

VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática



ULBRA - Canoas - Rio Grande do Sul - Brasil

16, 17 e 18 de outubro de 2013

Comunicação Científica



A CONSTRUÇÃO DO PENSAMENTO FORMAL PARA A APRENDIZAGEM DE ANÁLISE COMBINATÓRIA: UM ESTUDO NO ENSINO MÉDIO

Mariana Lima Duro¹

Giseli Verginia Sonogo²

Ana Queli Mafalda dos Reis³

Educação Matemática no Ensino Médio

Resumo: A presente pesquisa sintetiza as conclusões obtidas em um estudo que busca compreender a psicogênese do pensamento combinatório numa perspectiva da Epistemologia Genética de Jean Piaget. Analisa-se os mecanismos utilizados por estudantes do ensino médio na resolução de situações experimentais de análise combinatória, no intuito de compreender como esta noção é construída. O pensamento dos sujeitos é analisado ressaltando suas semelhanças, enquanto estruturas de raciocínio, na construção das possibilidades sugeridas no problema. Acredita-se que alguns métodos escolares possam prejudicar a construção do raciocínio formal, justificando as dificuldades dos jovens em compreender seus mecanismos. A metodologia da pesquisa baseia-se no método clínico, com a aplicação de experimentos combinatórios que possibilitem ao estudante criar generalizações acerca deste conteúdo. Uma das características do pensamento formal é a capacidade de operar com o possível, não apenas com o real observável, podendo o raciocínio combinatório identificar o grau de formalidade que caracteriza o pensamento atual do sujeito. Observa-se que os estudantes do Ensino Médio entrevistados para este estudo, mesmo estando em diferentes faixas etárias, constroem esta noção de maneira gradual e estruturalmente semelhantes, caracterizando três diferentes níveis de pensamento, até a construção do pensamento formal necessário (embora não suficiente) para a compreensão da Análise Combinatória.

Palavras Chaves: Análise Combinatória. Pensamento Formal. Epistemologia Genética. Aprendizagem de Matemática.

INTRODUÇÃO

Esta pesquisa pretende levantar hipóteses acerca do pensamento lógico, do ponto de vista da Epistemologia Genética, do aluno do Ensino Médio. A aquisição de estruturas formais de pensamento possibilita a construção do raciocínio lógico-matemático do sujeito, enquanto superação da intuição perceptiva do período pré-operatório, e da reversibilidade limitada das ações operatório-concretas.

Procuramos investigar as estratégias utilizadas pelos estudantes durante a realização de experimentos, levando em conta a estruturação do seu raciocínio e os esquemas previamente

¹ Mestre em Educação. IFRS. mariana.duro@bento.ifrs.edu.br

² Mestre em Ensino de Matemática. IFRS. giseli.sonogo@bento.ifrs.edu.br

³ Mestre em Educação. IFRS. ana.reis@bento.ifrs.edu.br

construídos que possibilitam ou limitam a construção da combinatória. Dessa forma, pretende-se contribuir com as pesquisas na área de ensino de matemática, à medida que o professor-leitor poderá refletir sobre os diferentes níveis de pensamento dos seus alunos, e não mais partir do pressuposto de que todos já possuam raciocínio formal estruturado para a aprendizagem da combinatória.

Segundo Polya (1985, p.13),

[...] a Matemática não é um esporte para espectadores: não pode ser apreciada e aprendida sem participação ativa, de modo que o princípio da aprendizagem ativa é particularmente importante para nós, matemáticos professores, tanto mais se tivermos como objetivo principal, ou como um dos objetivos mais importantes, ensinar crianças a pensar.

Concebendo o aluno como sujeito ativo de sua própria aprendizagem e subsidiadas pela Epistemologia Genética de Jean Piaget, buscamos compreender como alunos do ensino médio aprendem combinatória. Desta maneira, o leitor é convidado a refletir acerca do ensino desse conteúdo, de modo a pensar em estratégias didáticas que favoreçam a aquisição de estruturas capazes de assimilá-lo.

O PENSAMENTO FORMAL NO ENSINO MÉDIO

Em geral, todos os seres humanos são capazes de chegar ao nível das estruturas formais, tendo em vista que a relação estabelecida pelo sujeito entre os meios endógeno e exógeno possibilita sua construção. Sendo assim, como se dá o processo de construção da combinatória? Como o sujeito passa a distanciar-se do real e parte para o plano das possibilidades? Como se dá a ação no plano virtual? Ao pensar sobre essas questões, tomamos consciência do quanto a Epistemologia Genética pode contribuir para compreendermos o desenvolvimento das estruturas cognitivas.

Polya (1985, p.13) afirma que

se quisermos desenvolver a inteligência do aluno, devemos ficar atentos para que as coisas primeiras apareçam em primeiro lugar. Certas atividades são mais fáceis e naturais que outras: adivinhar é mais fácil que demonstrar, resolver problemas concretos é mais natural do que construir estruturas conceituais.

Em geral, o concreto vem antes do abstrato, a ação e a percepção, antes das palavras e dos conceitos, os conceitos, antes dos símbolos etc. Levando-se em conta que uma informação somente pode ser compreendida se o sujeito possuir estruturas internas que lhe possibilitem assimilá-la, torna-se impossível ensinar conceitos matemáticos complexos a crianças que ainda não desenvolveram estruturas para isso. No entanto, há um consenso entre os professores de que “[...] o conhecimento não passa de uma acumulação de aprendizagens,

compreendidas como cópias; daí, a onipresença da estimulação como explicação das aprendizagens, independentes da atividade do sujeito”. (BECKER, 1998, p. 53).

Para pensar no plano hipotético e entrar no mundo das possibilidades, é necessário que o sujeito coordene suas ações, de modo a transpor a um plano mental superior o seu pensamento atual. Nesse novo plano, novas reorganizações serão estabelecidas. Nesse sentido, Piaget (1995) afirma que as estruturas de pensamento são estruturadas e estruturantes ao mesmo tempo.

MÉTODO DA PESQUISA

A coleta de dados para esta pesquisa se deu por meio de provas experimentais concretas, que favorecessem ao sujeito a construção de cálculos combinatórios. A aplicação desses experimentos teve inspiração no método clínico piagetiano, que permite intervenções do experimentador questionando o sujeito em busca da compreensão da gênese do seu pensamento a respeito da noção ou conceito em pauta. As questões formuladas estão de acordo com as respostas dadas pelo sujeito ou por suas atitudes, nas diferentes situações a que estiver exposto, devendo ser analisados todos os aspectos considerados relevantes para a pesquisa.

O objetivo das perguntas estava voltado a descobrir como o sujeito pensa. Compreender o seu pensamento significa compreender “como ele organiza seu pensamento, como ele percebe, age e sente” (DELVAL, 2002, p.67). A liberdade limitada – no sentido de não fugir dos objetivos – que o método possibilita, permite ao entrevistador dar conta da grande diversidade de possibilidade de respostas e de intervenções que surgiram durante as experiências.

O objetivo desta pesquisa é compreender a psicogênese do pensamento combinatório em alunos do ensino médio. Ou seja, compreender como se dá esse pensamento em seus diferentes níveis estruturais. Para isso, observaram-se as tentativas, sejam elas exitosas ou não, na busca pela solução dos problemas apresentados. A hipótese mais geral é de que o pensamento combinatório é construído, passando por diferentes níveis até chegar a sua mais refinada generalização.

Sujeitos

O método clínico utiliza o critério da saturação para determinar a quantidade de sujeitos. Dessa maneira, foram entrevistados 18 sujeitos, sendo oito alunos de EJA e 10 alunos do ensino médio regular. A partir do momento em que nada de novo, em termos de

estrutura, apareceu nas explicações dadas pelos sujeitos, foi encerrada a coleta de dados. Os sujeitos da pesquisa foram selecionados entre os alunos regularmente matriculados no ensino médio regular ou EJA, de uma escola da rede pública; não se fez restrição à idade dos sujeitos participantes, a qual variava entre 14 e 47 anos. Independentemente de esses sujeitos já terem tido contato com o conteúdo de análise combinatória em qualquer tempo e espaço, o nosso objetivo era compreender como esse raciocínio se desenvolve no sujeito. Ter estudado análise combinatória não pressupõe ter aprendido análise combinatória.

O convite para participar da coleta de dados desta pesquisa levou em consideração a disponibilidade dos sujeitos. Para registro de imagens e dados, foi solicitada autorização dos responsáveis pelos alunos, sujeitos da pesquisa, em um documento escrito e disponibilizado em anexo, levando em consideração a preservação de sua privacidade e identidade.

Procedimentos para coleta de dados

A coleta de dados realizou-se por aplicação e análise de três provas experimentais concretas, as quais buscavam criar condições para que o sujeito construísse estratégias combinatórias para suas soluções. Foi realizada individualmente, com registro de imagens e falas, por meio de filmagem, as quais foram degravadas. As entrevistas foram feitas na escola, durante o período de aula, com a devida autorização do professor responsável. Foi necessária uma sessão para cada sujeito, com duração média de uma hora cada.

A criação das quatro provas se deu a partir de três experimentos. A ideia de partir de um problema de menor complexidade para um de maior complexidade possibilitaria que os sujeitos esquematizassem seu pensamento e construíssem sua própria formalização acerca do problema, saindo do plano concreto e avançando para o mundo das hipóteses. A intenção foi construir provas que levassem ao pensamento combinatório, com suas particularidades em termos de Princípio Fundamental da Contagem, Arranjo, Permutação e Combinação.

Experimento 1

Consiste em quatro representações de casas de material plástico, cada uma de uma cor: Amarela (A), Azul (Z), Rosa (R) e Roxa (X). As estradas que delineiam os caminhos que ligam uma casa a outra são móveis (não-fixas), dando a possibilidade de o sujeito segui-los com o auxílio de um carrinho de brinquedo. A ideia é sugerir situações em que necessite-se chegar a uma determinada casa, passando ou não por outra, variando a quantidade de estradas e, conseqüentemente, de caminhos.

No primeiro experimento, chega um momento em que fica inviável representar a grande quantidade de caminhos de modo empírico. Para ter certeza da quantidade de caminhos que materialmente é capaz de construir, o sujeito precisa, em nível mais elementar, sistematizar seu pensamento por meio de uma representação em forma de árvore ou, em nível mais elevado, estruturar seu pensamento a fim de construir um raciocínio multiplicativo e, assim, generalizá-lo para quantos caminhos seu pensamento é capaz de criar. É essa possibilidade de continuar o pensamento sem o material concreto que caracterizaria um pensamento combinatório formalmente construído.

Experimento 2

O experimento 2 consiste nas Provas 2 e 3, que buscam determinar a quantidade de maneiras de um grupo de quatro (permutação) ou cinco (arranjo) pessoas sentarem-se a uma mesa de quatro lugares. O experimento permite ainda que se trabalhe com uma quantidade menor de elementos, a fim de adequar ao nível de pensamento do sujeito. Este experimento está relacionado aos conteúdos de arranjo e permutação, porém não é necessário que o sujeito conheça esses conceitos para desenvolver eficientes mecanismos de cálculo.

Experimento 3

Polígonos regulares, confeccionados em madeira, contendo pregos em seus vértices e atilhos. Esse material permite que o sujeito, com auxílio de um atilho, consiga formar triângulos, cujos vértices coincidam com os vértices do hexágono. O objetivo é descobrir a quantidade de triângulos diferentes (com vértices distintos) capazes de serem compostos, unindo os vértices de um dos polígonos escolhidos. Este experimento prevê um raciocínio que exclua as possibilidades que geram resultados equivalentes. Esta prova pode ter continuidade com os polígonos com maior quantidade de lados, e, assim, mais vértices disponíveis para a combinação.

É através da estratégia de contagem e da explicação que é possível verificar como o sujeito concebe a enumerabilidade da quantidade de triângulos distintos. Embora os experimentos estejam restritos a situações de quantidades finitas, é possível verificar até que ponto o sujeito consegue trabalhar no plano das ideias, generalizando o seu pensar a fim de aplicar a forma estabelecida e um novo conteúdo apresentado.

ANÁLISE E APRESENTAÇÃO DOS DADOS

Os modelos lógicos (PARRA, 1983, p.21) estudados por Piaget tendem a representar a essência e não cópias do pensamento do sujeito. Deixa-se claro que os níveis e subníveis estão relacionados às noções avaliadas (e não outras), podendo o sujeito estar em diferentes níveis de pensamento tratando-se de noções diferentes.

NÍVEL I: AUSÊNCIA DE SISTEMATIZAÇÃO MULTIPLICATIVA

Os sujeitos do Nível I contextualizam suas respostas, embora sem indícios de raciocínio combinatório em seu esforço para encontrar a solução do problema que ocorre, muitas vezes, de maneira aleatória. As explicações são pré-causais, vinculadas ao mundo real. Esses sujeitos podem apresentar êxito ou fracasso na ação prática, porém, desconsideram os mecanismos que os levaram para tal solução. Buscam o resultado, não mostrando consciência do processo (INHELDER e PIAGET, 1976, p.4).

Os sujeitos se satisfazem com explicações diferentes e, até, contraditórias entre si. Ficam indiferentes frente à contradição, pois, mesmo testando suas hipóteses em diversas tentativas, os sujeitos não coordenam estes resultados. Não procuram tornar dedutível o real. Acreditam que o acaso é que determina as possibilidades, e nem imaginam que situações semelhantes geram resultados semelhantes.

Subnível IA: ausência de sistematização

Os sujeitos do subnível IA fazem associações aleatórias, relacionando combinações de modo não sistemático. Por exemplo, o sujeito A só admite caminhos “retos”, deixando de lado algumas combinações: *“Eu posso pegar a primeira estrada (A1) e depois a segunda (B1), ou eu posso pegar a segunda estrada daqui (A2) e depois a outra do outro lado (B2)”*. Não consegue sistematizar seu pensamento a fim de afirmar o conjunto de possibilidades e verificá-las, não encontrando as possibilidades A1B2 e A2B1, por exemplo. Não é capaz de retomar seu pensamento, enumerando as mesmas combinações, cada vez que solicitado.

Esse pensamento não consegue trabalhar com hipóteses, nem formalizar uma comprovação. No segundo experimento, A dá explicações totalmente empíricas e pré-causais. *“A mãe senta-se próximo ao filho, porque tem que cuidar dele, mas às vezes o pai também pode cuidar, então eles podem trocar de lugar”*.

Subnível IB: sistematização aditiva

Os sujeitos deste nível utilizam a adição como técnica de sistematização. À medida que são acrescentados elementos, o sujeito soma essa quantidade às combinações já efetuadas. B esquematiza o pensamento do ponto de vista aditivo: “*Acho que aumentando duas estradas, aumentam-se dois caminhos, oito então*”. No experimento 2, contendo três cadeiras e três pessoas, afirma que cada pessoa pode sentar em cada cadeira uma vez, o que resulta em “*três, mais três, mais três. Nove possibilidades*”.

Mesmo que se tente mostrar para o sujeito do nível I mais uma possibilidade, isso não basta para que modifique sua estrutura lógica. A experiência física pode ser importante, mas nunca suficiente para modificar uma estrutura de pensamento, ou seja, ela não pode ser obtida por reforço externo, pois o sujeito deve estar pronto também internamente para responder ao estímulo externo, por ocasião da experiência. Dessa forma, os experimentos, por si só, não são capazes de alterar ou corrigir o pensamento do sujeito. Para conciliar suas explicações em uma única totalidade que englobe todas as possibilidades, é necessário que suas ações sejam interiorizadas e que essas operações se tornem conscientes.

NÍVEL II: INÍCIO DA SISTEMATIZAÇÃO MULTIPLICATIVA

O sujeito deste nível é capaz de ordenar e seriar adequadamente as variáveis, mas não consegue dissociá-las, fazendo-as variar ao mesmo tempo; isso torna impossível a verificação correta da solução. Não ficam limitados apenas à ação prática e buscam interiorizar os mecanismos utilizados nesta ação na medida em que buscam apropriar-se das próprias ações.

Os sujeitos conseguem esquematizar seu pensamento de modo a encontrar todas as possibilidades, mas a forma encontrada ainda não pode ser aplicada a diferentes conteúdos. Suas aplicações atingem uma lógica clara e coerente no âmbito multiplicativo, no entanto, ainda não conseguem generalizá-la.

Subnível IIA: pequena sistematização sem dissociação de fatores (correspondência biunívoca entre variáveis)

A sua estrutura mental concreta é suficiente para ler os fatos, mas não para organizá-los em termos de dissociação. Apenas um fator é escolhido para combinar com os demais, enquanto ele mesmo não varia, combinando-se com os demais. Quando solicitado a fazer novas combinações com as combinações já efetuadas, regride ao caráter empírico e às combinações casuais próprias do nível I.

L afirma ter feito todas as combinações no primeiro experimento, mas não consegue mostrá-las, encontrando um número diferente de possibilidades a cada tentativa. O sujeito apresenta sua lógica relacional de correspondência biunívoca, um para um. Não consegue fazer combinações de segunda, terceira, quarta ordem, por falta de estrutura de pensamento.

Estes sujeitos, “embora em posse das operações de multiplicação lógica de correspondência biunívoca” (INHELDER e PIAGET, 1976, p.84) não constroem uma estratégia de solução que englobe combinações n a n , visto que ainda não possuem estruturas lógicas que lhes possibilite combinar os fatores entre si de forma completa.

Subnível IIB: dissociação dos fatores empíricos (combinações n a n)

Os sujeitos deste nível apresentam considerável progresso se o assunto é superar as contradições, na busca de uma solução única; no entanto, não possuem os esquemas operatórios necessários para isso. Isolam adequadamente as variáveis, porém, se utilizam de operações concretas (de seriação e correspondência), não procurando razão para a utilização dos mecanismos utilizados, não demonstrando possuir estruturas formais de implicação para a solução (INHELDER e PIAGET, 1976, p.7,8). Mesmo em posse de todos os elementos necessários para a criação da lei geral da combinatória, ainda lhes faltam as operações formais para a criação de uma hipótese explicativa.

C mostra sinais de busca, de certa forma, de uma sistematização mais segura, mas sem a verificação de hipóteses. *“Eu posso deixar a mãe na primeira cadeira sempre, daí troco os outros, assim [mostra concretamente], depois faço a mesma coisa com o pai e o filho”*. F diz: *“Sei que se eu for sempre por esta [estrada] poderei ir pelas outras, depois posso trocar”*. E se contasses ao contrário [da direita para a esquerda]? *“Posso contar daqui pra cá ou de lá pra cá que dá na mesma”*. Demonstrando a relação de reciprocidade. *“Preciso cuidar para não contar a mesma forma [disposição dos bonecos] duas vezes”*. E como tu podes ter certeza? *“Tenho que cuidar para não repetir”*.

A novidade do subestádio IIB é que, além de multiplicar todos os elementos por outro, espontaneamente esses sujeitos passam a realizar combinações 2 a 2 ou 3 a 3. Porém, ainda não atingem o estágio III por ainda faltar-lhes a sistematização destas combinações, ou seja, unir estas combinações em um sistema único e geral.

NÍVEL III: SISTEMATIZAÇÕES GENERALIZADORAS

A principal propriedade do pensamento formal é a inserção da realidade como subconjunto de um conjunto maior de possibilidades. Em lugar de “teorizar” sobre dados empíricos (concretos), o pensamento formal permite que o sujeito teorize sobre possibilidades. Neste estágio, o sujeito é capaz de relacionar variáveis, utilizando-se da experimentação (ou não), apenas para testar, sobre um padrão sistemático, se suas hipóteses se mantêm verdadeiras (PARRA, 1983, p.15). Esse raciocínio, que relaciona proposições e não conteúdos, caracteriza-se como hipotético-dedutivo.

Neste nível, há uma relação causal estabelecida por correspondência; por exemplo, quanto mais estradas mais caminhos, ou quanto mais cadeiras mais organizações possíveis, ou quanto mais vértices mais triângulos, em uma proporção multiplicativa. A combinatória passa a constituir o pensamento, não apenas como estrutura proposicional, mas de forma geral. Na solução encontrada estão presentes todos os casos possíveis de combinações.

Subnível IIIA: combinação sistemática n a n

Esses sujeitos acreditam na existência de uma lei única e geral capaz de explicar o resultado obtido na ação empírica, mas ainda não sentem a necessidade dessa formulação, obtendo êxito através de combinações n a n e de modo sistemático. D consegue encontrar todas as possibilidades de modo sistemático. *“Com três casas multiplica-se a quantidade de estradas entre elas”*. E com mais casas? *“Continuo a multiplicar”*. Como é que tu explicas isso? *“Para cada nova estrada aumenta outra possibilidade de caminho para cada estrada já existente”*. Sempre vai ser assim? *“Sim”*. Então qual é o maior número de caminhos que podemos ter? *“Se tivéssemos infinitas estradas, infinitos caminhos”*.

Ter a certeza de que todas as possibilidades foram contempladas também é um salto qualitativo bastante grande nesses sujeitos. Para chegar à solução, os sujeitos não se contentam em encontrar algumas possibilidades, a perceber que cada uma delas faz parte de um todo maior. E mostra um pensamento proporcional relacionado à quantidade de estradas e caminhos possíveis. Ao pensar hipoteticamente, o sujeito não tem mais necessidade de comprovação prática de suas hipóteses, elas passam a existir no plano das possibilidades.

Subnível IIIB: necessidade de generalização

Os sujeitos deste nível também sabem da existência de um fator geral, mas o que os diferencia dos sujeitos do nível IIIA é que sentem a necessidade dessa formulação. O pensamento hipotético possibilita a certificação da generalidade da lei, sendo esta, agora,

necessária. É importante para o sujeito verificar a veracidade da lei, mesmo que as condições empíricas sejam modificadas.

No nível IIIB, o sujeito realiza a equilibração do sistema. É neste nível que ocorre o pensamento matemático mais refinado. Talvez por isso, tenham sido encontrados apenas um sujeito que contemplou essas características. J é o único exemplo desse nível que, embora não deduza as fórmulas próprias da Análise Combinatória, cria leis aplicáveis a diferentes conteúdos. J combina todos os fatores entre si, fazendo todas as ligações possíveis. Para ter certeza de que os elementos não foram apenas colocados em correspondência a partir, puramente, de observação ou experiência física, coloca-se o sujeito em uma situação em que os fatores necessariamente devem ser combinados, e são as suas justificativas que esclarecerão o nível de pensamento em que se encontra.

Na situação em que três estradas levam a casa amarela à rosa e outras três estradas levam a rosa à azul, utiliza a estratégia da multiplicação. *“Para cada uma [estrada] eu posso pegar outra de três maneiras”*. E a lógica continua quando a quantidade de caminhos não for igual? *“Sim, neste caso, quatro vezes três, dá doze caminhos”*. E se tivéssemos, por exemplo, cinquenta, trinta e vinte estradas? *“Daí multiplica cinquenta por vinte por trinta”*. No segundo experimento: *“continua a mesma lógica, cada um pode sentar em três lugares diferentes, então é nove”*.

É importante destacar que, embora no nível IIIB, o sujeito J não conseguiu construir as fórmulas algébricas utilizadas pela análise combinatória. Pensamos que a falta dessa última forma em nada reduz o pensamento combinatório enquanto estrutura, visto que ela é dada a partir de transformações unicamente algébricas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo principal desta pesquisa consistia em investigar o desenvolvimento do pensamento combinatório, enquanto constituinte de um sistema operatório formal. Aprender combinatória, assim como os demais conteúdos matemáticos, exige muito mais que apenas um processo de ensino. O professor deve ter pleno conhecimento de que esses conceitos, “embora sejam influenciados pela experiência adquirida e pelas interações sociais, resultam de um processo interno de pensamento” (ASSIS et al., 2011, p.41). Esse processo é construído, passando de conhecimentos menos complexos para outros de maior complexidade em todos os seres humanos, mas segundo a hipótese de Inhelder e Piaget, ele ocorre de maneira peculiar em cada pessoa.

Tendo em vista a hipótese central deste estudo, pode-se constatar que pensamento combinatório é construído, passando por diferentes níveis de equilíbrio até a sua formalização. Construir um pensamento combinatório exige não só uma estrutura formal de pensamento, mas uma estruturação mental que possibilite ampliar este mecanismo até chegar a essa compreensão.

Diferentes organizações de pensamento foram apresentadas nas categorias de análise, classificadas em função da complexidade dessa organização. Observa-se desde a combinação aleatória de variáveis, passando por um nível intermediário onde ocorrem sucessivas sistematizações até, finalmente, a construção de um pensamento mais geral, com a necessidade da elaboração de uma lei única. Combinatória completa é precisamente o que caracteriza o pensamento formal, cuja estrutura ultrapassa os agrupamentos aditivos ou multiplicativos de classes e de relações e cria a estruturação de uma lógica de proposições (INHELDER e PIAGET, 1976, p.39). A lei geral é construída a partir de uma longa estruturação mental, até que atinja seu nível de equilíbrio no patamar das operações formais.

Enquanto que no nível pré-operatório I, o sujeito não é capaz de qualquer prova, no nível das operações concretas (IIA e, sobretudo, IIB) não sente espontaneamente a necessidade delas, mas, se as pedimos, torna-se capaz de apresentá-las. No entanto, de acordo com toda lógica das operações concretas, que consiste apenas em organizar a leitura da experiência bruta (por classificações, estabelecimento de relações, etc.), a única verificação então imaginada é acumular fatos, até a certeza mais ou menos completa, mas sem ultrapassar o geral, isto é, sem introduzir elos de necessidade por dissociação desses fatos e dedução das relações assim dissociadas (INHELDER e PIAGET, 1976, p.30).

O resultado obtido nos experimentos mostra que uma combinatória sistemática só aparece nos sujeitos a partir do nível IIIA. A tentativa de dissociar os fatores só é generalizada no nível formal (INHELDER e PIAGET, 1976, p.213). O que se pode observar é que em cada nível, o sujeito estrutura seu pensamento “da maneira mais completa que lhe é acessível” (INHELDER e PIAGET, 1976, p. 212).

A construção da combinatória passa por patamares de equilíbrio que independem da idade ou série do aluno. O ensino escolar não garante a construção da combinatória, sobretudo se a aprendizagem, dele decorrente, consistiu em uma experiência de memorização mecânica, sem maior significado cognitivo. No âmbito da educação matemática, fica evidente a necessidade de que professores passem a envolver problemas de contagem, os quais exigem um pensamento combinatório mais elementar, já no ensino fundamental. Justificamos isso,

não apenas por sua utilidade em diferentes áreas, mas também por serem importantes no preparo da aquisição de estruturas formais de pensamento.

REFERÊNCIAS

ASSIS, Orly Z. Mantovani de; MOLINÁRI, Adriana Cirder; ZAIA, Lia Leme; RABIÓGLIO, Marta; BESSA, Sônia. *O desafio de ensinar e aprender matemática na educação básica*. Campinas: UNICAMP, 2011.

BECKER, Fernando. Epistemologia genética e conhecimento matemático. In: BECKER, Fernando; FRANCO, Sérgio Roberto K. (orgs.). *Revisitando Piaget*. 3. Ed. Porto Alegre: Mediação, 1998.

DELVAL, Juan. *Introdução à prática do método clínico: descobrindo o pensamento das crianças*. Porto Alegre: Artmed, 2002.

INHELDER, Bärbel; PIAGET, Jean. [1970] *Da lógica da criança à lógica do adolescente*. São Paulo: Pioneira, 1976.

PARRA, Nélío. *O adolescente segundo Piaget*. São Paulo: Pioneira, 1983.

PIAGET, Jean [1977] et al. *Abstração Reflexionante: relações lógico-aritméticas e ordem das relações espaciais*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.

POLYA, George. *O Ensino por meio de problemas*. Revista do Professor de Matemática, n. 7. São Paulo: SBM, 1985, p. 11-16.