

# VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática



ULBRA - Canoas - Rio Grande do Sul - Brasil

16, 17 e 18 de outubro de 2013

Relato de Experiência



## MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: MODELANDO OS PLANOS DE OPERADORAS TELEFÔNICAS

Vítor Martins do Carmo<sup>1</sup>

Fabiana Fiorezi de Marco Matos<sup>2</sup>

Milena Abreu Resende<sup>3</sup>

### Relato de Experiência - Modelagem Matemática

**Resumo:** O projeto desenvolvido está relacionado às atividades realizadas em uma escola de educação básica da rede municipal localizada na cidade de Uberlândia, Minas Gerais. Nesta escola, o programa PIBID (Programa de Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência), subprojeto de Matemática, da Faculdade de Matemática da Universidade Federal de Uberlândia, trabalha com os alunos diversas temáticas dentro do contexto matemático. Neste relato de experiência, apresentamos o projeto de Modelagem Matemática que visou trabalhar com os alunos do 5º ao 7º ano as negociações, as ofertas e os planos propostos pelas operadoras de telefonia celular que atuam na cidade. As informações obtidas nos levam a inferir que a matemática ensinada nas escolas, muitas vezes desconectada da vida cotidiana, não desperta o interesse e a curiosidade de nossos alunos por esta disciplina.

**Palavras Chaves:** Modelagem. Operadoras. Celular. Matemática. Resolução de problemas.

## 1. INTRODUÇÃO

O Programa de Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência, denominado PIBID, é um programa de grande importância na formação de professores, refletindo resultados dentro da formação educacional das pessoas envolvidas no programa. O programa é definido pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) como

uma iniciativa para o aperfeiçoamento e a valorização da formação de professores para a educação básica. O programa concede bolsas a alunos de licenciatura participantes de projetos de iniciação à docência desenvolvidos por Instituições de Educação Superior (IES) em parceria com escolas de educação básica da rede pública de ensino. <<http://www.capes.gov.br/educacao-basica/capespibid>><sup>4</sup>.

<sup>1</sup> Graduando do curso de licenciatura em matemática. Universidade Federal de Uberlândia. [vmc.ufu@hotmail.com](mailto:vmc.ufu@hotmail.com)

<sup>2</sup> Professora orientadora deste relato. Universidade Federal de Uberlândia. [fabianaf@hotmail.com](mailto:fabianaf@hotmail.com)

<sup>3</sup> Graduando do curso de licenciatura em matemática. Universidade Federal de Uberlândia. [milenaresende@yahoo.com.br](mailto:milenaresende@yahoo.com.br)

<sup>4</sup> Acesso em 28 de março de 2013.

O programa é subdividido em áreas, chamadas de subprojetos. Nesse caso trataremos do PIBID, subprojeto de matemática, realizado na Faculdade de Matemática da Universidade Federal de Uberlândia. O subprojeto da matemática trabalha a ideia de que a formação de professores deve ser ampla e profunda para que este profissional possa permanentemente enfrentar os desafios presentes na complexidade do cotidiano escolar. O processo de formação do professor de Matemática da referida Universidade passa por um processo de produção e socialização de saberes docentes provenientes das pesquisas e das reflexões sobre a prática pedagógica desenvolvida no cotidiano das escolas envolvidas.

Na Universidade Federal de Uberlândia o subprojeto da matemática atende duas escolas da rede pública, sendo uma estadual e outra municipal.

A atividade relacionada à temática abordada foi desenvolvida ao longo do mês de abril de 2013, onde as atividades realizadas ocorreram extraclasses e extraturno. Estas foram realizadas em laboratórios da escola orientadas por bolsistas, com os alunos de uma escola municipal, localizada na periferia da cidade de Uberlândia, Minas Gerais. As atividades do programa eram desenvolvidas nas sextas-feiras, no período vespertino. O projeto atendia, aproximadamente, vinte e cinco alunos do 5º ao 7º ano. É importante lembrar que todas as atividades e projetos desenvolvidos pelos bolsistas são supervisionados e orientados por um professor da escola (supervisor) e outro professor da Universidade (coordenador do projeto PIBID).

Dentro do contexto das atividades escolares, em sala de aula (professores em parceria com bolsistas) ou em atividades propostas nos laboratórios (bolsistas) foram observados alguns fatores relacionados à cidadania e ao desempenho dos alunos que despertaram uma preocupação do grupo de bolsistas e de professores: os alunos estavam com um nível alto de erros em cálculos utilizando as quatro operações básicas: adição, subtração, multiplicação e divisão. Então, surgiu a necessidade de criar uma atividade que atingisse esse aspecto e trabalhasse de uma forma diferente esse conteúdo matemático.

Procurando atender a esta necessidade, recorreu-se a Bello e Bassoi (2003), que alegam que ao tratar-se de possibilidades de métodos pedagógicos de ensino de disciplinas escolares a modelagem matemática destaca-se devido seu potencial de contribuição para o ensino contextualizado e interdisciplinar em um processo abrangente e integrador de reais possibilidades para realização dentro de uma sala de aula. Começou-se então, a desenvolver um projeto a fim de atingir nossos objetivos e proporcionar aos alunos uma maneira diferente

de estudar e trabalhar com as operações básicas, a não ser por meio de cálculos de algoritmos e resolução de problemas repetitivos.

Complementando a justificativa da escolha de trabalhar com a Modelagem no ensino de matemática, encontrou-se na literatura Meyer et al. (2011), que relatam que os alunos, em fase de aprendizagem, não devem assistir aos objetos matemáticos, mas manipulá-los, porque desta forma é proporcionada uma interação entre sujeito e objeto, fator importante para o desenvolvimento cognitivo do aluno.

## **2. INTRODUÇÃO À MODELAGEM MATEMÁTICA**

Trabalhar com Modelagem exige uma preparação como levar em conta o sistema de funcionamento de um projeto desta área, metodologias adotadas, conteúdo matemático abordado, instrução para execução das etapas do processo e um planejamento adequado são fatores importantes a serem considerados.

Segundo Meyer et al. (2011), o primeiro passo a ser dado para se trabalhar com Modelagem é reconhecer a existência de um problema real, no sentido de ser significativo para os alunos e suas comunidades. Com isso, buscar um assunto que faça parte do cotidiano dos alunos e de seus familiares contribuiria intensamente no processo de Modelagem e também no objetivo inicial de revisar e aprimorar os conhecimentos dos alunos em relação às quatro operações básicas.

Após a escolha de um problema real, é necessário seguir algumas instruções no planejamento do processo para que se consiga obter os resultados desejados e atingir os objetivos propostos. Meyer et al. (2011) descrevem cinco momentos essenciais para obter bons resultados em um processo de Modelagem:

1) determinar a situação; 2) simplificar as hipóteses dessa situação; 3) resolver o problema matemático decorrente; 4) validar as soluções matemáticas de acordo com a questão real e, finalmente, 5) definir a tomada de decisão com base nos resultados. No contexto educacional, este passo pode diferir da tomada de decisão na Modelagem Matemática, em que esta tomada de decisão é um instrumento político. Na escola, tal passo envolve conhecer as dificuldades de agir em sociedade – e a necessidade de fazê-lo. (p. 28).

## **3. O PROCESSO DE MODELAGEM**

O processo de Modelagem teve início devido a um assunto decorrente dentro das salas de aulas e do cotidiano dos alunos: telefone celular. Fato que pode ser comprovado segundo o

Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) (2008), que ao realizar o censo chegaram ao resultado de que aproximadamente 70% da população brasileira com mais de 10 anos de idade possuem pelo menos um aparelho celular. Devido a este resultado e a presença de assuntos envolvendo celular estar sempre em qualquer ambiente frequentado pelas pessoas, inclusive a escola, resolveu-se trabalhar um tema tão bem recebido pelos alunos a favor do ensino de matemática.

Dado início a um debate, todos os alunos começaram a descrever como era o plano da operadora que utilizavam, falavam sobre preços, serviços oferecidos e contatos mais frequentes.

A fim de organizar as ideias, na etapa seguinte foi proposto aos alunos que assistissem vídeos disponibilizados na internet, no site <www.youtube.com>. Os vídeos eram propagandas e mostravam as propostas de preços e os planos oferecidos por cada operadora. As operadoras mencionadas no debate e na pesquisa são aqui identificadas por Operadora 1, Operadora 2, Operadora 3, Operadora 4 e Operadora 5.

Após o momento de debate, de coleta de dados (onde cada aluno relatou o seu uso do celular com informações dos gastos relativos à sua operadora) e de disponibilização de informações concluiu-se a primeira etapa do processo de modelagem. Iniciou-se então, uma nova etapa: era hora de começar a manipular e trabalhar com os dados obtidos.

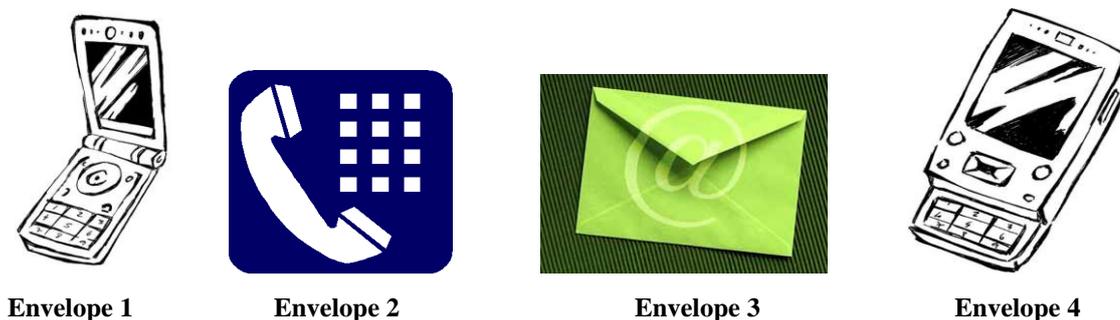
Na tabela a seguir, visualiza-se os dados coletados fornecendo as informações necessárias sobre os preços dos serviços dispostos pelas operadoras:

**Tabela 1**

<b>Operadora</b>	<b>Ligação para mesma operadora</b>	<b>Ligação para outra operadora</b>	<b>Mensagem para a mesma operadora</b>	<b>Mensagem para outra operadora</b>	<b>Internet</b>
1	0,25 por chamada	1,59 por minuto	0,50 o dia	0,50 o dia	0,50 o dia
2	0,16 por chamada (local)	1,00 por minuto	0,50 o dia	0,50 o dia	0,50 o dia
3	0,05 por minuto	1,55 por minuto	0,05 cada mensagem	0,05 cada mensagem	6,90 por 15 dias
4	1,41 por chamada (local)	1,41 por minuto	0,42 cada mensagem	0,42 cada mensagem	9,90 por 30 dias
5	0,12 por chamada (local)	0,20 por chamada	0,50 o dia	0,35 cada mensagem	0,50 o dia

Realizou-se uma simulação de gastos por meio de um jogo, o Jogo Calculando Gastos do Meu Celular (jogo elaborado pelos bolsistas do projeto). Este jogo é constituído de uma ficha para anotações (Figura1), quatro envelopes e muita agilidade. Nos envelopes continham

nome da operadora utilizada, gastos com ligações, gastos com envio de mensagens e a operadora contactada. A simulação no jogo foi feita com tempo estimado de um mês de 30 dias. As regras eram simples: a turma foi dividida em duas equipes; um integrante de cada equipe tinha que ir até a bancada onde estava os quatro envelopes, pegar uma ficha e voltar ao grupo. Este processo se repetia até completar quatro fichas cada grupo, sendo uma de cada envelope. Contava-se como pontos os cálculos corretos e a agilidade, por meio de um cronômetro para definir qual equipe era a mais rápida. Pode-se ver pelas figuras o logotipo de cada envelope que indicava o conteúdo conforme as instruções mencionadas.



A cada rodada os alunos registravam em suas cartelas os dados obtidos nas fichas contidas nos envelopes e faziam o cálculo total de custo mensal daquela determinada situação. Pontuava apenas a equipe que fizesse de forma correta os cálculos e que terminasse primeiro. Todos da equipe deveriam ter terminado de preencher sua ficha para parar a contagem do tempo.

Operadora de origem	Operadora de destino	Tempo de duração da ligação	Gasto com ligação	Gasto com SMS	Gasto total diário
		52	80,60	5,20	85,80
		52	93,32	15,54	106,86
		59	41,45	37,50	43,95

Figura 1

Na figura 1 pode-se visualizar parte do registro de um aluno que representava uma das equipes competidoras. Neste caso, a equipe já havia executado três rodadas do jogo. É importante ressaltar que na coluna “tempo de duração da ligação” foi considerada cada ligação com tempo de duração médio de 1 minuto.

Com o intuito de ampliar a visão sobre os gastos e praticar alguns cálculos usando as operações básicas foram trabalhadas as seguintes situações problema:

**Situação Problema 1:** Felipe tem um celular e gosta muito de utilizá-lo. Pensando que o melhor plano era oferecido pela operadora 5 adquiriu um chip para uso desta operadora. Sua mãe tem um celular da operadora 1, seu pai da operadora 2 e sua irmã da operadora 5. Em uma semana, Felipe estava mandando em torno de 30 mensagens para cada membro de sua família todos os dias. Ele também precisou fazer algumas ligações somando um total de 5 minutos de ligação para a irmã, 25 minutos para o pai, e 50 minutos para a mãe. Felipe está preocupado com quanto crédito ele gastou nessa semana, mas ele não consegue fazer estes cálculos, então pede ajuda a você para informá-lo quanto ele gastou durante esta semana.

**Situação Problema 2:** Jéssica ganhou um chip da operadora 3 e resolveu usar durante o mês de janeiro. O namorado dela tem um chip da operadora 5 e os pais usam a operadora 4. Jéssica liga do seu celular pelo menos uma vez por dia para seus pais e cada ligação tem a duração média de 5 minutos. Ela manda umas 50 mensagens todos os dias para seu namorado. Ela também gosta de entrar na internet no final de semana. No mês de fevereiro ela resolveu usar um chip da operadora 4 para todas estas atividades. Em qual mês Jéssica gastou menos?

Frente às respostas dos alunos, passou-se a analisar algumas soluções apresentadas, sendo que não foi sugerido nenhum modelo de resolução, deixando livre a criatividade dos alunos para organizarem os dados e resolverem os problemas.

Jéssica -  
 namorado -  
 Os Pais -  
 50 mensagens namorado / Pai dia  
 Internet - 1800 final de semana  
 Mês de Janeiro - 31 dias

$\begin{array}{r} 22 \\ 1,55 \\ \times 2,15 \\ \hline 4,75 \\ \times 1,31 \\ \hline 2,925 \\ + 4,75 \\ \hline 24,025 \end{array}$	$\begin{array}{r} 50 \\ \times 2,1 \\ \hline 150 \\ + 50 \\ \hline 15,50 \end{array}$	$\begin{array}{r} 22 \\ 15,50 \\ \times 0,05 \\ \hline 7,750 \\ 0000 \\ \hline 47,50 \end{array}$	$\begin{array}{r} 6,90/2 \\ 6 \overline{) 345} \\ \underline{0\ 9} \\ \underline{-8} \\ 50 \\ \underline{-50} \\ 00 \end{array}$
---	---	---	--

$\begin{array}{r} 1111 \\ 240,25 \\ + 3,45 \\ + 47,50 \\ \hline 321,20 \end{array}$
---

Figura 2

Felipe -  
 mãe -  
 pai -  
 irmã -  
 30 mensagens -  
 irmã - 5 minutos  
 Pai - 25 minutos  
 mãe - 50 minutos

Felipe - mês 02/0  
 150 minutos 2 Semanas 7 dias  
 Felipe gastou 1,40 com sua mãe

Felipe - Pai 02/0  
 25 minutos 1 Semana 7 dias  
 Felipe gastou 1,10 com seu pai

Felipe - irmã 02/0  
 5 minutos 1 Semana 7 dias  
 Felipe gastou 0,84 com sua irmã

Felipe - mãe 02/0  
 30 mensagens -  
 2,55 -  
 + 15,00  
 + 9,90  
 10,50  
 Felipe gastou 10,50 com sua mãe

Figura 3

Na figura 2 temos a resolução de uma das equipes da situação problema 2 e, na figura 3, de outra equipe da situação problema 1. Pode-se inferir que ambas as resoluções estão

corretas, coerentes e seguem um padrão definido pelo aluno sem ser obrigado a seguir um determinado modelo.

#### 4. CONSTRUÇÃO DO MODELO IDEAL

Finalmente, chegou-se à etapa final. Nesta etapa foi fundamental a disposição e o comprometimento dos alunos para conseguirmos então fazer um levantamento dos dados finais e construir a ideia de um modelo para ser utilizado. Os alunos tiveram que registrar como utilizaram os seus celulares no decorrer de uma semana e, para fazer isto contaram com o apoio de uma ficha de registro que foi digitalizada pelos alunos (Figura 4) e entregue ao longo do processo.

**Tabela 2**

<b>Dia da semana</b>	<b>Operadora de origem</b>	<b>Operadora de destino</b>	<b>Tempo de duração da ligação</b>	<b>Gasto com ligações</b>	<b>Gasto com SMS</b>	<b>Gasto com internet</b>	<b>Gasto total diário</b>
Domingo	1	3	0 min	R\$ 0,00	R\$ 0,50	R\$ 0,00	R\$ 0,50
Segunda	1	3	2 min	R\$ 3,18	R\$ 0,00	R\$ 0,00	R\$ 3,18
Terça	1	2	1 min	R\$ 1,59	R\$ 0,50	R\$ 0,00	R\$ 2,09
Quarta	1	1	25 min	R\$ 0,25	R\$ 0,50	R\$ 0,00	R\$ 0,75
Quinta	1	4	0 min	R\$ 0,00	R\$ 0,00	R\$ 0,00	R\$ 0,00
Sexta	1	5	0 min	R\$ 0,00	R\$ 0,50	R\$ 0,00	R\$ 0,50
Sábado	1	2	0 min	R\$ 0,00	R\$ 0,50	R\$ 0,50	R\$ 1,00
<b>Total de Gastos da semana</b>	<b>R\$ 8,02</b>						

Uma semana depois, organizaram os resultados, trabalharam com os dados encontrados e cada aluno chegou a uma conclusão sobre a utilização de cada operadora, o que foi mais instigante durante todo o trabalho.

Concluiu-se esta etapa com um novo debate, onde cada aluno defendia seu ponto de vista e, ao final de todo o processo, os alunos puderam concluir que existem duas operadoras que poderiam descrever um modelo ideal, sendo uma o modelo ideal para quem utiliza mais o celular apenas no local de origem e outra sendo o modelo ideal para quem utiliza mais o celular para fazer chamadas interurbanas, com o código de discagem diferente do de origem.

No caso particular dos alunos, após as coletas de dados, exposição das ideias e debates fechou-se a discussão definindo que como eles utilizavam o celular apenas dentro de seu local de origem a operadora modelo que satisfaria suas necessidades seria a operadora 5. Lembrando que a operadora 5 fornece o seguinte plano:

- Ligação para mesma operadora: 0,12 por chamada (local);
- Ligação para outra operadora: 0,20 por chamada;
- Mensagem para a mesma operadora: 0,50 o dia;
- Mensagem para outra operadora: 0,35 cada mensagem;
- Internet: 0,50 o dia;

## **5. CONSIDERAÇÕES FINAIS**

A partir da experiência descrita neste trabalho, foi interessante obter um resultado como este, pois os alunos conseguiram praticar o conteúdo matemático desejado, no caso as operações básicas (adição, subtração, multiplicação e divisão) e aprimoraram conhecimentos que vão além de uma sala de aula.

Declararam que foi produtivo, satisfatório e interessante todo o processo desde o início até o momento final. Encerrou-se as atividades com a fala de um aluno que, ao final do projeto foi à nossa procura para dar seu depoimento:

Eu jamais imaginei que o simples fato de ter e utilizar um celular fosse dar origem a um trabalho tão bom e interessante, e que dessa forma eu sentisse interesse em correr atrás e me desempenhar tanto em favor de um conhecimento matemático que não tinha interesse em aprender, pois não aguentava mais somar maçãs, distribuir balas e repartir chocolates. Obrigado por me fazer gostar de matemática e ver que eu estava errado, pois a matemática é importante e fundamental nas nossas vidas (Aluno participante do projeto).

Por meio deste depoimento, percebe-se que a matemática ensinada nas escolas, muitas vezes desconectada da vida cotidiana, não desperta motivação dos alunos no ensino da matemática. Fatores como os tratados anteriormente influenciam o ensino, assim como diz Fiorentini e Miorim (1993) relatam que

as dificuldades encontradas por alunos e professores no processo ensino-aprendizagem da matemática são muitas e conhecidas. Por um lado, o aluno não consegue entender a matemática que a escola lhe ensina, muitas vezes é reprovado nesta disciplina, ou então, mesmo que aprovado, sente dificuldades em utilizar o conhecimento "adquirido", em síntese, não consegue efetivamente ter acesso a esse saber de fundamental importância. (p. 1).

## **6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

[1] BELLO, S. E. L. e BASSOI, T. S. **A Pedagogia de Projetos para o Ensino Interdisciplinar de Matemática em Cursos de Formação Continuada de Professores.** Educação Matemática em Revista – Sociedade Brasileira de Educação Matemática. Ano 10, Nº 15, Dezembro de 2003.

[2] BRASIL. **Ministério do Planejamento, Orçamento e Gestão. Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística.** Contagem Populacional. Disponível em: <[http://www.ibge.gov.br/graficos\\_dinamicos/pnad2008\\_tic/celular.php](http://www.ibge.gov.br/graficos_dinamicos/pnad2008_tic/celular.php)>. Acesso em abril de 2013.

[3] FIORENTINI, D. e MIORIM, M. A. **Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no Ensino da Matemática.** Publicado no Boletim SBEM-SP, ano 4 - nº 7, 1993. Disponível em <<http://drb-assessoria.com.br/1UmareflexaosobreousodemateriaisconcretosejogosnoEnsinodaMatematica.pdf>>. Acesso em abril de 2013.

[4] MEYER, J. F. C. A; CALDEIRA, A. D; MALHEIROS, A. P. S. **Modelagem em Educação Matemática.** Belo Horizonte. Editora Autêntica, 2011. Coleção Tendências em Educação Matemática.