

# VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática



ULBRA - Canoas - Rio Grande do Sul - Brasil  
16, 17 e 18 de outubro de 2013

Relato de Experiência



## ADIÇÃO DE NÚMEROS RELATIVOS: UMA PROPOSTA DE ENSINO

Cristiano Cardoso Pereira\*

### Resumo:

Ao longo da história da matemática, podemos observar a grande dificuldade que a compreensão do tema números relativos tem oferecido a matemáticos e estudantes nos processos de ensino e aprendizagem. Neste trabalho, que faz parte de uma pesquisa para dissertação de mestrado, pretendemos fazer um relato da aplicação de uma etapa de uma sequência didática destinada a uma turma do ensino fundamental, que objetiva contribuir para a compreensão da operação adição de números relativos associando-os à ideia de posição relativa sob a perspectiva da teoria dos campos conceituais de Vergnaud.

**Palavras-chave:** Adição de números relativos. Educação matemática. Sequência didática.

### 1. Introdução

Ao longo da minha trajetória profissional venho constatando que muitos alunos apresentam dificuldades para a compreensão dos números relativos e as operações associadas, desde o momento em que são apresentados, no ensino fundamental, até o ensino médio.

Tais dificuldades enfrentadas pelos alunos são compreensíveis, uma vez que a humanidade levou centenas de anos para aceitar e compreender os números negativos. Para Schubring, a história dos números negativos apresenta exemplos significativos que demonstram que a continuidade de seu desenvolvimento esteve permeada "... de desvios,

\* Mestrando em Ensino de Matemática – UFRGS  
Professor de matemática na EMEF – Professor Thiago Wurth  
E-mail: crispe75@bol.com.br

de regressos, de obstáculos, de diversidade conceitual em comunidades matemáticas diferentes” (p.2, 2007).

Conforme os Parâmetros Nacionais Curriculares, o ensino dos números positivos, negativos e o zero “podem surgir como uma ampliação do campo aditivo, pela análise de diferentes situações em que esses números estejam presentes. Eles podem representar diferença, falta, orientação e posições relativas” (BRASIL, 1998, p. 66).

Acreditamos que a abordagem deste assunto a partir de diferentes contextos e procedimentos possa contribuir para o seu aprendizado. Para Vergnaud *“é necessário, para compreender o desenvolvimento e a apropriação dos conhecimentos, estudar conjuntos bastante vastos de situações e conceitos ou seja campos conceituais”* (1980, p. 81).

Desta forma, neste trabalho, de cunho experimental, relatamos parte de uma sequência didática desenvolvida em uma pesquisa de mestrado para alunos do sétimo ano do ensino fundamental de uma escola pública da cidade de Canoas, que pertence à Região Metropolitana de Porto Alegre.

## **2. A sequência didática**

Para os fins deste relato, consideramos pertinente relatar e apresentar as análises relativas ao sétimo encontro da sequência didática elaborada para os fins da pesquisa.

No decorrer deste sétimo encontro, propusemos o desenvolvimento de atividades que objetivavam num primeiro momento, ainda que intuitivamente, o desenvolvimento da operação – adição de números relativos e posteriormente a formalização desta operação. Para tanto, disponibilizamos para os alunos material impresso com as atividades propostas.

Como atividade inicial, propusemos aos alunos uma retomada a atividade – jogo com dados coloridos, desenvolvida em aula anterior, através da qual utilizamos e associamos dados brancos e vermelhos com a finalidade de introduzir o conceito intuitivo da operação adição de números relativos. Porém, nesta nova perspectiva da atividade, os alunos deveriam apenas completar os espaços em branco da tabela, como se o grupo de jogadores houvesse “esquecido” de completar tais valores. A realização desta tarefa inicial proporcionou aos alunos, situações diversas relacionadas à adição de números relativos positivos e negativos. Em um segundo momento, pós o desenvolvimento da primeira parte

desta tarefa, concluímos a mesma com a reflexão – formalização dos conceitos, lastreada pelos valores vinculados e atribuídos pelos alunos na primeira parte do exercício. É importante destacar que, no decorrer desta atividade, disponibilizamos aos alunos dados coloridos – brancos e vermelhos, com objetivo auxiliar os alunos que, por ventura, ainda demonstrassem dificuldades no preenchimento da tabela. Por fim, propusemos uma atividade com a finalidade de vincular as cores dos dados coloridos aos sinais de positivo e negativo, além de formalizar a operação adição de números relativos. Abaixo destacamos a primeira atividade proposta.

### 1 – Jogo com dados coloridos

Este jogo consiste na utilização de 2 dados coloridos um vermelho e outro branco. Regra do jogo: O jogo pode ser jogado por 4 ou 5 jogadores e a cada rodada o jogador deve arremessar os dados juntos (ao longo de 3 rodadas). **Os valores obtidos devem ser registrados em tabela, observando-se o seguinte código:** *cada ponto vermelho sorteado deve ser escrito com a letra V ( por exemplo: 2V) e cada ponto branco sorteado deve ser escrito com a letra B( por exemplo: 5B).* **Importante:** sabendo que um ponto vermelho anula um branco, registrar o “somatório” obtido a cada rodada com a letra resultante( V ou B) na coluna resultado e ao final das 3 rodadas, de acordo com as regras estabelecidas, registrar o “somatório” dos pontos obtidos (não esqueça a letra resultante: V ou B) na linha TOTAIS da tabela. Sai vitorioso o jogador que obtiver no espaço “**resultado total**”, da tabela, o maior número de pontos “brancos” registrados;

OBS: Todos os jogadores são também fiscais...

Termine o trabalho do grupo.

	Pontos do dado vermelho	Pontos do dado branco	Resultado
A (1° Rodada )		2B	3V
A (2° Rodada )	5V		2V
A (3° Rodada )	1V	5B	
TOTAL			

B (1° Rodada )	1V		5B
B (2° Rodada )	2V	2B	
B (3° Rodada )	4V		3V
TOTAL			
C (1° Rodada )	6V	1B	
C (2° Rodada )	5V	3B	
C (3° Rodada )	6V	4B	
TOTAL			
D (1° Rodada )	3V	3B	
D (2° Rodada )	4V	1B	
D (3° Rodada )	1V		5B
TOTAL			
E (1° Rodada )	3V	1B	
E (2° Rodada )	4V	4B	
E (3° Rodada )	3V		2B

Após a verificação das respostas sugeridas pelos alunos, na primeira parte desta atividade, observamos que muitos conseguiram completar corretamente a tabela. Contudo observamos erros cometidos por alguns alunos. Abaixo destacamos alguns exemplos de erros cometidos pelos alunos.

## Exemplo 1

	Pontos do dado vermelho	Pontos do dado branco	Resultado
A (1ª Rodada)	5V	2B	3V
A (2ª Rodada)	5V	3B	2V
A (3ª Rodada)	1V	5B	4B
TOTAL	11	9	9
B (1ª Rodada)	1V	6B	5B
B (2ª Rodada)	2V	2B	0B
B (3ª Rodada)	4V	1B	3V
TOTAL	7	9	8
C (1ª Rodada)	5V	1B	5V
C (2ª Rodada)	5V	3B	2V

Figura 1 - grupo1

Nesta sugestão de resposta, observamos o correto preenchimento da tabela nas lacunas relativas às rodadas, porém o mesmo não ocorreu com o preenchimento da linha TOTAL. Podemos verificar neste exemplo, a não vinculação da soma proposta às cores vermelha ou branca e a observação equivocada da operação proposta em algumas linhas, principalmente na coluna resultado.

## Exemplo 2

	Pontos do dado vermelho	Pontos do dado branco	Resultado
A (1ª Rodada)	5V	2B	3V
A (2ª Rodada)	5V	3B	2V
A (3ª Rodada)	1V	5B	4B
TOTAL	11V	10B	5V
B (1ª Rodada)	1V	6B	5B
B (2ª Rodada)	2V	2B	0B
B (3ª Rodada)	4V	3B	3V
TOTAL	7V	11B	3V
C (1ª Rodada)	5V	1B	5V
C (2ª Rodada)	5V	3B	2V

Figura 2 – grupo3

Novamente observamos erros relativos ao preenchimento da célula da coluna resultado e linha total. Também observamos a interessante resposta atribuída na segunda rodada do jogador B. O aluno considerou o zero como B e/ou V simultaneamente.

Ao analisar as demais respostas que apresentavam erros no preenchimento da tabela, verificamos que, a maioria dos mesmos, se concentrava na célula relativa à coluna resultado e a linha totais.

Desta forma, tendo em vista os erros apresentados, consideramos ser necessária a retomada desta atividade, principalmente quanto à compreensão das “operações” necessárias para o correto preenchimento da célula relativa à coluna “resultado” e a linha “totais”. Estabelecemos que, tal retomada seria realizada no próximo encontro.

Após a realização da primeira parte das atividades propostas neste encontro, propusemos aos alunos a reflexão – formalização. Nesta, os alunos, lastreados pela tabela trabalhada anteriormente, deveriam responder aos questionamentos:

- 1) O que acontece quando juntamos apenas pontos vermelhos?
- 2) O que acontece quando juntamos pontos brancos?
- 3) O que pode acontecer quando juntamos pontos brancos e pontos vermelhos?

Abaixo destacamos cada questão proposta e algumas respostas sugeridas que, de modo geral, sintetizam as demais.

- 1) O que acontece quando juntamos apenas pontos vermelhos?

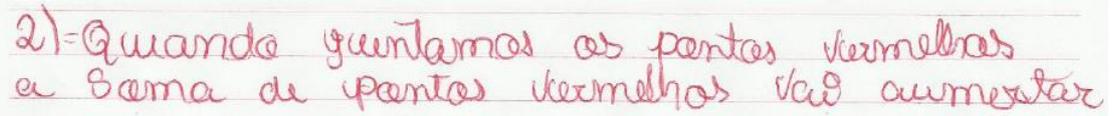
Exemplo 1



2, juntando Vermelha com vermelha  
acontece que somamos juntas um  
com o outro

Figura 3 – aluno 12

Exemplo 2

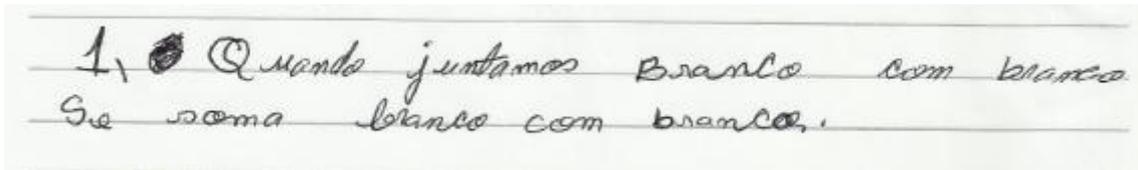


2) - Quando juntamos os pontos vermelhos a soma de pontos vermelhos vai aumentar

Figura 4 – aluno 19

2) O que acontece quando juntamos apenas pontos brancos?

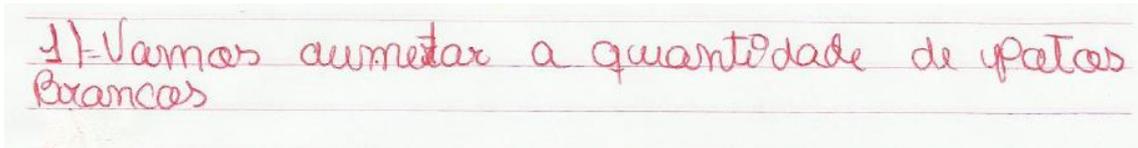
Exemplo 1



1) Quando juntamos Branco com Branco  
Se soma Branco com Branco.

Figura 5 – aluno 4

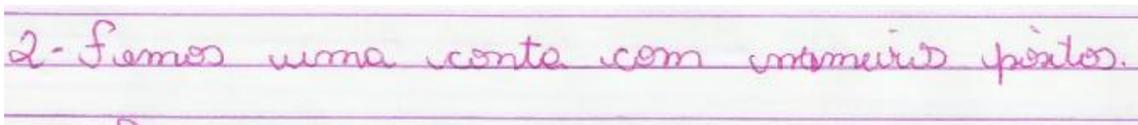
Exemplo 2



1) - Vamos aumentar a quantidade de pontos Brancos

Figura 6 – aluno 9

Exemplo 3



2 - Famos uma conta com unsmeios pontos.

Figura 7 – aluno 3

3) O que pode acontecer quando juntamos pontos brancos e pontos vermelhos?

Exemplo 1

3) = Eu acho que vou ~~comparar~~ ser  
somada as duas quantidade de pontos  
a sim como a quantidade de pontos  
vermelhos ou Brancos.

Figura 8 – aluno 19

### Exemplo 2

3) DEPENDE SE TIVER MAIS PONTOS VERMELHOS O VERMELHO GANHA SE TIVER  
MAIS PONTOS BRANCOS O BRANCO GANHA E SE BRANCO E VERMELHO OS DOIS  
ESTIVEREM COM A MESMA QUANTIA DÁ O RESULTADO DE 0

Figura 9 – aluno 24

No terceiro momento deste encontro desenvolvemos a última atividade planejada para o mesmo. Tal atividade consistiu em finalmente “oficializar” ponto vermelho como negativo e ponto branco como positivo. Ao longo desta atividade não houve considerações ou discordâncias sobre a nova denominação. Ao questionar a turma se todos concordavam com o uso dos sinais de positivo e de negativo para designar pontos brancos e vermelhos, apenas o aluno Ru comentou: “tranquilo sor, o sinal de menos combina com os pontos vermelhos e o de mais combina com os pontos brancos”.

Abaixo destacamos a atividade proposta.

Observando a atividade anterior, se considerarmos pontos de cor branca como positivos e pontos de cor vermelha como negativos qual resultado obtemos quando:

- a) Juntamos - 2 e +5

b) Juntamos  $+ 8 e +1$

c) Juntamos  $- 4 e -3$

d) Juntamos  $+7 e -5$

Ao verificarmos esta atividade, observamos que a maioria dos alunos conseguiu compreendê-la. Porém, percebemos que alguns alunos cometeram erro de cálculo (contagem). Abaixo destaco um exemplo deste tipo de erro:

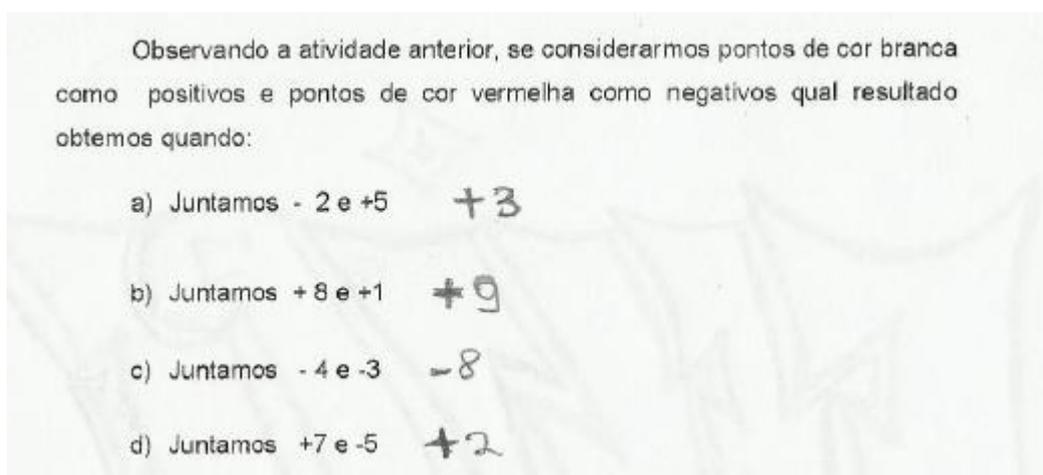


Figura 10 – aluno 15

Também percebemos alguns erros em decorrência do cálculo e do sinal utilizado. Abaixo destacamos um exemplo deste tipo de erro.

Observando a atividade anterior, se considerarmos pontos de cor branca como positivos e pontos de cor vermelha como negativos qual resultado obtemos quando:

a) Juntamos  $-2$  e  $+5$   $3+$

b) Juntamos  $+8$  e  $+1$   $2+$

c) Juntamos  $-4$  e  $-3$   $6+$

d) Juntamos  $+7$  e  $-5$   $2+$

Figura 11 – aluno 2

Abaixo destacamos um exemplo de sugestão de resposta em que podemos destacar, além do erro cometido pelo aluno no item c, verificamos que o aluno, apesar das combinações iniciais sobre a nova denominação a ser implementada, optou por continuar a utilizar as letras B e V.

Observando a atividade anterior, se considerarmos pontos de cor branca como positivos e pontos de cor vermelha como negativos qual resultado obtemos quando:

a) Juntamos  $-2$  e  $+5$   $3B$

b) Juntamos  $+8$  e  $+1$   $9B$

c) Juntamos  $-4$  e  $-3$   $0VB$

d) Juntamos  $+7$  e  $-5$   $2B$

Figura 12 – aluno 8

É importante destacar que, de modo geral, poucos foram os erros observados nesta atividade, com exceção do item c que apresentou 12 alunos com respostas equivocadas principalmente confundindo o sinal de um dos números ocasionando o erro. Abaixo destacamos um exemplo deste tipo de erro.

Observando a atividade anterior, se considerarmos pontos de cor branca como positivos e pontos de cor vermelha como negativos qual resultado obtemos quando:

- a) Juntamos - 2 e +5 ~~2~~ +3
- b) Juntamos + 8 e +1 +9
- c) Juntamos - 4 e -3 -1 ←
- d) Juntamos +7 e -5 +2

Figura 13 – aluno 18

Após a análise das respostas sugeridas pelos alunos nesta parte da atividade, observamos a necessidade de no próximo encontro refletir sobre as respostas sugeridas principalmente em relação ao item c.

Por fim, concluímos a atividade com a reflexão:

Para refletir: Por qual outra palavra podemos substituir o termo “juntamos”?

A maioria absoluta dos alunos respondeu que o termo “somamos” seria adequado. Outros termos com o mesmo sentido foram sugeridos como “reunimos”, “acrescentamos” e “misturamos”.

#### 4. Conclusões

Ao observar as atividades e analisar as respostas sugeridas pelos alunos para as atividades propostas, observa-se que na primeira atividade muitos alunos apresentam dificuldades no preenchimento da coluna "resultado" na linha "totais" demonstrando a não associação da operação adição em um contexto unificado de valores. Por outro lado, verificamos que alguns alunos conseguiram compreender esta proposta, porém incorreram em erros de cálculo, ou seja, não observaram (ou confundiram) a cor e ou número a ela associado. Quanto as reflexões propostas após o desenvolvimento da primeira parte da atividade, verificamos que de modo geral a maioria dos alunos compreendeu a associação proposta com dados de mesma cor e de cores diferentes, associação esta que, para os fins desta pesquisa torna-se fundamental.

No terceiro momento desta atividade, propomos a associação das cores dos dados aos sinais de positivo e negativo de modo a introduzir a formalização da operação adição de números relativos. De modo geral verificamos que os alunos compreenderam a atividade. Alguns erros relativos ao cálculo (contagem), a associação e a inversão de sinais foram observados.

Acreditamos que a formalização de tais conceitos possa ser obtida a partir de uma reflexão coletiva, com o instrumento – “brincar de tribunal”, onde os alunos devem argumentar e defender as respostas que julgarem corretas e deste modo contribuir para o amadurecimento e a reflexão do assunto para alguns e para outros a possibilidade da formação de um novo ponto de vista e a consequente construção dos conceitos propostos.

Por fim, destacamos que na etapa seguinte desta pesquisa, propomos uma discussão acerca das respostas sugeridas nas atividades relatadas. O “pano de fundo” desta atividade foi o instrumento anteriormente mencionado – “brincar de tribunal”. Podemos observar com satisfação que, de modo geral, os alunos compreenderam a sugestão proposta e ao defrontarem suas respostas e argumentos com as diferentes justificativas e respostas sugeridas por seus colegas, em não raras vezes, externaram a compreensão do erro cometido enriquecendo a atividade e proporcionando momentos de crescimento para o grupo.

## **5. Referências bibliográficas**

**BRASIL.** Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais : Matemática / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC /SEF, 1998. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>. Acesso em : 28/03/ 2013.

**SCHUBRING,** Gert. Pesquisar sobre a história do ensino da matemática: metodologia, abordagens e perspectivas. In: MOREIRA, D.; MATOS, J. M. (org). *História do ensino da matemática em Portugal*. Portugal: SPCE, 2005. p. 5 – 20.

**VERGNAUD,** Gérard. Psicologia do desenvolvimento cognitivo e didática das matemáticas. Um exemplo: as estruturas aditivas. *Análise Psicológica*, V.1, 75 -90, 1980.