

# VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática



ULBRA - Canoas - Rio Grande do Sul - Brasil

16, 17 e 18 de outubro de 2013

Comunicação Científica



## UMA PROPOSTA DE CRIAÇÃO DE OBJETO DE APRENDIZAGEM A PARTIR DE ANÁLISE DE ERROS EM ÁLGEBRA

**Thaísa Jacintho Müller**<sup>1</sup>

**Helena Noronha Cury**<sup>2</sup>

**José Valdeni de Lima**<sup>3</sup>

**Resumo:** Na investigação, aqui parcialmente relatada, pretende-se analisar erros em Matemática básica, cometidos por alunos calouros da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, na resolução de um teste de sondagem aplicado na primeira aula da disciplina, em sete turmas, em um total de 333 estudantes. Com base nos pressupostos da Pesquisa Baseada em Design e nas ideias de David Tall para imagem do conceito e definição do conceito, pretende-se, a partir dos erros detectados, criar um objeto de aprendizagem. Sua utilização no Laboratório de Aprendizagem da Instituição na qual foi realizada a pesquisa, pode auxiliar os estudantes a superar suas dificuldades com relação à propriedade distributiva, que parece ser o principal obstáculo à resolução de equações que envolvem multiplicação de binômios.

**Palavras-chave:** Objeto de Aprendizagem. Análise de Erros. Propriedade Distributiva.

### Temática do Artigo: Educação Matemática no Ensino Superior

## INTRODUÇÃO

Os alunos que ingressam em cursos superiores da área de Ciências Exatas cursam, na maior parte das vezes, a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral. Em algumas Instituições de Ensino Superior (IES), é proposta uma disciplina introdutória, em geral denominada de Pré-Cálculo, na qual são revistos conteúdos de Matemática do Ensino Fundamental e Médio que são básicos para o estudo dos tópicos de Cálculo.

Muitas investigações sobre as dificuldades encontradas pelos estudantes de Cálculo já foram realizadas (BIN ALI; TALL, 1996; BALDINO; CABRAL, 1999; MILANI, 2002; CURY, 2004; GIRALDO, 2004; HARDY, 2008), mas nem sempre essas pesquisas oferecem alguma proposta de ensino que permita a retomada de um determinado tópico do conteúdo. A

<sup>1</sup> Licenciada e mestre em Matemática, doutoranda em Informática na Educação. PUCRS. E-mail: thaisamuller@gmail.com

<sup>2</sup> Doutora em Educação. UNIFRA. E-mail: curyhn@via-rs.net

<sup>3</sup> Doutor em Informática. UFRGS. E-mail: valdeni@inf.ufrgs.br

# VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática



**ULBRA - Canoas - Rio Grande do Sul - Brasil**

**16, 17 e 18 de outubro de 2013**

**Comunicação Científica**



pesquisa aqui relatada parcialmente propõe-se a discutir a pertinência da utilização de um recurso pedagógico a alunos que vêm sendo atendidos em um Laboratório de Aprendizagem, em uma Instituição de Ensino Superior de Porto Alegre, RS.

O problema desencadeador da pesquisa teve origem na aplicação de uma prova a alunos calouros de Cálculo de um curso de Sistema de Informações. A prova versava sobre o conteúdo “derivadas” e os resultados mostraram que o maior obstáculo para a realização correta dos exercícios propostos foi representado pela propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição (ou à subtração). Dessa forma, ao iniciar novo semestre letivo, perguntou-se se os alunos ingressantes na disciplina de Cálculo teriam conhecimentos de Matemática elementar e, em caso negativo, como poderiam ser auxiliados, nas atividades de monitoria desenvolvidas no Laboratório de Aprendizagem, para que os conteúdos básicos fossem recuperados.

Assim, planejou-se investigar conhecimentos básicos de Matemática dos alunos calouros de Cálculo dessa IES, para poder projetar o ensino durante o semestre letivo e, também, para indicar, aos monitores do laboratório, recursos que pudessem auxiliar os estudantes.

Nesta comunicação, pela exiguidade de espaço, optou-se por apresentar a análise dos erros cometidos pelos alunos em uma das questões – a que versa sobre a propriedade distributiva – e mostrar o planejamento de um recurso para retomar esse conteúdo.

## **METODOLOGIA DA PESQUISA**

Para realizar a investigação, foi planejado um teste de sondagem, composto por cinco questões abertas, que foi aplicado a 333 calouros de Cálculo Diferencial e Integral, pelos professores responsáveis pelas turmas, no primeiro dia de aula.

Após a aplicação do teste, as respostas foram recolhidas e o material foi objeto de análise do conteúdo dos erros (CURY, 2007). Essa análise, com base em Bardin (1979), é realizada em três fases: pré-análise, exploração do material e tratamento dos resultados. Na primeira fase é escolhida a questão que vai ser objeto da análise. Para esta comunicação, escolheu-se a questão cujo enunciado é:

# VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática



ULBRA - Canoas - Rio Grande do Sul - Brasil

16, 17 e 18 de outubro de 2013

Comunicação Científica



Resolva, em  $IR$ , a seguinte equação:  $(x + 1)(x + 2) = (x + 5)^2$

Em seguida, as respostas à questão, de cada turma, são agrupadas e indicadas por uma letra e um número, sendo que a letra corresponde ao nome do docente responsável pela turma; assim, a resposta B5 é do 5º aluno do professor B, sendo os alunos numerados conforme entregavam a prova. Dessa forma, nem o docente nem seus alunos são identificados. As respostas foram corrigidas e classificadas em corretas, parcialmente corretas, incorretas e em branco. É importante destacar que a resposta foi considerada parcialmente correta apenas no caso em que o erro foi no sinal de  $x$ , ao final da resolução.

Nessa primeira fase da análise, as 333 respostas à questão escolhida formam o *corpus* para investigar os tipos de erros. Na segunda fase, de exploração do material, as respostas incorretas foram unitarizadas e classificadas, sendo que o primeiro erro cometido pelo aluno foi determinante para a categorização.

Na terceira fase, de tratamento dos resultados, as categorias foram descritas e exemplificadas, destacando-se os dados que serão utilizados para o planejamento de um recurso instrucional. O planejamento desse recurso é ancorado nos pressupostos da Pesquisa Baseada em Design (PBD) e nas ideias de David Tall, sobre imagem do conceito e definição do conceito.

## REVISÃO DE LITERATURA

A Pesquisa Baseada em Design (ou pesquisa baseada em projeto, como também é designada) vem sendo estudada e utilizada desde que Ann Brown, em 1992, apresentou suas tentativas de desenvolver investigações com características que fugiam do paradigma dominante, levando em conta o ambiente no qual se desenvolvem as pesquisas e as atividades nas quais os participantes – alunos, professores e pesquisadores – se envolvem.

Barab e Squire (2004) consideram que a Pesquisa Baseada em Design (PBD) não é tanto uma abordagem, mas uma série de abordagens, que têm como objetivo produzir novas teorias, artefatos e práticas que possam ser empregados para melhorar o ensino e a aprendizagem.

# VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática



**ULBRA - Canoas - Rio Grande do Sul - Brasil**

**16, 17 e 18 de outubro de 2013**

**Comunicação Científica**



Já Wang e Hannafin (2005) definem a PBD “como uma metodologia sistemática mas flexível, que objetiva aperfeiçoar as práticas educacionais, através de análise iterativa, projeto, desenvolvimento e implementação, com base na colaboração entre pesquisadores e profissionais, no cenário do mundo real” (p. 6).

Segundo os mesmos autores, são cinco as características básicas da PBD: fundamentada, pragmática, interativa, iterativa e flexível, integrativa e contextualizada. Quando se pensa, por exemplo, em pesquisar a eficiência de um determinado objeto de aprendizagem, que vai ser usado por alunos, sob a orientação de monitores, em um laboratório de aprendizagem, é necessário, efetivamente, fundamentar a criação desse objeto em teorias que levem em conta o conteúdo em si e as dificuldades dos alunos em se apossar de tal conteúdo, mas também que realimentem a teoria com novos dados.

A pesquisa é pragmática porque busca resolver problemas práticos, da aprendizagem de um determinado conteúdo. Já a interatividade se manifesta na necessidade de trabalhar em conjunto com os professores desses alunos, com os monitores do laboratório e com outros pesquisadores que desenvolvem recursos semelhantes.

A iteração é evidenciada na necessidade de que as intervenções do pesquisador, ao introduzir o objeto em questão, sejam realimentadas continuamente com testes e refinadas por meio de novos projetos, o que permite desenvolver a pesquisa com flexibilidade maior do que em outras abordagens metodológicas.

É integrativa porque os pesquisadores necessitam integrar uma variedade de métodos e abordagens, tanto quantitativos quanto qualitativos, dependendo das necessidades da pesquisa. E, finalmente, a pesquisa é contextualizada porque os resultados são “conectados tanto com o processo de design por meio do qual os resultados são gerados como com o ambiente no qual a pesquisa é conduzida” (WANG; HANNAFIN, 2005, p. 11).

Ao defender que a Educação Matemática seja reconceitualizada como uma ciência de *design*, assim como a Engenharia e outras áreas interdisciplinares, Lesh e Sriraman (2010) consideram que há dois tipos básicos de situações nas quais a pesquisa baseada em projeto é especialmente útil. Primeiramente, quando a atenção é focada em artefatos concretos ou ferramentas e, em segundo lugar quando a atenção é focada em sistemas conceituais.

# VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática



ULBRA - Canoas - Rio Grande do Sul - Brasil

16, 17 e 18 de outubro de 2013

Comunicação Científica



Na primeira situação, pode haver necessidade de desenvolver recursos que serão usados para o ensino e a aprendizagem, como é o caso do planejamento de objetos de aprendizagem. No desenvolvimento de ferramentas tecnológicas, usualmente são exigidos vários ciclos de projetos, para mostrar que são suficientemente poderosas para o fim a que se destinam, bem como compartilháveis por outros pesquisadores e utilizáveis mais de uma vez.

Assim, partindo de dificuldades encontradas por alunos calouros da disciplina de Cálculo, pode-se pensar em planejar uma pesquisa que leve em conta os dados já coletados sobre tais dificuldades, mas que também se ancore em teorizações que podem apontar elementos para a criação de artefatos tecnológicos adequados às necessidades dos estudantes, professores e monitores.

As ideias de Tall e Vinner (1981) têm se mostrado úteis para entender certas dificuldades em Matemática. Os autores consideram que certos conceitos, usados de maneira informal, são refinados à medida que são empregados em novos contextos e a eles são dados nomes ou símbolos que são úteis para a comunicação.

Por exemplo, pode-se citar a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição, que, no Ensino Fundamental, quando é apresentada, em geral é associada a um esquema como indicado na Figura 1, a seguir:

Figura 1 – Esquema da distributividade

$$(a+b)(c+d) = ac+ad+bc+bd$$

Ao ser solicitado a desenvolver um produto de dois binômios, o aluno pode lembrar-se do esquema, mas, se este não foi acompanhado do significado das flechas e do conceito de distributividade em si, a *imagem do conceito* pode ser origem de conflitos cognitivos, que o levam a errar a resposta.

Tall e Vinner (1981) definem *imagem do conceito* como

[...] a estrutura cognitiva total associada com o conceito, que inclui todas as imagens mentais e os processos e propriedades a elas associadas. É construída ao longo dos anos, por meio de experiências de todos os tipos, modificando-se à medida que o indivíduo encontra novos estímulos e amadurece. (p. 152).

# VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática



**ULBRA - Canoas - Rio Grande do Sul - Brasil**

**16, 17 e 18 de outubro de 2013**

**Comunicação Científica**



No entanto, no desenvolvimento da imagem do conceito, pode não haver coerência, porque apenas uma parte é evocada (como no caso da lembrança das flechas do esquema da distributividade) ou porque partes distintas de lembranças podem conflitar entre si.

Já a *definição do conceito* é uma maneira de usar palavras para especificar o conceito em questão. Pode ser aprendido por um aluno somente por memorização mecânica ou aprendido de maneira significativa, relacionando-se em maior ou menor grau com o conceito como um todo. De certa forma é o que o aluno evoca da imagem daquele conceito. (TALL; VINNER, 1981).

No planejamento de objetos de aprendizagem que possam ser usados por alunos calouros de Cálculo que tenham dificuldades relacionadas à imagem do conceito da propriedade distributiva, é necessário levar em conta alguns princípios que determinam a criação de tais objetos, o que também faz parte das teorizações que dão suporte à pesquisa sobre o próprio objeto.

Entre estes princípios, destacam-se os apresentados por Mayer (2001), que são:

1. Princípio Multimídia - descreve uma maior capacidade na construção do conhecimento, por parte do estudante, ao se integrar palavras e imagens;
2. Princípio da Proximidade Espacial - imagens e palavras relacionadas devem estar graficamente próximas;
3. Princípio da Proximidade Temporal - promove o uso simultâneo de imagens e palavras, ao invés da apresentação em tempos diferentes;
4. Princípio da Coerência - descreve que mídias não relevantes ao assunto devem ser excluídas;
5. Princípio de Modalidade - quando a narração está integrada à animação, ao invés de textos escritos;
6. Princípio de Redundância – recomenda a utilização de uma narração da animação e texto, complementando o conteúdo apresentado;
7. Princípio das Diferenças Individuais - defende que a construção dos objetos deve considerar as diferentes capacidades de entendimento dos alunos.

Da mesma forma, é importante atentar também para a multimodalidade, que está, de certo modo, relacionada aos princípios apresentados. A multimodalidade é uma característica

# VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática



**ULBRA - Canoas - Rio Grande do Sul - Brasil**

**16, 17 e 18 de outubro de 2013**

**Comunicação Científica**



dos ambientes de aprendizagem que apresentam o conteúdo abordado utilizando simultaneamente dois modos de apresentação: verbal e não verbal (PAIVIO, 1986). Pesquisas realizadas nesse campo indicam que, quando um determinado material é produzido levando em consideração esse pressuposto da multimodalidade, obtém-se um ganho significativo em termos de eficácia educacional. Este fato tem sido fundamentado em estudos sobre os estilos individuais dos estudantes e na teoria da carga cognitiva (SWELLER, 1988).

Sabe-se que a atenção ao estilo de aprendizagem aliada ao método instrucional é condição necessária para o sucesso. Felder e Silverman (1988) também trazem a ideia de que o uso dos modos verbal e não verbal simultaneamente reforça o aprendizado de todos os estudantes. Por fim, a Teoria da Carga Cognitiva (SWELLER, 1988) pondera sobre os problemas decorrentes da sobrecarga cognitiva, que ocorre quando o sistema instrucional exige do estudante uma capacidade de processamento acima dos seus limites.

A partir destas ideias, é possível compreender o papel dos ambientes multimídias no processo de aprendizagem, dadas as suas características. Sendo assim, o objeto de aprendizagem a ser desenvolvido nesta pesquisa terá como fundamento todos os aspectos aqui apresentados, bem como outras teorias que vêm sendo estudadas e adaptadas para o caso em questão. Esse objeto, disponibilizado no ambiente multimídia do Laboratório de Aprendizagem da Instituição na qual a pesquisa foi realizada, poderá auxiliar os alunos a superar as dificuldades detectadas, em especial as relacionadas à propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição.

## **APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS**

A classificação inicial das respostas às questões do teste aplicado aos 333 calouros de Cálculo, em corretas, parcialmente corretas, incorretas e em branco, é mostrada no Quadro 1, a seguir, em que as turmas são indicadas pela primeira letra do nome do docente e as colunas correspondem à classificação das respostas.

# VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática



ULBRA - Canoas - Rio Grande do Sul - Brasil

16, 17 e 18 de outubro de 2013

Comunicação Científica



Quadro 1 – Distribuição das respostas dos alunos segundo a primeira classificação

Turma	Respostas				Total
	Corretas	Parcialmente corretas	Incorretas	Em branco	
B	36	11	6	1	54
C	17	6	10	0	33
F	39	7	4	1	51
G	39	8	6	0	53
I	24	7	19	2	52
M	28	8	9	0	45
T	20	1	21	3	45
<b>Total</b>	203	48	75	7	333

Em seguida, as 75 respostas incorretas foram unitarizadas e categorizadas, obtendo-se, assim, cinco tipos de erros, a seguir indicados:

**Erro do tipo I:** o aluno erra o desenvolvimento do produto dos binômios do primeiro membro ou o quadrado da soma do segundo membro.

**Erro do tipo II:** o aluno erra a redução dos termos semelhantes ou não efetua a redução.

**Erro do tipo III:** o aluno erra a solução da equação de 1º grau resultante ou resolve como se fosse uma equação de 2º grau ou, ainda, não a resolve.

**Erro do tipo IV:** o aluno copia mal a questão ou comete um erro de cálculo apenas no final.

**Erro do tipo V:** o aluno apresenta uma resolução incompreensível e que não se consegue classificar.

No Quadro 2, a seguir, apresenta-se o número de respostas em cada categoria, um exemplo e um comentário.

# VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática



ULBRA - Canoas - Rio Grande do Sul - Brasil

16, 17 e 18 de outubro de 2013

Comunicação Científica



Quadro 2 – Distribuição dos tipos de erro e exemplos

Tipo de erro	Número de respostas na categoria	Exemplo	Comentário
I	42	$a) (x+1)(x+2)=(x+5)^2$ $(x+1)(x+2)=(x+5)(x+5)$ $x^2+2x+x+2=x^2+5x+x^2+5x$ $2x+2=5x+5x$ $8x=2$ $x=\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$	<p>O aluno I32 erra a multiplicação de binômios, em ambos os membros. Pode-se supor que tenha lembrado do esquema da distributividade mas, não tenha formado a <i>imagem do conceito</i> dessa propriedade.</p>
II	12	$(x+1)(x+2)=(x+5)^2$ $x^2+2x+2=x^2+10x+25$ $2x^2-7x+27$	<p>O aluno T 33 mostra conhecer o procedimento para multiplicar binômios, mas seu erro evidencia que não sabe traspor os termos de um para outro membro e, também, que não conserva a noção de igualdade, visto que “perde” o sinal de “igual” e não conclui a resolução.</p>
III	12	$a) (x+1)(x+2)=(x+5)^2$ $x^2+2x+x+2=0$ $x^2+3x+2=0$ $\frac{-3 \pm \sqrt{9-8}}{2}$ $\frac{-3 \pm \sqrt{1}}{2} \left\{ \begin{array}{l} -1 \\ -2 \end{array} \right.$	<p>O aluno G 15 resolve separadamente cada produto e considera que são equações distintas, pois iguala a zero e busca resolver pela fórmula de Bhaskara, obtendo 2 valores para x. Já na resolução da “equação” do segundo membro, nota-se que o estudante não sabe aplicar a mesma fórmula. Também se nota, pelas duas resoluções de equação polinomial de 2º grau, que G15 não visualiza a possibilidade de obter as raízes do polinômio de 2º grau, quando se apresenta</p>

# VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática



ULBRA - Canoas - Rio Grande do Sul - Brasil

16, 17 e 18 de outubro de 2013

Comunicação Científica



		$\lambda^2 + 2 \cdot \lambda \cdot 5 + 5^2$ $\lambda^2 + 10\lambda + 25 = 0$ $\frac{-10 \pm \sqrt{10^2 - 4 \cdot 1 \cdot 25}}{2}$ $\frac{-10 \pm 0}{2}$	fatorado.
IV	7	$(x + 1)(x + 2) = (x + 5)^2$ $x^2 + 5x + 5x + 25$ $\underline{x^2 - 2x - x - 2}$ $3x + 4x + 23$ $8x + 23$ $x = \frac{23}{8}$	O aluno C 33 mostra saber efetuar os produtos, mas precisa armar uma “conta de subtração” para resolver a equação. Apesar de ter obtido uma expressão correta, não a iguala a zero, o que talvez tenha contribuído para que adicionasse incorretamente os termos em x e, além disso, não levasse em conta que o termo independente, ao trocar de membro, deve ser negativo.
V	2	$-2x = 6$	O aluno C10 mostra apenas essa igualdade em sua resposta, não sendo possível entender que cálculos fez para chegar a 2x no primeiro membro e a 6 no segundo.

Considerando o grande número de respostas incorretas relacionadas ao produto de dois binômios, em que a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição é utilizada, considerou-se necessário planejar um recurso tecnológico para apresentar aos estudantes calouros, no ambiente multimídia do Laboratório de Aprendizagem, de modo que esse conteúdo seja revisado para evitar dificuldades que se acumulam na aprendizagem de Cálculo, devidas aos erros cuja origem se situa na Álgebra do Ensino Fundamental.

# VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática



ULBRA - Canoas - Rio Grande do Sul - Brasil

16, 17 e 18 de outubro de 2013

Comunicação Científica



## OBJETO DE APRENDIZAGEM

Usando a ideia da PBD, a partir dos erros detectados nas experiências relatadas, relacionados a conteúdos da educação básica, propõe-se a criação de um objeto de aprendizagem com suporte nas ideias de Tall e nos princípios de Mayer, atentando para as características de multimodalidade e respeitando os estilos individuais de aprendizagem.

Neste objeto de aprendizagem, a base será a propriedade distributiva, mas de uma forma um pouco mais genérica, não apenas relativa às operações de adição e multiplicação. Sabe-se que, assim como no caso aqui analisado, a propriedade distributiva também se aplica a outras operações, tais como as operações de conjunção e disjunção, no caso da lógica, e de união e intersecção, no caso da teoria dos conjuntos. Acredita-se que, explorando a distributividade também nestes outros casos, o aluno criará maior familiaridade com essa propriedade.

Desta forma, a proposta aqui apresentada é a de criação de um objeto de aprendizagem que contenha uma parte introdutória, servindo como motivação ao estudo, uma revisão teórica da propriedade distributiva, nas mais diversas operações em que ela é válida, exemplos de aplicação e exercícios, nos quais o aluno poderá testar seus conhecimentos, sempre recebendo *feedback* para que consiga situar-se em seu aprendizado.

Para isto, serão adotados diferentes formatos e tecnologias na produção do material didático, como animações, vídeos, áudios e hipertexto. Mais especificamente, serão adotados: um ambiente de desenvolvimento baseado na linguagem de marcação de hipertexto (HTML), em diferentes versões que possibilitem inclusive a apresentação de áudios e vídeos; a ferramenta Hot Potatoes como auxílio no desenvolvimento exercícios, do tipo interativo de escolha múltipla, resposta curta, palavras cruzadas e correspondência, todas estas sob a forma de objetos digitais para publicação na WEB; recursos para criação e manipulação de animações e imagens, como o GIMP (GNU Image Manipulation Program), uma aplicação de código aberto focado na disponibilização de recursos eficientes para usuário final; além do apoio de softwares matemáticos, como o GeoGebra que, através de recursos de geometria dinâmica, permite trabalhar conceitos da Geometria e da Álgebra de forma integrada.

Por outro lado, atentando-se para os estilos individuais de aprendizagem e buscando uma personalização do objeto em questão conforme as necessidades do usuário, é proposta

# VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática



**ULBRA - Canoas - Rio Grande do Sul - Brasil**

**16, 17 e 18 de outubro de 2013**

**Comunicação Científica**



uma sondagem inicial do perfil do estudante, na qual, por meio de questões simples, o sistema possa identificar suas deficiências e, caso necessário, redirecioná-lo a outros materiais existentes na WEB que possam servir de base para um melhor aproveitamento do objeto e aprendizagem do conteúdo.

Além disso, em todas as telas será permitido um controle de ritmo por parte do usuário, o qual poderá pausar, retornar ou alterar a ordem de navegação conforme considerar mais adequado, ainda que seja sugerida uma ordem lógica. Em todos os momentos, haverá combinação de estímulos visuais e aditivos, bem como utilização dos modos verbal e não verbal, evitando, no entanto, a sobrecarga cognitiva.

## **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Encerrando esta discussão, destaca-se que, devido ao modo como a pesquisa foi conduzida, a técnica sugerida tem um caráter muito mais preventivo do que corretivo, uma vez que, a partir dos erros apresentados pelos estudantes, é proposto um objeto de aprendizagem que ajude na superação dessas dificuldades. Considerando-se todas as etapas do processo, o objeto só virá a ser usado certo tempo depois, uma vez que existe um período necessário para sua elaboração, que costuma ser relativamente longo, e certamente, dado o caráter semestral da disciplina utilizada para pesquisa, a turma já não será mais a mesma. Porém, isto não invalida o processo, pois pesquisas sobre erros em Cálculo (PIRES, 2004; BORTOLI, 2011) confirmam os problemas detectados nesta investigação.

Conforme foi constatado na análise dos erros cometidos pelos alunos, o maior obstáculo que eles apresentaram foi com relação às propriedades das operações básicas, aqui representadas pela distributividade da multiplicação em relação à adição. Sendo assim, esta pesquisa segue a partir deste ponto procurando superar esse problema, por meio da criação e uso de um objeto de aprendizagem que envolva o conteúdo em questão.

Novos estudos deverão ser realizados, com outros tipos de questões aplicadas a alunos de Cálculo, para que outros tipos de erros sejam identificados e, a partir deles, se possa seguir o trabalho com objetos de aprendizagem, colaborando para uma recepção significativa, tanto dos conteúdos de Cálculo como daqueles que lhes servem de base.

# VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática



ULBRA - Canoas - Rio Grande do Sul - Brasil

16, 17 e 18 de outubro de 2013

Comunicação Científica



## REFERÊNCIAS

AUSUBEL, D. P.; NOVAK, J. D.; HANESIAN, H. **Psicologia educacional**. 2. ed. Rio de Janeiro: Interamericana, 1978.

BALDINO, R.R. ; CABRAL, T. C. B. Erro do significado ou significado do erro? **Boletim Gepem**, n. 35, p. 9-41, 1999.

BARAB, S.; SQUIRE, K. Design-based research: putting a stake in the ground. **The Journal of the Learning Sciences**, v. 13, n. 1, p. 1-14, 2004.

BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. Lisboa: Edições 70, 1979.

BIN ALI, M.; TALL, D. Procedural and conceptual aspects of standard algorithms in calculus. In: **PSYCHOLOGY OF MATHEMATICS EDUCATION**, 20., 1996, Valencia. **Proceedings...** Valencia: PME, 1996. v. 2, p. 19-26.

BORTOLI, M. de F. **Análise de erros em Matemática**: um estudo com alunos de ensino superior. 2011. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e de Matemática) – Centro Universitário Franciscano, Santa Maria, 2001.

BROWN, A. Design experiments: theoretical and methodological challenges in creating complex interventions in classroom settings. **The Journal of the Learning Sciences**, v. 2, n. 2, p. 141-178, 1992.

CURY, H. N. “Professora, eu só errei um sinal”!: como a análise de erros pode esclarecer problemas de aprendizagem. In: CURY, H. N. (Org.). **Disciplinas matemáticas em cursos superiores**: reflexões, relatos, propostas. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2004. p. 111-138.

CURY, H. N. **Análise de erros**: o que podemos aprender com as respostas dos alunos. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

FELDER, R.M.; SILVERMAN, L.K. Learning and teaching styles in engineering education, **Engineering Education**, v. 78, n. 7, p. 674–681, 1988.

GIRALDO, V. **Descrições e conflitos computacionais**: o caso da derivada. 2004. Tese (Doutorado em Engenharia de Sistemas e Computação) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2004.

HARDY, N. A subtle interplay between ordinary, algebraic and analytic registers in college level Calculus courses as a source of students’ difficulties. In: **INTERNATIONAL CONGRESS IN MATHEMATICAL EDUCATION (ICME 11)**, 11., 2008, Monterrey, Mexico. **Proceedings...** Disponível em: <<http://tsg.icme11.org/tsg/show/32>>. Acesso em 20 mai. 2013.

# VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática



ULBRA - Canoas - Rio Grande do Sul - Brasil

16, 17 e 18 de outubro de 2013

Comunicação Científica



LESH, R.; SRIRAMAN, B. Re-conceptualizing mathematics education as a design science. In: SRIRAMAN, B.; ENGLISH, L. **Theories of Mathematics Education**. Berlin: Springer-Verlag, 2010. p. 123-146.

MAYER, R. E. et al. Cognitive Constraints on Multimedia Learning: When Presenting More Material Results in Less Understanding. **Journal of Educational Psychology**, v. 93, n. 1, p. 187-198, 2001.

MILANI, R. **Concepções infinitesimais em um curso de Cálculo**. 2002. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2002.

PAIVIO, A. **Mental representations: A dual coding approach**. Oxford, England: Oxford University Press, 1986.

PIRES, A. M. M. **Um trabalho com universitários que apresentam dificuldades persistentes em matemática**. 2004. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2004.

SWELLER, J. Cognitive load during problem solving: Effects on learning. **Cognitive Science**, n. 12, p. 257-285, 1988.

TALL, D.; VINNER, S. Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. **Educational Studies in Mathematics**, n. 12, p. 151-169, 1981.

WANG, F.; HANNAFIN, M. J. Design-based research and technology-enhanced learning environments. **Educational Technology Research and Development**, v. 53, n. 4, p. 5-23, 2005.