

# VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática



ULBRA - Canoas - Rio Grande do Sul - Brasil

16, 17 e 18 de outubro de 2013

Comunicação Científica



## RETROSPECTIVA HISTÓRICA SOBRE A TRIGONOMETRIA: CONSIDERAÇÕES IMPORTANTES NO ENSINO DA MATEMÁTICA

Vaneila Bertoli<sup>1</sup>

Elcio Schuhmacher<sup>2</sup>

### Temática do artigo: História da Matemática, História da Educação Matemática e Cultura

**Resumo:** Este artigo apresenta de forma breve um apanhado histórico da matemática, com foco na trigonometria. Apresentamos um retrospecto desde 1650 a.C. quando foi escrito o papiro de Rhind até Kastner, este foi o primeiro a definir as funções trigonométricas de números puros. A motivação para o desenvolvimento da pesquisa surge da prática de sala de aula, onde é de suma importância considerar a história que envolve os conteúdos matemáticos contemporâneos, até mesmo como motivação aos estudantes. Percebe-se no decorrer dos fatos históricos aqui descritos, que a trigonometria demorou muitos séculos até ser reconhecida com uma ciência independente da astronomia, foi por volta 1250 quando o autor Persa Nasir publicou-a independente em sua obra. A matemática sempre esteve envolvida com a astronomia, durante muitos séculos apenas foi aplicada. A história da trigonometria contou com a colaboração de muitas civilizações antigas, dentre elas destacamos, Grécia, Índia, Egito, Arábia e mais tarde os Europeus também desempenharam papel fundamental na história da matemática, principalmente no cálculo, álgebra e geometria. Consideramos que este trabalho serve de aporte teórico aos docentes e discentes envolvidos no estudo de trigonometria, contribuindo para seu entendimento histórico e contemporâneo, é essencial termos conhecimento sobre nossa história, através dela entendemos o que motivou e justifica estudar trigonometria, geometria, cálculo dentre outros.

**Palavras chaves:** História da Matemática. Trigonometria.

### Introdução

A matemática é um constructo humano e contínuo, que com o passar dos anos foi sofrendo modificações em suas representações e significados. A história nos fornece contexto, pois é um produto cultural, criada por pessoas num determinado momento e local. Neste

---

<sup>1</sup> Mestranda do Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática da Universidade Regional de Blumenau (FURB). [vaneilabertoli@hotmail.com](mailto:vaneilabertoli@hotmail.com)

<sup>2</sup> Doutor Professor do Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática da Universidade Regional de Blumenau (FURB). [elcio@furb.br](mailto:elcio@furb.br)

artigo apresentaremos parte da história da matemática, nos limitando ao processo histórico de construção da trigonometria.

Consideramos importante no processo de ensino-aprendizagem conhecer a história que determinou o conhecimento contemporâneo. Segundo Sebastiani (1999), é necessário que chegue à escola a concepção de uma matemática construída pelo homem, imperfeita e sem verdades universais e que devemos mostrar aos professores-alunos que a crença na verdade universal dos conceitos matemáticos é fruto de uma visão da ciência, uma visão evolucionista e eurocentrista desta ciência. Com a análise histórica que faremos, fica evidente que as concepções científicas são mutáveis e passíveis de mudança ao longo da sua construção.

Segundo D'Ambrosio (2002), a História da Matemática, que se firmou como uma ciência somente no século passado, tem como grande preocupação o rigor da identificação de fontes que permitem identificar as etapas desse avanço. Isso afeta não só a história da Matemática nas nações e populações periféricas, mas igualmente causa distorções na visão de prioridades científicas das nações dominantes. Ao fazermos um estudo sobre trigonometria, devemos levar em consideração como ela situou-se no contexto histórico, pois quanto mais conhecemos seu passado melhor podemos interagir e entendê-la.

O ensino de trigonometria não se reduz apenas as fórmulas trigonométricas, é necessário dar significado ao seu estudo, entender por que foi necessário ter tais conhecimentos, para que foram criados e como evoluíram ao longo do processo de construção da humanidade. Segundo Berlingoff (2008), para ensinar matemática em qualquer nível é necessário ajudar os estudantes a entenderem as questões e formas de pensamento que ligam os detalhes. É natural que os estudantes tenham curiosidade de saber de onde vieram tantos conhecimentos, o porquê de estudar esses conceitos e assim entender seu próprio papel na sociedade.

Objetiva-se com este artigo conhecer como a trigonometria constitui-se na construção da história da matemática, suas transformações e mudanças de conceitos característicos de seu conhecimento científico, ou seja, o objetivo é fazer um "apanhado" histórico da Matemática em particular da Trigonometria. Este estudo histórico além de dar uma visão ao estudante quanto à importância histórica da trigonometria, ajuda na compreensão dos mesmos. Além disso, buscamos motivar os professores para importância de envolver os estudantes no estudo da trigonometria.

Neste artigo tomaremos como foco a epistemologia histórica da trigonometria sem nos deter nas funções trigonométricas, ou modos de interpretação de cada contribuição dada pelos matemáticos, físicos e astrônomos da época. Apresentaremos uma idéia geral de evolução dos

conceitos trigonométricos e como foram sendo citados e utilizados ao longo dos anos. Definiremos trigonometria e a partir disso apresentaremos uma linha do tempo, organizada em forma de texto, na qual são identificados os principais marcos na história da trigonometria.

### **Definição de trigonometria**

Para entender a história da trigonometria, precisamos primeiro saber o que a mesma significa, o dicionário Michaelis define o termo trigonometria como sendo parte da matemática que tem por objeto o estudo das funções circulares e a resolução dos triângulos por meio de cálculo.

### **História da matemática: breve relato**

A história da matemática contemporânea tem referências muito antigas. Desenvolveu-se na Grécia Antiga, Índia e no império islâmico medieval. Muitos matemáticos vêm escrevendo sobre a história de seu tema há séculos, porém, vários relatos deixam dúvidas de como os fatos realmente se deram. Quando as referências citadas são escritas é mais preciso informar datas, alguns conceitos matemáticos são narrados historicamente por objetos, o que dificulta a precisão do tempo histórico.

A origem da matemática não é conhecida, o que sabe-se é que as civilizações que desenvolveram uma escrita mostravam evidências de conhecimento matemático. Por volta de 5000 a.C. a escrita começou a se desenvolver no antigo Oriente Próximo, a matemática nessa época surge como atividade específica.

Neste contexto histórico temos grandes avanços na matemática no Egito, com as medições de terras próximas ao vale do rio Nilo. As informações sobre a matemática egípcia tem como maior fonte o papiro Rhind (1650 a.C.), cujo nome vem de A. Henry Rhind, arqueólogo do século XIX que o levou para Inglaterra. O papiro contém de um lado cálculos do outro, vários problemas utilizados para o treinamento dos escribas.

Segundo Bell (1985), o nascimento e desenvolvimento da matemática grega abrange aproximadamente dez séculos, do ano de 600 a.C. até 400 d.C.. A primeira escola alexandrina, foi fundada por Alexandre Magno em 332 a.C., este foi um ponto chave na história da matemática grega. Nesta época Euclides (365 – 275 a.C.) formou rígidos sistemas de dedução em geometria plana elementar e geometria sólida, servindo de fonte de estudos

científicos durante mais de dois mil e duzentos anos. Ele sistematizou a geometria grega tal como existia no seu tempo.

Nesta época viveu Arquimedes (287- 212 a.C.), um intelectual científico e maior matemático do mundo antigo, em virtude da liberdade de seus métodos é considerado o primeiro matemático moderno. Arquimedes se antecipou ao cálculo integral e diferencial no problema de traçar uma tangente a seu espiral, contribuindo assim com a trigonometria.

### **Contribuições de alguns povos para o desenvolvimento da trigonometria ao longo da história**

A trigonometria não foi obra de uma só pessoa, contou com contribuições de diversos povos. Dentre o pouco conhecido, sabe-se que sua origem se deu pelos estudos em Astronomia, Agrimensura e Navegações. Suas referências se dão por volta do século IV ou V a.C. Com os gregos pela primeira vez encontramos estudos sistemáticos de relações entre ângulos (ou arcos) num círculo e os comprimentos das cordas que os subentendem.

Em trigonometria o conceito de ângulo é importante, bem como, efetuar sua medida, uma vez que ele é fundamental em diversas situações, como na compreensão das razões trigonométricas em um triângulo retângulo. Smith (1958), citado por Costa (1997), afirma que existem evidências de tentativas de medi-los, em datas muito remotas, pois chegaram até nossos dias fragmentos de círculos que parecem ter feito parte de astrolábios primitivos, provavelmente usados com propósito de medições.

Na Babilônia a população tinha grande interesse pela Astronomia, tanto por questões religiosas quanto pelas conexões com o calendário e as épocas de plantio. Não é possível estudar as fases da Lua, os pontos cardeais e as estações do ano sem usar triângulos, um sistema de unidades de medidas e uma escala. Portanto eles tinham conhecimento de trigonometria, mesmo que não tendo citado este nome específico. Entre 2700 e 2800 a.C. eles construíram um calendário astrológico, a partir de 747 a.C. fizeram uma tábua de eclipses que chegaram até a atualidade.

Além do papiro de Rhind, por volta de 1500 a.C. no Egito, surge a idéia de associar sombras projetada por uma vara vertical a seqüências numéricas, relacionando seus comprimentos com horas do dia (relógios de sol). Séculos depois essas idéias são representadas pelo o que conhecemos como funções tangentes e cotangentes.

No oriente também são encontradas referências a trigonometria, por volta de 1110 a.C., acredita-se que triângulos retângulos eram utilizados para medir profundidade, distâncias

e comprimentos. Costa (1997) afirma que na literatura chinesa encontramos uma certa passagem que podemos traduzir por: “*O conhecimento vem da sombra, e a sombra vem do gnômon (relógio de sol)*”, o que mostra que a trigonometria plana primitiva já era conhecida na China no segundo milênio a.C..

Sabemos pouco da matemática antiga na Índia, sua prática de cálculos astronômicos tinha interesse em geometria elementar. Os *Vedas*, coleção de versos, que data 600 a.C. apresenta discussões sobre construção de altares, neste, encontramos um enunciado do Teorema de Pitágoras, este tem referências em alguns livros por volta de 580 a 500 a.C.

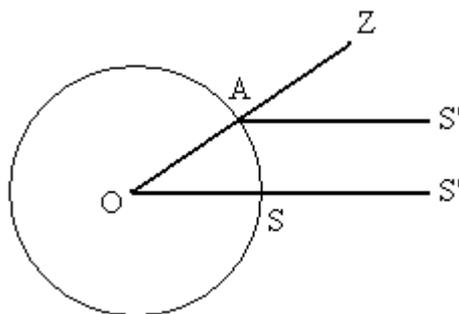
Conjectura-se que Pitágoras foi o primeiro a demonstrar o Teorema que leva seu nome, “*em todo triângulo retângulo a área do quadrado construído sobre a hipotenusa é igual à soma das áreas dos quadrados construídos sobre os catetos*”. A relação fundamental da trigonometria é resultante deste Teorema. Sobre Pitágoras pouco se sabe com grau de certeza pois ele era envolto numa névoa de misticismo por seus seguidores. Ao que parece, Pitágoras nasceu em 572 a. C. na ilha egéia de Samos, possivelmente foi discípulo de Tales de Mileto.

Aristarco de Samos em 260 a.C., calcula a razão da distância da Lua para a distância do Sol em o que conhecemos hoje como *sen 3°*.

Aproximadamente em 236 a. C. Eratóstenes de Cirene, calculou a medida do perímetro da Terra, não foi a primeira medição feita, porém a de maior precisão, para a época. Eratóstenes observou que ao meio dia no dia de solstício de verão o Sol brilhava diretamente para dentro de um poço profundo em Siene. Ao mesmo tempo em Alexandria, tomada como estando no mesmo meridiano, ao norte de Siene (distância de 5 000 estádios), verificou-se que o Sol lançava uma sombra indicando que a distância angular do Sol ao zênite (Zênite é um ponto imaginário, localizado sobre a esfera celeste, interceptado pela vertical traçada a partir

da cabeça de um observador) era  $\frac{1}{50}$  de um círculo. Na Figura 1 podemos observar a igualdade dos ângulos correspondentes S’AZ e S’’OZ. O perímetro da Terra deve ter cinquenta vezes a distância entre Siene (S) e Alexandria (A), isso forneceu os dados para Eratóstenes chegar à medida de 250 000 estádios ou 37 000 quilômetros.

Figura 1: representação da observação feita por Eratóstenes referente ao cálculo do perímetro da Terra.



Fonte: elaborada pelo autor.

Como podemos observar, para realizar tal aproximação de medida utilizou semelhança de triângulos e razões trigonométricas, o que o levou a perceber a necessidade de relações mais sistemáticas entre ângulos e cordas. Em seus estudos foi determinante na época o conhecimento do conceito de ângulo e de como medi-lo.

Por volta de 180 a.C. Hipsícles, influenciado pela cultura babilônica, dividiu o dia em 360 partes. Mais tarde em 180 a 125 a.C. Hiparco de Nicéia utilizou-se dessa idéia e criou a primeira tabela trigonométrica, com valores de cordas de vários ângulos de  $0^\circ$  a  $180^\circ$ . Ele acreditava que a melhor base de contagem era o ângulo de 60, acredita-se que a divisão da circunferência em 360 partes deve-se a Hiparco, que nomeou cada parte da circunferência em arco de 1 grau. Cada arco de 1 grau ele dividiu por 60 obtendo assim o arco de 1 minuto. Sua trigonometria utilizava apenas uma função, onde cada arco de circunferência (raio arbitrário) era associado a sua respectiva corda, seus estudos possibilitaram muitos avanços em astronomia, por isso recebeu o nome de “Pai da Trigonometria”.

Menelau de Alexandria, aproximadamente em 100 d.C. escreve 6 livros, tratando de Cordas num círculo, tratavam de trigonometria esférica. No livro I Menelau estabeleceu uma base para triângulos esféricos, no segundo livro descreve alguns fenômenos astronômicos, o livro III contém o conhecido “teorema de Menelau” como parte do que significa geometria ou trigonometria de cordas num círculo. Acredita-se que o “teorema de Menelau” para o caso de triângulos planos fosse conhecido por Euclides, talvez tendo surgido no desaparecido *Porismas*.

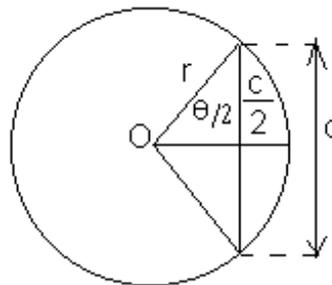
Os métodos de Hiparco são semelhantes ao de Ptolomeu de Alexandria, este em 150 d.C. escreve a mais importante obra trigonométrica da antiguidade, 13 livros, *Syntaxis mathematica*, conhecida como Almagesto, esse nome curioso provavelmente surgiu de uma



Como observamos na Figura 2, os números são escritos com letras gregas, usadas como algarismos. O Teorema de Ptolomeu resultou de um quadrilátero convexo inscrito num círculo, onde a soma dos produtos dos lados opostos é igual ao produto das diagonais. Daí segue as operações com as cordas dos arcos, Ptolomeu chegou ao equivalente das fórmulas de seno da soma ( $\text{sen}(a+b)$ ) e da diferença ( $\text{sen}(a-b)$ ) de dois arcos.

A trigonometria recebeu influências importantes dos hindus, que por cerca de 400 d.C. escreveram a obra **Surya Siddhanta**, que significa Sistemas do Sol. Surya não era subordinado às idéias de Ptolomeu, que relacionava as cordas de um círculo com os ângulos centrais correspondentes, mas sim a relação usada era entre a metade da corda e a metade do ângulo central correspondente, chamada por eles de **jiva**. Com isso, foi possível visualizar um triângulo retângulo na circunferência, como na Figura 3.

Figura 3: representação da definição do Jiva hindu.



Fonte: elaborada pelo autor.

O Jiva é a razão entre o cateto oposto e a hipotenusa, assim temos:

$$jiva \frac{\theta}{2} = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}} \quad \text{logo,} \quad \text{seno} \frac{\theta}{2} = \frac{c/2}{r} = \frac{c}{2r}$$

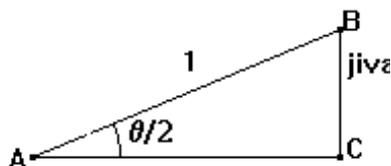
A metade da corda dividida pelo raio da circunferência é o seno da metade do arco. A partir dos cálculos dos hindus, muitos avanços em funções trigonométricas aconteceram e os métodos de tabulações foram aperfeiçoando-se.

Na Índia temos a primeira referência sobre Tábua de senos, cujo matemáticos hindus introduziram os conceitos de semi corda e demonstraram algumas identidades, foi encontrado

em Varahamihira (índio astrônomo, matemático e astrólogo que viveu em Ujjain), no ano 505 d.C., o equivalente verbal de  $\text{sen}^2\theta + \text{cos}^2\theta = 1$ .

Os árabes tiveram grande participação na difusão da história da matemática, eles traduziram e preservaram várias obras antigas, que foram difundidas para os intelectuais muçulmanos. A influência árabe iniciou-se após a fundação da Escola de Bagdad, no século IX, onde destacou-se um príncipe chamado **Al Battani** (850 d.C. a 929 d.C.), conhecido como Ptolomeu de Bagdad. Na realidade Al Battani não foi o primeiro a aplicar o cálculo e álgebra ao invés de apenas usar a geometria e trigonometria, porém este astrônomo matemático foi o primeiro a direcionar estudos nesta área. Por influência deste matemático, a trigonometria hindu foi adotada pelos árabes, onde foi introduzido o círculo de raio unitário, validando o Jiva para qualquer triângulo retângulo. A figura 4 representa o raio unitário e prova a validade atribuída a Jiva dos hindus.

Figura 4: representação do cálculo feito pelo príncipe **Al Battani**.



Fonte: elaborada pelo autor.

Como podemos observar na Figura 3,  $jiva = \frac{\text{cateto oposto}}{1}$ , assim sendo, os lados do

triângulo determinam que  $jiva = \frac{BC}{1}$ , portanto,  $\text{sen} \frac{\theta}{2} = \frac{BC}{1}$ . Al Battani estava interessado em

calcular a altitude dos sol, e a partir das fórmulas descritas pela figura 3, poderiam ter construído uma tabela de senos, porém para seria necessário mais razões trigonométricas e tabelas mais precisas do que as da época. Aproximadamente no século X (1000 d.C.) foram calculadas as tábuas da tangente e cotangente, onde apareceram também a secante e cossecante como razões trigonométricas.

Percebe-se que a trigonometria não aparece na história como estudo isolado, no contexto apenas matemático, seus avanços estão sempre ligados a astronomia, ou outras áreas do conhecimento. O período de Hiparco a Ptolomeu, que durou três séculos, foi uma fase em que a matemática aplicada esteve em desenvolvimento. Apenas em 1250 é escrito pelo autor

Persa **Nasîr ed-dên al-Tûsî (1201- 1274)** , a primeira obra que utiliza a trigonometria plana como ciência independente, sem vínculo com Astronomia. O livro era mais do que um resumo, tinha notáveis demonstrações de sabedoria matemática. Assim como a álgebra de Diofanto, a obra de Nasîr, foi também o encerramento de seu tempo cultural para que pudesse exercer toda sua influência sobre a matemática futura.

Após a Escola de Bagdad entrar em declínio, as atividades desenvolvidas pelos intelectuais da época passaram a ser realizadas no sul da Europa, mais precisamente na Península Ibérica. Estudiosos ocidentais se deslocaram para Toledo, visando adquirir o saber muçulmano, com este, os estudos sobre trigonometria. Na história da matemática, o século XII foi um século dedicado a traduções, entre os tradutores podemos citar Platão de Tivoli, Gerardo de Cremona, Adelardo de Bath e Robert de Chester . Desde então, a Europa teve acesso à matemática árabe e à herança grega que havia sido preservada por eles (Struik, 1992, citado por Costa).

O matemático europeu Fibonacci, conhecido como Leonardo de Pisa, desempenhou um papel muito importante no século XIII. Estudou no norte da África e depois viajou pelo Oriente como mercador, sofreu grande influência dos árabes e hindús. Em 1220 publica sua obra *Practica Geometriae*, que trata-se de uma aplicação da trigonometria árabe em termos de Agrimensura.

Segundo relatos históricos, a abreviação *sen* só foi utilizada por Edmund Gunter no ano de 1624, até esta data eram utilizada a palavra Jiva. A palavra seno vem do latim sinus, que significa seio, volta, curva, cavidade. Sinus é a tradução latina da palavra árabe Jaib, que significa dobra. Essa tradução é errônea porém dura até hoje. Fibonacci utilizou o termo *sinus rectus arcus* e a partir daí o uso de seno foi universal.

Desde o século XI a trigonometria foi ganhando destaque na Europa, com a retomada do conhecimentos produzido pelo povo árabe. Desde então vários matemáticos europeus desenvolveram estudos e trabalhos importantes para a história. No século XIV Purbach, na Inglaterra, retomou a obra de Ptolomeu (*Almagesto*) e desenvolveu uma nova tábua de senos.

Purbach orientou os estudos de Regiomontanus que escreveu um *Tratado sobre triângulos*, esta obra contém cinco livros, contemplando a trigonometria de forma completa. Além de ter desenvolvido muitos Teoremas, Regiomontanus calculou novas tábuas trigonométricas, aperfeiçoando a de senos de Purbach, e foi precursor na Europa introduzindo o uso de tangentes em suas tábuas.

No ano de 1542 **Rhaeticus**, discípulo de Regiomontanus, publica capítulos do livro de Copérnico, sobre trigonometria.

Nessa época aconteceu a difusão do conhecimento, uma vez que chegou à Europa e foi aceita, todos os constructos matemáticos que estavam sendo desenvolvidos se difundiram, não tendo assim, nenhum grupo social, o poder de liderar tais conhecimentos.

Neste trabalho não poderíamos deixar de mencionar Viète (1540-1603), pois foi ele quem adicionou um tratamento analítico à trigonometria, em 1580. A qualidade de sua obra em trigonometria indica uma equação algébrica de  $45^\circ$ . O principal progresso de Viète em trigonometria foi a aplicação sistemática da álgebra, sendo o primeiro matemático a usar letras para representar coeficientes gerais, também construiu tábuas trigonométricas e calculou o *sen* 1 com treze casas decimais. Com Viète foi praticamente terminada a trigonometria elementar (não analítica), exceto quanto ao cálculo.

A próxima figura notável na trigonometria foi Pitiscus que publicou um tratado, em 1595, no qual corrigiu as tábuas de Rheticus e modernizou o tratamento do assunto. A palavra **trigonometria** aparece pela primeira vez, como título de um livro seu.

John Newton (1622-1678) publicou em 1658 o tratado. *Trigonometria Britannica*. que, embora baseado nos trabalhos de Gellibrand e outros escritores, era o mais completo livro do tipo que havia surgido em seu tempo. Newton e Gellibrand anteciparam a tendência atual de introduzir divisões centesimais do ângulo nas tábuas trigonométricas.

Newton Além disso, comunicou a Leibniz a fórmula geral para *sen* (nx) e *cos*(nx) tendo, com isso, aberto a perspectiva para o *sen* x e o *cos* x surgirem como números e não como grandezas, sendo Kastner, em 1759, o primeiro matemático a definir as funções trigonométricas de números puros.

## **Considerações finais**

O ensino da matemática envolve muitas questões problemáticas, dentre elas destacamos a didática de sala de aula. Percebemos que a maioria das aulas de matemática se baseiam no método tradicional, a maioria dos docentes não preocupa-se em modificar sua metodologia de ensino, aperfeiçoando sua prática. Neste artigo enfatizamos a necessidade de estudarmos a história da matemática, valorizando sua trajetória e entendendo como os conceitos matemáticos contemporâneos foram desenvolvidos.

Ficou evidente nesta pesquisa o quanto importante para o desenvolvimento da matemática foram as outras áreas do conhecimento, principalmente a astronomia, pois a partir dela, surgiu a necessidade de criar a trigonometria, a partir daí, álgebra, geometria, cálculo e outras áreas do conhecimento matemático, foram desenvolvidos.

Quando falasse em história da trigonometria, não podemos nos debater em analisar apenas uma civilização antiga. Como vimos neste artigo, vários povos contribuíram para a elaboração da trigonometria contemporânea. Na Grécia Antiga destacam-se muitos avanços no conhecimento científico, com bases principalmente nos trabalhos existentes de Euclides, Arquimedes e Apolônio. Depois da contribuição grega, contamos com a colaboração dos hindus e árabes, que traduziram muitas obras e acrescentaram seu conhecimento à construção da trigonometria.

Com o estudo histórico da trigonometria, podemos motivar nossos educandos ao interesse por aprender a trigonometria, já que revendo os fatos da história somos remetidos a entender sua necessidade de construção. Buscamos desenvolver uma aprendizagem significativa, que possibilite ao estudante estar inserido no processo de ensino-aprendizagem. Neste artigo, temos suporte para iniciar esse processo integrativo, tornando o estudante pesquisador do assunto e motivado em aprender a partir de suas descobertas dos fatos. Segundo Ausubel (1980), o nível humano, o impulso cognitivo (o desejo de conhecimento como um fim em si próprio) é mais importante na aprendizagem significativa do que na de memorização ou instrumental.

### **Referências bibliográficas**

AABOE, A. **Episódios da história antiga da matemática**. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 1984.

AUSUBEL, D. P.; NOVAK, J. D.; HANESIAN, H. **Psicologia educacional**. 2. ed. Rio de Janeiro : Interamericana, 1980.

BELL, E. T. **Historia de las matematicas**. 2. Ed. Mexico, D.F : Fondo de Cultura Economica, 1985.

BERLINGHOFF, W. P.; GOUVÊA, F. Q. **A matemática através dos tempos: um guia fácil e prático para professores e entusiastas**. Tradução de Elza Gomide, Helena Castro. São Paulo: Edgard Blücher, 2008.

BOYER, C. B. **A History of Mathematics**. Tradução por Elza F. Gomide. 2. ed. São Paulo: Edgard Blücher, 1996.

COSTA, N. M. L. **A história da Trigonometria.** Estudo realizado para dissertação de mestrado – PUC. São Paulo, 1997.

D'AMBROSIO, U. **Etnomatemática e educação.** Reflexão e Ação: Revista do Departamento de Educação/UNISC. Santa Cruz do Sul, v. 10, p. 7-20, jun. 2002.

MICHAELIS. **Dicionário prático da Língua Portuguesa.** 2. ed. São Paulo: Editora Melhoramentos, p. 881, 2009.

SEBASTIANI, E. Como usar a história da matemática na construção de uma educação matemática com Significado . In: Seminário nacional de história da matemática, 3., 1999, Vitória. Anais. p. 22-23.