

# VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática



ULBRA - Canoas - Rio Grande do Sul - Brasil

16, 17 e 18 de outubro de 2013

Comunicação Científica



## ORIENTAÇÕES CURRICULARES PARA O ENSINO MÉDIO: UMA ANÁLISE DO BLOCO DE CONTEÚDOS NÚMEROS E OPERAÇÕES SOB A PERSPECTIVA DO ENFOQUE ONTOSEMIÓTICO

Luísa Silva Andrade<sup>1</sup>

Carmen Teresa Kaiber<sup>2</sup>

### Temática: Educação Matemática no Ensino Médio

**Resumo:** Este artigo apresenta um recorte de uma pesquisa em desenvolvimento que objetiva investigar o currículo de Matemática no Ensino Médio, no âmbito das escolas públicas estaduais do Estado do Rio Grande do Sul, no sentido de estabelecer critérios que norteiem esse nível de ensino no que se refere a Matemática. A investigação está baseada no enfoque ontosemiótico do conhecimento e a instrução matemática, aporte estabelecido por Godino (2002, 2011) e colaboradores. Neste trabalho, será apresentada uma análise qualitativa sobre Números e Operações, bloco de conteúdos que faz parte do documento Orientações Curriculares para o Ensino Médio (BRASIL, 2006) tomando como referência o enfoque apontado. A partir da análise realizada, pode-se inferir que, o bloco de conteúdos Números e Operações destaca a importância da construção dos conjuntos numéricos, suas operações, algoritmos e propriedades. Percebe-se também, a ênfase para o uso de problemas práticos do cotidiano, bem como o destaque para a interpretação e o uso da argumentação matemática.

**Palavras Chaves:** Enfoque Ontosemiótico. Ensino Médio. Currículo de Matemática. Números e Operações.

## INTRODUÇÃO

A Matemática é uma ciência que, historicamente se utiliza do rigor e do formalismo para evidenciar a evolução dos significados de seus conhecimentos. Com seus próprios significados, a Matemática escolar faz parte do saber institucionalizado, tendo como lógica os processos dedutivos de resolução dos problemas. No entanto, embora estejam preconizados em documentos oficiais (Parâmetros Curriculares, Projetos Pedagógicos) normativas de organização e implementação do trabalho com a Matemática, construir um currículo de

<sup>1</sup> Doutoranda do Programa de Pós-Graduação em Ensino e Ciências e Matemática – PPGECIM. Universidade Luterana do Brasil – ULBRA. [luisaandrade1@yahoo.com.br](mailto:luisaandrade1@yahoo.com.br)

<sup>2</sup> Doutora em Ciências da Educação. Professora do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Luterana do Brasil – ULBRA. [kaiber@ulbra.br](mailto:kaiber@ulbra.br)

Matemática que contextualize e dê significado aos conhecimentos, possibilitando resolver problemas fora da escola, é um desafio a todos os envolvidos no processo educativo.

Interessados no modo como a Matemática é percebida e desenvolvida na escola, Godino (2002, 2011)<sup>3</sup> e colaboradores (GODINO e BATANERO, 1994; GODINO, CONTRERAS e FONT, 2006; D'AMORE, FONT e GODINO, 2007; GODINO e FONT, 2007; GODINO, FONT e WILHELMI, 2007; GODINO, BATANERO E FONT, 2008; GODINO, RIVAS e ARTEAGA, 2012) desenvolveram, por meio de diferentes trabalhos, um conjunto de noções teóricas que formam um enfoque ontológico-semiótico, denominado “enfoque ontosemiótico do conhecimento e a instrução matemática<sup>4</sup>” (EOS). Esse quadro teórico é resultado de um “processo de reflexão que parte de uma interpretação do clássico ‘triângulo epistemológico’, com o objetivo de analisar as relações entre o pensamento, a linguagem e as situações em que se desenvolvem a atividade matemática” (GODINO, 2002, p. 04).

Assim, neste artigo, apresentam-se resultados parciais de uma pesquisa que está sendo produzida e que tem por objetivo investigar o currículo de Matemática no Ensino Médio, no âmbito das escolas públicas estaduais no Estado do Rio Grande do Sul (RS), sob a perspectiva do enfoque ontosemiótico, no sentido de estabelecer critérios que norteiem a Matemática. São apresentados, aqui, resultados referentes à análise realizada, com base nos indicadores de idoneidade<sup>5</sup> epistêmica do EOS, sobre o bloco de conteúdos Números e Operações.

O documento Orientações Curriculares para o Ensino Médio (BRASIL, 2006) foi organizado com a intenção de desenvolver indicativos que pudessem contribuir para o diálogo entre professor e escola sobre a prática docente. No que se refere aos conteúdos de Matemática a serem desenvolvidos no Ensino Médio, o documento apresenta quatro blocos: Números e Operações; Funções; Geometria; Análise de Dados e Probabilidade. Isso não significa que os conteúdos desses blocos devam ser trabalhados de forma estanque, mas, ao contrário, deve-se buscar constantemente a articulação entre eles.

Por outro lado, por meio do EOS, Godino (2011) afirma que, o enfoque apresenta ferramentas teóricas para analisar conjuntamente, o pensamento matemático, as situações e os fatores que determinam seu desenvolvimento. Manifesta-se então, interesse em analisar o

---

<sup>3</sup> Os trabalhos citados de Godino e colaboradores estão disponíveis na internet (<http://www.ugr.es/local/jgodino>).

<sup>4</sup> Instrução matemática: entendida como ensino e aprendizagem de conteúdos específicos no âmbito dos sistemas didáticos (GODINO, BATANERO E FONT, 2008, p.01).

<sup>5</sup> O termo “idoneidad” utilizado no âmbito do EOS está sendo aqui traduzido como idoneidade, embora no texto em português de Godino, Batanero e Font (2008) tenha sido traduzido como adequação. Considera-se que adequação não traduz todo o significado que a noção de “idoneidad” abarca.

currículo de Matemática sob esta perspectiva, particularmente aqui, aspectos que se referem aos conhecimentos matemáticos.

## **O ENFOQUE ONTOSEMIÓTICO DO CONHECIMENTO E A INSTRUÇÃO MATEMÁTICA (EOS)**

De acordo com D'Amore, Font e Godino (2007), o EOS possibilita a discussão da noção de configuração de objetos e significados como caminho para produzir os conhecimentos matemáticos.

Godino e Font (2007), afirmam que, no EOS, os “objetos matemáticos não são apenas conceitos, mas qualquer entidade ou coisa sobre a qual nos referimos ou falamos, seja real, imaginária ou de qualquer outro tipo que intervém de algum modo na atividade matemática” (2007, p. 02). Dessa forma, para os autores, o objeto matemático descreve a atividade e prática matemática, seus produtos resultantes e os processos de comunicação.

Para Godino e Batanero (1994), considera-se prática matemática toda ação ou expressão (verbal, escrita ou gráfica) realizada para resolver problemas matemáticos e comunicar a outros a solução obtida.

Godino, Contreras e Font (2006) ponderam que as práticas matemáticas envolvem objetos que são representados de diferentes formas (textual, oral, por meio de gestos, entre outras), onde por meio desses sistemas de práticas<sup>6</sup> surgem novos objetos que dão conta de sua organização e estrutura (tipos de problemas, linguagens, procedimentos, definições, proposições e argumentação).

A partir desta perspectiva, Godino (2002, 2011) e Godino e colaboradores (1994, 2006, 2007, 2008, 2012), elaboraram cinco níveis<sup>7</sup> de análise didática na tentativa de ampliar a compreensão sobre o processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Segundo Godino (2002), esses níveis podem ser aplicados em um processo de estudo matemático dentro do contexto ontosemiótico, são eles: sistemas de práticas e objetos matemáticos (prévios e emergentes); processos matemáticos e conflitos semióticos; configurações e trajetórias didáticas; sistemas de normas que condicionam e fazem possível o processo de estudo; idoneidade didática do processo de estudo.

---

<sup>6</sup> Sistemas de práticas: corresponde a relatividade sócio-epistêmica e cognitiva dos significados (GODINO, 2003, p. 141).

<sup>7</sup> Os cinco níveis de análise didática estão descritos no trabalho de Godino (2011), disponível na internet ([http://www.ugr.es/~jgodino/eos/jdgodino\\_indicadores\\_idoneidad.pdf](http://www.ugr.es/~jgodino/eos/jdgodino_indicadores_idoneidad.pdf)).

Ainda, de acordo com Godino (2011), a noção de idoneidade didática requer a reconstrução de um significado de referência para os objetos matemáticos e didáticos pretendidos. Essa noção é desdobrada em seis dimensões e tem sido introduzida no EOS como ferramenta de análise, pois “pode servir como um ponto de partida para uma teoria do design instrucional que leve em consideração, de forma sistêmica, as dimensões epistêmica-ecológica, cognitiva-afetiva, interacional-mediacional envolvidas em processos de estudo de áreas curriculares específicas” (GODINO, 2011, p. 05). Com isto, a idoneidade didática de um processo de instrução pode ser percebida como a articulação coerente e sistêmica de seis componentes<sup>8</sup>, sendo os mesmos, relacionados entre si. Estes componentes referem-se a: idoneidade epistêmica, idoneidade cognitiva, idoneidade ecológica, idoneidade afetiva, idoneidade interacional, idoneidade mediacional.

Neste artigo, a análise produzida terá como foco a idoneidade epistêmica que se refere ao grau de representatividade dos significados institucionais implementados ou pretendidos, com relação a um significado de referência. Godino, Rivas e Arteaga (2012) propõem cinco elementos que estão classificados segundo as entidades primárias que caracterizam o modelo epistêmico-cognitivo do EOS: situações-problema; elementos linguísticos/representações; regras (conceitos, definições, procedimentos); argumentos; relações.

Os componentes da idoneidade epistêmica e seus respectivos indicadores são apresentados no quadro da Figura 1. Os mesmos serão utilizados como referência para análise proposta.

Figura 1 - Componentes e indicadores de idoneidade epistêmica

<b>Componentes</b>	<b>Indicadores</b>
Situações-problema	a) apresenta-se uma mostra representativa e articulada de situações de contextualização, exercícios e aplicações; b) se propõem situações de generalização de problemas (problematização).
Linguagem	a) uso de diferentes modos de expressão matemática (verbal, gráfica, simbólica), tradução e conversão entre elas mesmas; b) nível de linguagem adequado aos estudantes; c) propor situações de expressão matemática e interpretação.
Regras (definições, proposições, procedimentos)	a) as definições e procedimentos são claros e corretos e estão adaptados ao nível educativo a que se dirigem; b) apresentam-se enunciados e procedimentos fundamentais do tema para o nível educativo dado; c) propõem-se situações onde os estudantes tenham que generalizar ou negociar definições, proposições ou procedimentos.
Argumentos	a) as explicações, comprovações e demonstrações são adequadas ao nível educativo a que se dirigem;

<sup>8</sup> Os seis componentes da idoneidade didática estão descritos detalhadamente no trabalho de Godino, Rivas e Arteaga (2012) disponível na internet (<http://www.revistas2.uepg.br/index.php/praxiseducativa>).

	b) se promovem situações onde os estudantes tenham que argumentar.
Relações	a) os objetos matemáticos (problemas, definições, proposições) se relacionam e se conectam entre si.

Fonte: Godino, Rivas e Arteaga (2012, p. 335).

Conforme Godino, Rivas e Arteaga (2012), dado um sistema de indicadores de idoneidade epistêmica se pode entender o mesmo como um instrumento aplicável a avaliação dos processos de instrução matemática, fazendo-se necessário ampliar e fundamentar tais indicadores para assegurar sua validade como instrumento de medição.

## **NÚMEROS E OPERAÇÕES SOB A PERSPECTIVA DA IDONEIDADE EPISTÊMICA**

Para análise aqui apresentada, encontrou-se nos procedimentos da análise de conteúdo de Bardin (2004) o aporte metodológico que orientou a abordagem ao texto das Orientações Curriculares para o Ensino Médio (BRASIL, 2006). O material foi analisado identificando-se os elementos pertinentes com base no enfoque utilizado para interpretações e inferências. Especificamente apresentam-se, aqui, resultados referentes à análise produzida no bloco de conteúdos Números e Operações sob a perspectiva da idoneidade epistêmica pertencente ao EOS.

Dos cinco indicadores de idoneidade epistêmica destacam-se, nesta análise, apenas três: situações-problema, linguagem e regras, pois, entende-se que, estes são componentes passíveis de estarem presentes em materiais desta natureza, ou seja, que possuem a finalidade de orientar, mapear caminhos a serem percorridos pela comunidade educacional.

Números e Operações é um bloco de conteúdos amplo que abrange toda a construção numérica que envolve os tipos de conjuntos, seus axiomas e operações. Pontuando especificamente a importância de alguns conjuntos para o ensino e aprendizagem da Matemática, destaca-se através das palavras de Romanatto (1999) que, o número racional deve ser visto como uma teia de relações por apresentarem diversas ideias, de acordo com o contexto em que aparecem, podendo expressar os seguintes significados: uma medida (parte-todo), um quociente, uma razão, um operador multiplicativo, um número na reta numérica e uma probabilidade. Além disso, o autor considera estas relações necessárias para a plena compreensão de números racionais.

Já Borba (1998, p. 125), argumenta que, no âmbito do ensino dos números relativos, “as formas de representação podem ser uma das principais causas das dificuldades das crianças quando lidam com números relativos, já que não parece haver muitas dificuldades na

compreensão de situações cotidianas que envolvem esse campo numérico”. Para a autora, devem-se buscar modelos nos quais as relações entre contextos e representações sejam mais claras e perceptíveis através de diferentes representações.

Com relação ao estudo dos números complexos, no Ensino Médio, Spinelli (2009, p. 03) afirma que se faz necessário refletir, pois “boa parte do tradicional estudo dos complexos no Ensino Médio fica restrita ao tratamento das operações entre eles, de modo semelhante ao qual é submetida à criança quando na educação infantil, começa a tomar contato com as operações entre números naturais [...]”. O autor ainda diz que, uma das formas de abordar este conjunto seria através do conhecimento que os estudantes possuem acerca da resolução de problemas envolvendo números reais, recaindo posteriormente em equações de terceiro grau.

Assim, percebe-se que, a apresentação dos números e seus respectivos conjuntos deve estar vinculada a problemas e/ou situações práticas, apresentando suas possibilidades, transformações e aplicabilidade, além de destacar suas propriedades e operacionalização.

A seguir, apresenta-se a análise dos indicadores de idoneidade epistêmica (situações-problema, regras e linguagem) e das categorias (normas e justificativas/explicações) organizadas em cada um desses indicadores. Segundo Godino, Rivas e Arteaga (2012), no marco do EOS, as categorias normas e justificativas/explicações são consideradas como epistêmicas, pois fazem referência a características do conhecimento matemático contemplado desde o ponto de vista institucional. Destaca-se que, na análise, serão apresentados apenas exemplos de como os indicadores mencionados se manifestam, em função das limitações deste artigo.

No que se refere às **situações-problema**, o documento analisado expressa com clareza uma posição normativa sobre a utilização de tais situações, apontando orientações sobre como as mesmas devem ser desenvolvidas e justificando normas para utilização da resolução de problemas no desenvolvimento dos conceitos pertencentes ao bloco de conteúdo Números e Operações.

Destacam-se, a seguir, passagens do texto que, entende-se, explicitam ideias que se referem a normas:

**Deve-se proporcionar aos alunos uma diversidade de situações, de forma a capacitá-los a resolver problemas do cotidiano**, tais como: operar com números inteiros e decimais finitos; operar com frações, em especial porcentagens; fazer cálculo mental e saber estimar ordem de grandezas e números; usar calculadoras e números em notação científica; resolver problemas de proporcionalidade direta e inversa [...] (BRASIL, 2006, p. 70, grifo nosso).

É preciso proporcionar aos alunos uma diversidade de problemas geradores da necessidade de ampliação dos campos numéricos e suas operações, dos números naturais para contar aos números reais para medir (BRASIL, 2006, p. 71).

Com relação à justificativas/explicações apontam-se:

O trabalho com este bloco de conteúdo deve tornar **o aluno capaz de**, ao final do Ensino Médio, **decidir as vantagens/desvantagens de uma compra à vista ou a prazo; avaliar o custo de um produto em função da quantidade; conferir se estão corretas informações em embalagens de produtos quanto ao volume; calcular impostos e contribuições previdenciárias; avaliar modalidades de juros bancários** (BRASIL, 2006, p. 71, grifo nosso).

As **regras (definições, proposições, procedimentos)** aparecem nas Orientações Curriculares para o Ensino Médio (Brasil, 2006), por meio de normas, justificativas e explicações sobre a aplicação de procedimentos, da formulação de conjecturas e do desenvolvimento de conceitos. Podem-se explicitar tais afirmações através das seguintes normas de caráter específico com relação aos números racionais, irracionais e complexos:

É pertinente neste nível de escolaridade, **caracterizar os números irracionais/racionais por meio de suas expansões decimais e localizar alguns desses números na reta numérica** (BRASIL, 2006, p. 71, grifo nosso).

**Os números irracionais devem ser entendidos como uma necessidade matemática** que resolve a relação de medidas entre dois segmentos incomensuráveis, sendo apropriado tomar o caso dos segmentos lado e diagonal de um quadrado como ponto de partida. Alguns números irracionais devem ser destacados: raízes quadradas de números naturais que não são quadrados perfeitos e o número PI (BRASIL, 2006, p. 71, grifo nosso).

**Os números complexos devem ser apresentados como uma histórica necessidade de ampliação do conjunto de soluções de uma equação**, tomando-se, para isso, uma equação bem simples, a saber,  $x^2 + 1 = 0$  (BRASIL, 2006, p. 71, grifo nosso).

É recomendável que o professor retome, nesse momento, as “regras de sinais” para multiplicação de números inteiros acompanhadas de justificativas; as definições de multiplicação e divisão de frações; as explicações que fundamentam os algoritmos da multiplicação e da divisão de números inteiros e decimais (BRASIL, 2006, p. 71).

Ainda, é mencionada uma norma de caráter geral com relação aos números reais: **“as propriedades relativas às operações com números reais devem ser trabalhadas de modo que permitam ao aluno a compreensão das estruturas dos algoritmos, prevenindo recorrentes erros na resolução de problemas que envolvam manipulações algébricas”** (BRASIL, 2006, p. 7, grifo nosso).

No que se refere à justificativas/explicações específicas a determinados conteúdos apontam-se:

Mesmo que as operações e os algoritmos já tenham sido estudados no ensino fundamental, é importante retomar esses pontos, aproveitando a maior maturidade dos alunos para entender os pontos delicados dos argumentos que explicam essas operações e algoritmos (BRASIL, 2006, p. 71).

[...] Por exemplo, os alunos devem entender o que acontece com uma desigualdade quando ambos os lados são multiplicados por um mesmo número negativo, ou por que o quadrado de um número nem sempre é maior que o próprio número, ou como resolver inequações que envolvam quocientes (BRASIL, 2006, p. 71).

Com relação **a linguagem**, o documento aponta para expressão de relações matemáticas, para resolução de problemas e para representação de conceitos.

Mesmo que as operações e os algoritmos já tenham sido estudados no ensino fundamental, é importante retomar esses pontos, aproveitando a maior maturidade dos alunos **para entender os pontos delicados dos argumentos que explicam essas operações e algoritmos** (BRASIL, 2006, p. 71, grifo nosso).

[...] **interpretar gráficos; tabelas e dados numéricos** veiculados nas diferentes mídias; ler faturas de contas de consumo de água; luz e telefone; interpretar informações dadas em artefatos tecnológicos (termômetro, relógio, velocímetro) (BRASIL, 2006, p. 70, grifo nosso).

## **TECENDO CONSIDERAÇÕES**

Os três indicadores de idoneidade epistêmica destacados na análise do bloco de conteúdos Números e Operações que integram as Orientações Curriculares para o Ensino Médio (BRASIL, 2006), organizados a partir de normas e justificativas/explicações podem ser considerados, conforme Godino (2011), como produções de uma concretização de significados de referência para o processo de ensino da Matemática. No quadro da Figura 2, apresenta-se uma síntese da análise produzida no documento, considerando os três indicadores de idoneidade epistêmica:

Figura 2 - Indicadores de idoneidade epistêmica presentes em Números e Operações

### **Situações-problema:**

O documento analisado aponta para a necessidade de resolver uma diversidade de problemas práticos do cotidiano, inclusive de proporcionalidade direta e inversa, relativos à ampliação dos campos numéricos e suas operações (partindo do conjunto dos números naturais sob uma perspectiva de contagem até chegar ao conjunto dos números reais, ampliando posteriormente, ao conjunto dos números complexos); enfatiza o cálculo mental, a estimação de grandezas e números, o uso de calculadoras, a notação científica. Indica que o estudante, ao final do Ensino Médio, deve conseguir resolver os seus problemas diários, analisando os custos de uma compra (vantagens/desvantagens, à vista/a prazo), por exemplo, calcular impostos e contribuições previdenciárias, avaliar modalidades de juros bancários, entre outros.

**Regras (definições, proposições, procedimentos):**

Destaca a pertinência dos conjuntos dos números racionais e irracionais serem apresentados através de expansões decimais. Aponta à importância de se trabalhar a reta numérica (localização). Com relação aos números complexos, orienta para o trabalho a partir de problemas envolvendo os números reais, para que, este conjunto seja percebido como uma histórica necessidade de ampliação do conjunto de soluções de uma equação. Evidencia também, a necessidade de compreensão do desenvolvimento dos algoritmos que conduzam as operações dentro do conjunto dos números reais.

**Linguagem:**

Recomenda a utilização de representações por meio de gráficos, tabelas, símbolos em diferentes mídias e contextos. Destaca a importância da interpretação e do uso da argumentação matemática para algoritmos, propriedades e operações.

A análise produzida, sob a perspectiva do EOS buscou aprofundar, por um lado, os conhecimentos sobre o enfoque e, ao mesmo tempo, lançar um olhar sob a perspectiva didática-epistêmica presente no bloco de conteúdos investigado.

O documento investigado, devido a sua natureza, é constituído de elementos normativos com a presença de justificativas, onde se destacam ideias de caráter geral, específico e representacionais. A partir do documento, é possível perceber o destaque para importância da construção dos conjuntos numéricos, suas operações, algoritmos e propriedades para o desenvolvimento dos conhecimentos matemáticos. No tocante a utilização de situações problemas, percebe-se a ênfase para o uso de problemas práticos do cotidiano, bem como o destaque para a interpretação e o uso da argumentação matemática.

Com relação ao EOS, entende-se que, o mesmo é um conjunto de pressupostos que provêm de várias vertentes, como afirma Godino (2002, 2011), mas que ainda está em constituição. Dessa forma, fica aberta a necessidade de desenvolver pautas de análise para as distintas áreas do conhecimento matemático, entendidas como instrumentos que propõem de maneira fundamentada indicadores de idoneidade que auxiliem a qualificar o processo de ensino da Matemática.

**REFERÊNCIAS**

BARDIN, Laurence. **Análise de Conteúdo**. 3. ed. Lisboa: Edições 70 LDA, 2004.

BORBA, Rute Elizabete de Souza Rosa. O ensino e a compreensão de números relativos. In: Analúcia Schliemann e David Carraher (orgs.). **A compreensão de conceitos aritméticos: ensino e pesquisa**, p.121-151- Campinas, SP: Papyrus, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias**, Brasília, v. 2, p. 135, 2006. Disponível em: <[http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book\\_volume\\_02\\_internet.pdf](http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book_volume_02_internet.pdf)> Acesso em: 14 mai. 2012.

D'AMORE, Bruno.; FONT, Vicenç.; GODINO, Juan Díaz. La dimensión metadidáctica en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática. **Paradigma**, Maracay, Venezuela, v. XXVIII, n. 2, p. 49-77, 2007.

GODINO, Juan Díaz. Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. In: XIII CIAEM – IACME, 2011, Recife, Brasil. **Anais**. Disponível em: <[http://www.ugr.es/~jgodino/eos/jdgodino\\_indicadores\\_idoneidad.pdf](http://www.ugr.es/~jgodino/eos/jdgodino_indicadores_idoneidad.pdf)>. Acesso em: 10 jun. 2012.

\_\_\_\_\_. Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. **Recherches em Didactiques des Mathematiques**, Grenoble, França, v. 22, n. 2/3, p.237-284, 2002.

GODINO, Juan Díaz; BATANERO, Carmen. Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, Grenoble, França, v. 14, n.3, p.325-355, 1994.

GODINO, Juan Díaz; BATANERO, Carmen; FONT, Vicenç; Um enfoque onto-semiótico do conhecimento e a instrução matemática. **Acta Scientiae** - Revista de Ensino de Ciências e Matemática, Canoas, v. 10, n. 2, p. 07- 37, Jul./Dez., 2008.

GODINO, Juan Díaz; CONTRERAS, Ángel.; FONT. Vicenç. **Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática**. Departamento de Didáctica de la Matemática.Universidad de Granada, 2006. Disponível em:<[http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/analisis\\_procesos\\_instruccion.pdf](http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/analisis_procesos_instruccion.pdf)>. Acesso em: 03 jun. 2012.

GODINO, Juan Díaz; FONT, Vicenç. **Alguns desarrollos y aplicaciones de la teoría de las funciones semióticas**. Departamento de Didáctica de la Matemática.Universidad de Granada, 2007. Disponível em: <[http://www.ugr.es/~jgodino/indice\\_eos.htm](http://www.ugr.es/~jgodino/indice_eos.htm)>. Acesso em: 03 jun. 2012.

GODINO, Juan Díaz; FONT, Vicenç; WILHELMI, Miguel R.; CASTRO, Carlos de. Aproximación a la dimensión normativa en Didáctica de las Matemáticas desde un enfoque onto-semiótico. Conferencia especial invitada en la **21 Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa** (RELME), Maracaibo, 2007.

GODINO, Juan Díaz; RIVAS, Hernán; ARTEAGA, Pedro. Inferencia de indicadores de idoneidad didáctica a partir de orientaciones curriculares. **Práxis Educativa**, Ponta Grossa, v. 7, n. 2, p. 331-354, jul./dez. 2012. Disponível em: <<http://www.revistas2.uepg.br/index.php/praxiseducativa>>. Acesso em: 08 mai. 2012.

ROMANATTO, Mauro Carlos. Número Racional: uma teia de relações. **Zetetiké**, CEMPEM, UNICAMP, v.7, n.12, p.37-49, 1999.

SPINELLI, Walter. **Nem tudo é abstrato no reino dos complexos**. Disponível em:  
<<http://www.nilsonjosemachado.net/sema20091027.pdf>>. Acesso em: 03 mai. 2013.