de melhor interpretar a situação, tornou-se mais frequente. Observou-se que a representação gráfica, surgia geralmente a partir de conversões do registro algébrico ou do registro tabular.

Na Figura 1, é possível observar a conversão entre o registro tabular (registro de partida) e o registro verbal (registro de chegada), esta forma de conversão do objeto matemático apareceu em todas as situações apresentadas pelos grupos.

Mês	Consumo ( $m^3$ )	Valor de $m^3$
09/11	7 $m^3$	R\$ 3,43
10/11	9 $m^3$	R\$ 3,43
11/11	7 $m^3$	R\$ 3,43
01/12	8 $m^3$	R\$ 3,43
02/12	6 $m^3$	R\$ 3,43
03/12	10 $m^3$	R\$ 3,43

Seu José tem uma horta com 4 canteiros, em sua propriedade, os hortaliços são colhidos e vendidos todos os sábados na feira do produtor rural na praça da cidade. Uma horta ajuda no sustento da família, em alguns meses, em função do estresse, foi necessário fazer consumo de água na propriedade. Observando a tabela abaixo, determine:

a) A relação pode ser dita uma função matemática?

A relação é função, pois a medida de  $m^3$  e consumo aumentam e o preço também aumenta e esse aumento é sempre o mesmo, de R\$ 3,43, em R\$ 343,30 no:

6 $m^3$	R\$ 20,58
7 $m^3$	R\$ 24,01
8 $m^3$	R\$ 27,44
9 $m^3$	R\$ 30,87
10 $m^3$	R\$ 34,30

É função também, pois o consumo que determina o preço e se paga em cada mês, esse muda em função do valor de cada  $m^3$ .

Figura 1- Exemplo de Conversão entre registro tabular e registro verbal

Trindade (2000) ressalta a importância de ser explorada com os alunos a representação verbal (em linguagem corrente, escrita ou oral). Para o autor os alunos devem ser estimulados a descreverem em linguagem corrente a lei que rege um fenômeno e apresentarem argumentos que justifiquem a validade da lei para qualquer caso, para então representá-la em linguagem algébrica ou geométrica (gráfica). Eles devem ser levados a perceberem e verbalizarem os objetos de mudanças, a explicarem não apenas como muda, mas o que muda.

Durante a atividade, verificou-se que o registro algébrico era considerado um registro necessário e suficiente pelos alunos, às conversões se davam sempre entre o registro inicial, representação verbal, e o registro algébrico, no qual se davam as conversões para obtenção de uma expressão matemática que representasse a situação estudada. Obtida esta expressão, muitos alunos consideravam o problema resolvido, pois para eles encontrada a lei matemática (representação algébrica) as demais representações, gráfica, ou tabular, ficariam fáceis de

serem feitas. Podemos observar na figura 2, uma conversão entre registro verbal e registro algébrico, a qual foi a mais encontrada nas situações de modelagem.

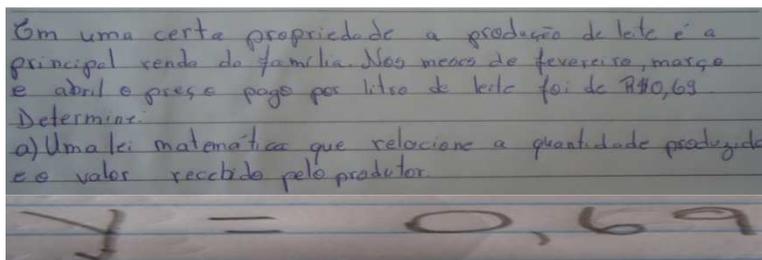


Figura 2- Exemplo de Conversão entre registro verbal e registro algébrico

Nesta situação podemos verificar que os alunos realizaram uma conversão entre um registro de natureza multifuncional (língua natural) para um registro de natureza monofuncional (algébrico), que de acordo com Duval (2003) é mais complexo do que converter registros de mesma natureza. Nessa conversão o registro de chegada é o registro algébrico, que por sua vez não deixa transparecer o registro de partida, que é em língua natural.

Embora as conversões entre os registros gráfico e algébrico tenham acontecido em todos os casos no sentido algébrico para gráfico e nunca no sentido do gráfico para o algébrico, reconhecemos a importância em se utilizar conversões nos dois sentidos, uma vez que as dificuldades e os custos cognitivos de cada conversão são distintos. Segundo Duval (2003) “a conversão entre gráficos e equações supõe que se consiga levar em conta, de um lado, as variáveis visuais próprias dos gráficos (inclinação, intersecção com os eixos etc.) e, de outro, os valores escalares das equações (coeficientes positivos ou negativos, maior, menor ou igual a 1, etc.)” (p 17).

Na conversão do registro algébrico para o registro gráfico, na maioria das situações de Modelagem, os alunos não apresentaram dificuldades, embora os mesmos, às vezes, por não utilizar uma escala adequada para a construção do gráfico, faziam interpretações equivocadas a respeito da situação.

mod	<p>Em uma propriedade rural, o consumo de energia elétrica é elevado, devido a grande quantidade de aparelhos elétricos essenciais para o desenvolvimento das atividades agropecuárias. Sendo que o valor a ser pago ao final de seis meses consecutivos é em função do consumo de energia elétrica. Nos meses de janeiro, fevereiro, março, abril e maio de 2011 esse valor a ser pago pode ser expresso por <math>y = 0,27x</math>, determine qual foi o valor a ser pago no Mês de janeiro, considerando um consumo 700kwh:</p> <p><math>y = 0,27 \cdot x</math>  <math>y = 0,27 \cdot 700</math>  <math>y = R\\$ 189,00</math></p>	situações
-----	--	-----------

Figura 3 – Exemplo 1 de Tratamento

$$4.069,31 \div 6.309 \text{ litros} \approx 0,64$$
$$0,64 \times 8.000 \text{ l} = \text{R\$ } 5.160,00$$

Figura 4– Exemplo 2 de Tratamento

Analisando o exemplo 1, verificamos que eles apresentam sua resolução no registro algébrico, ou seja, o aluno necessita apenas substituir valores nas equações e realizar a operação. O que significa que ele parte do registro algébrico já fornecido na questão e termina sua resolução no mesmo registro algébrico. Já no exemplo 2, os alunos apresentam a resolução utilizando somente registro aritmético.

### Considerações Finais

Durante a atividade, as narrativas dos alunos foram significativas, possuindo um papel fundamental para a aprendizagem do conceito de Função, pois os alunos, ao explicitarem suas ideias, pensamentos e raciocínios, estavam refletindo sobre as mesmas e argumentando para justificar seus posicionamentos. As informações obtidas neste trabalho nos levam a crer que as atividades de modelagem matemática podem auxiliar o aluno a compreender o aspecto dinâmico do conceito de função.

Os alunos demonstraram durante a atividade facilidade em realizar conversões entre todos os registros, só observamos que em geral, optam pelo registro tabular como registro de partida, considerando que a partir deste será fácil interpretar e analisar o comportamento da situação estudada. Já o registro gráfico não é utilizado em nenhum momento como registro de partida, como também apresentam dificuldade em realizar conversões do registro gráfico para o registro algébrico, preferindo fazer conversões do registro algébrico para o gráfico.

Com relação aos tratamentos, demonstraram facilidade em realizá-los, sendo que na maioria dos casos preferiram utilizar a lei matemática, ou seja, registro algébrico já fornecido na questão e conclui sua resolução no mesmo registro algébrico.

### Referências Bibliográficas

- BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**. São Paulo: Editora Contexto, 2002.
- BRASIL, **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Matemática. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 2002.
- CALDEIRA, Ademir Donizeti. Modelagem Matemática: um outro olhar. Alexandria - Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, v. 2, n. 2, p. 33-54, jul. 2009.

- DAMM, Regina Flemming. Registros de Representação. In: Machado, Silvia Dias Alcântara (et. al). *Educação Matemática: uma introdução*. 3ª edição, São Paulo: EDUC, 2008, p. 167-188.
- DUVAL, Raymond. Registre de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*. Strasbourg: *IREM – ULP*, 1993.
- \_\_\_\_\_, Raymond. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo da compreensão matemática. In: MACHADO, Sílvia Dias de Alcântara (org). *Aprendizagem em Matemática: registros de representação semiótica*. Campinas, Papirus, 2003.
- RÊGO, Rogeria Gaudencio do. **Um Estudo sobre a Construção do Conceito de Função**. Tese (Doutorado em Educação) UFRGN, Natal, 2000.
- ROSA, Claudia Carreira. OS Registros de Representação Semiótica e a Modelagem Matemática: A Realização de Conversões em uma Atividade no Ensino Médio. *Diálogos & Saberes*, Mandaguari, 2009, v. 5, n. 1, pp111-124.
- TRINDADE, José Análio de Oliveira; MORETTI, Mérciles Thadeu , Uma Relação Entre a Teoria Histórico-cultural e a Epistemologia Histórico-crítica no Ensino de Funções: A Mediação. *Zetetiké*, Campinas, SP: UNICAMP-FE- CEMPEM, jan-jun/2000 nº 13/14, vol.8, pp7-28.
- VERTUAN, Eduardo Rodolfo . **Um olhar sobre a modelagem Matemática à luz da teoria dos registros de representação semiótica**. Dissertação (Mestrado), Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2007.