

# VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática



ULBRA - Canoas - Rio Grande do Sul - Brasil

16, 17 e 18 de outubro de 2013

Minicurso



## USO DE HP PRIME EN LA COMPRESIÓN DE PARÁMETROS EN FUNCIONES POLINOMIALES

Eduardo Basurto<sup>1</sup>

Eduardo Mancera<sup>2</sup>

### Resumen

Los estudiantes de enseñanza media se enfrentan al uso e interpretación de los parámetros en funciones polinomiales, lugares geométricos y expresiones algebraicas en general. Este hecho conduce a la necesidad no solo de diferenciar los parámetros de otro tipo de literales como variables o incógnitas, sino también dar un sentido de uso a los mismos con la finalidad de agrupar los objetos matemáticos en entidades más generales como son las familias de funciones. El presente taller tiene como objetivo mostrar la influencia que puede tener el uso de un recurso tecnológico dinámico en la comprensión de ésta polisemia de las literales, así como en la optimización de las ideas como puede ser la generalización.

*Palabras clave:* Parámetros, literales, entornos tecnológicos, generalización, familias de funciones.

### Introducción.

Desde la década de los años ochenta, la literatura de investigación sobre el tema, advierte que los estudiantes son enfrentados a una *polisemia* de las literales, es decir, a diferentes significados atribuidos a una misma literal, involucrada en los procesos de enseñanza aprendizaje de la matemática escolar. De los primeros autores en señalar este fenómeno, se encuentran Usiskin (1988) y Küchemann (1981) que de manera general identifican tres usos de las literales: Incógnitas específicas, números generalizados y variables en relación funcional.

A la polisemia anterior se unen otro tipo de literales llamados *Parámetros*, surgidos en la exploración de entidades aún más generales, que poseen significados propios capaces de agrupar en familias, expresiones algebraicas en un nivel aún más abstracto. Por ejemplo,  $y = ax$  significa “ $y$  es una función lineal de  $x$ , donde  $a$  es un parámetro, pero puede leerse también

<sup>1</sup> México. basurtomat@hotmail.com

<sup>2</sup> Doutor. México. eduardo\_mancera@prodigy.net.mx

como el lugar geométrico de una recta que pasa por el origen con pendiente  $a$ . En cursos de Pre-Cálculo existe una presencia abundante de *Parámetros*, en objetos tales como familias de funciones, lugares geométricos e incluso en expresiones algebraicas que modelan diversos fenómenos.

### **Fundamentación del taller**

El presente taller toma como punto de partida una investigación realizada sobre la conceptualización de parámetros a través de entornos tecnológicos dinámicos. En dicha investigación Acudimos a estudiantes de nivel bachillerato en la ciudad de México, jóvenes de edades entre 15 y 17 años, a los cuales, se aplicaron cuestionarios exploratorios en papel y lápiz para indagar sobre las ideas y uso que tenían al respecto de los parámetros. Se impartieron sesiones de enseñanza en ambientes tecnológicos como TI-Navigator y Geogebra utilizando tareas y problemas relacionados con funciones constantes, lineales y cuadráticas. Todas las sesiones de enseñanza fueron video grabadas, y analizadas para poder extraer fragmentos que nos otorgaran evidencia empírica para responder cuestionamientos sobre el tema, a saber: ¿Cómo contribuyen los entornos tecnológicos en la distinción de los usos de las literales y en la visualización de la representación gráfica de funciones polinomiales al variar los parámetros que intervienen en las mismas? ¿Puede el uso de entornos tecnológicos favorecer la comprensión de la noción de parámetro involucrada en funciones polinomiales?

Con el fin de responder estas interrogantes se propuso una ruta didáctica, construida por medio de trayectorias hipotéticas de aprendizaje conformadas por secuencias de tareas, donde se pretenden capturar los hitos fundamentales que conducen al avance progresivo del conocimiento.

En nuestro estudio analizamos la evolución cognitiva de los sujetos desde el enfoque de la aproximación instrumental, dado que las acciones instrumentales producen una versión sónica del conocimiento. Artigue (2002) menciona que un instrumento se diferencia del artefacto físico que lo origina por ser *“una entidad mixta, parte artefacto y parte proyectos cognitivos los cuales lo hacen un instrumento”*. La conversión del artefacto en instrumento involucra una evolución en los diferentes usos del artefacto. Este proceso es llamado ***génesis instrumental***.

Dentro de nuestra investigación se realiza un análisis conceptual del fenómeno parámetro según Drijvers (2003) quien en su investigación sobre el aprendizaje del concepto de parámetro incluyó el uso de ambientes tecnológicos y a partir de la cual ha podido permitir identificar los tres pasos esenciales en el aprendizaje del mismo: el parámetro como un fijador de posición, como una cantidad que cambia y como un generalizador.

Las rutas didácticas fueron ensambladas y analizadas bajo las perspectivas teóricas antes mencionadas y hemos encontrado los siguientes aspectos relevantes respecto a la diferenciación de parámetros y variables a partir de entornos tecnológicos. Las trayectorias hipotéticas trazadas en la ruta didáctica, mostraron un avance en la noción de parámetro ya que se crea una concepción de naturaleza más continua que discretizada debido a las ventajas dinámicas de la herramienta a diferencia de la enseñanza regida por la cultura de papel y lápiz, en la que comúnmente se utilizan solamente medios estáticos de representación de objetos matemáticos, lo cual hace que la evolución de lo discreto a lo continuo en el estudio de funciones, se logre en periodos de tiempo más largos y en un menor número de estudiantes. Podemos también destacar que las potencialidades dinámicas de manipulación de objetos, permitió llevar las exploraciones de los efectos de los parámetros en gráficas correspondientes a expresiones como  $f(x) = ax+b$  y  $f(x) = ax^2+bx+c$ .

### **Desarrollo del taller**

Debido a que los avances antes mencionados se lograron a través de la conjunción de dos entornos tecnológicos, nos dimos a la tarea de buscar algún medio que pudiera integrarlos en una sola herramienta, llevándonos al conocimiento de una nueva tecnología desarrollada por HP, conocida como HP Prime Graphing Calculator, en la cual es posible condensar las bondades encontradas de los entornos anteriores en uno solo, además de ofrecer una mejor interfaz de uso para estudiantes de tanto de nivel secundaria como pre-universitarios, además de que en la reformulación y primeras puestas en marcha de la ruta didáctica en este nuevo instrumento parece ofrecer mayor ergonomía cognitiva.

Por lo que dentro del taller en una tercera parte del mismo mostraremos el tipo de actividades y problemas desarrollados en la investigación previa, junto con sus antecedentes y resultados obtenidos.

En la siguiente tercera parte del taller se mostrarán las funcionalidades de la nueva herramienta HP Prime Graphing Calculator, con la finalidad de que el público asistente las

reconozca y desarrolle uso básico de algunas de las aplicaciones principales haciendo visible la sencillez en el tránsito de las categorías conceptuales del parámetro aportadas por Drijvers.

En el último tercio del taller se pedirá la solución de algunos problemas vía el uso de las aplicaciones exploradas en la HP Prime Graphing Calculator relacionadas con el uso de parámetros. Por último se discutirán las potencialidades y limitaciones del uso de este tipo de dispositivos como recursos digitales en la conceptualización tanto de parámetros como de otro tipo de objetos matemáticos que los asistentes consideren relevante indagar sobre la exploración de los mismos en sus versiones digitales.

#### Referencias.

Artigue, M. (2002). *“Learning Mathematics in a CAS Environment: The genesis of a reflection about instrumentation and the dialectics between technical and conceptual work”*. International Journal of Computers for Mathematical Learning. 7(3) P. 245 – 274.

Artigue, M. (2007). *“Tecnología y enseñanza de las matemáticas: desarrollo y aportaciones de la aproximación instrumental”*. Historia y perspectiva de la Educación matemática. Memoria de la XII CIAEM. P. 9 – 21.

Drijvers, P. (2001). *The concept of parameter in a computer algebra environment*. H. Chick et al. (eds.), Proceedings of the 12th ICMI Study Conference. The Future of the Teaching and Learning of Algebra. Vol. 1. The University of Melbourne, Australia, pp, 221-227.

Drijvers, P. (2001b). The concept of parameter in a computer algebra environment. In M. van den Heuvel-Panhuizen (Ed.), Proceedings of the 25th conference of the international group for the psychology of mathematics education, Vol 2 (pp. 385-392). Utrecht, Netherlands: Freudenthal Institute.

Trigueros, M. & Ursini, S. (1999). Does the understanding of variable evolve through schooling?

In O. Zaslavsky (Ed.), *Proceedings of the 23rd conference of the international group for the psychology of mathematics education, Vol 4* (pp. 273-280). Haifa, Israel: Technion.

Usiskin, Z. (1988). Conceptions of school algebra and uses of variables. In A.F. Coxford (Ed.), *The ideas of algebra, K-12, 1988 Yearbook of the NCTM* (pp. 8-19). Reston, VA: NCTM.