

VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática



ULBRA - Canoas - Rio Grande do Sul - Brasil

16, 17 e 18 de outubro de 2013

Comunicação Científica



COMPREENSÃO DO CONCEITO DE MÉDIA ARITMÉTICA POR ALUNOS DO 8º ANO

Willian Damin¹
Guataçara dos Santos Júnior²
Rudolph dos Santos Gomes Pereira³
Maria de Fátima Mello de Almeida⁴

Ensino de Estatística

Resumo: As medidas de tendência central podem auxiliar na análise de dados e se tornam indispensáveis. Visto que a média aritmética seja a medida de tendência central mais utilizada, esta pesquisa teve por objetivo diagnosticar os conhecimentos adquiridos por alunos do 8º ano do Ensino Fundamental de um colégio da rede particular de ensino em relação aos conceitos de média aritmética. Para alcançar o objetivo foi aplicado junto a eles um teste contendo cinco questões sobre essa temática. Observou-se que esses alunos não apresentam uma compreensão adequada no que diz respeito à média aritmética. A formação dos professores e o trabalho de forma não contextualizada podem ser um dos fatores para o ensino não satisfatório de Estatística.

Palavras-chave: Ensino de Estatística. Média aritmética. Ensino fundamental.

1. Introdução

A partir da divulgação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), criou-se um bloco de conteúdos denominado Tratamento da Informação, que agrupa conceitos de Probabilidade, Estatística e Combinatória (ESTEAM, 2010). No Estado do Paraná adotaram-se as Diretrizes Curriculares Estaduais Orientadoras (DCE) no qual um bloco de conteúdos é denominado conteúdo estruturante que no caso específico do Tratamento da Informação tem como intuito desenvolver a capacidade de leitura crítica, análise dos fatos do

¹ Mestrando em Ensino de Ciência e Tecnologia. Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR – Ponta Grossa. daminmatematica@hotmail.com

² Doutorado em Ciências Geodésicas. Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR – Ponta Grossa. guatajr@uol.com.br

³ Doutorando em Educação. Universidade Estadual do Norte do Paraná, Cornélio Procópio. rudolph.matematica@gmail.com

⁴ Mestranda em Ensino de Ciência e Tecnologia. Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR – Ponta Grossa. fatiall@bol.com.br

cotidiano, interpretação de gráficos e tabelas nas quais apresentam diversas informações (PARANÁ, 2008).

Acredita-se que ao desenvolver essas características o aluno poderá compreender, por meio dos conceitos estatísticos, fatos que ocorrem na sociedade de modo a facilitar a análise, a interpretação e a contextualização de informações. É importante que o aluno saiba ler e interpretar gráficos e tabelas e que a partir dos cálculos seja capaz de tirar conclusões e significados do conteúdo trabalhado. Pois,

Ao final do Ensino Fundamental, é importante o aluno conhecer fundamentos básicos de Matemática que permitam ler e interpretar tabelas e gráficos, conhecer dados estatísticos, conhecer a ocorrência de eventos em um universo de possibilidades, cálculos de porcentagem e juros simples. Por isso, é necessário que o aluno colete dados, organize-os em tabelas segundo o conceito de frequência e avance para as contagens, os cálculos de média, frequência relativa, frequência acumulada, mediana e moda (PARANÁ, 2008, p. 61).

O grandioso número de informações e a utilização de gráficos, tabelas e medidas estatísticas veiculadas pelas diversas mídias exigem do cidadão um conhecimento adequado para analisá-las corretamente. Percebe-se assim a necessidade do letramento estatístico para que o aluno esteja apto a pensar, raciocinar e até mesmo criticar a veracidade dessas informações que circulam na sociedade.

Holmes (1980 apud BATANERO, 2001) justifica as razões para o interesse no ensino de estatística pelos seguintes motivos: 1) a estatística é uma parte da educação geral dos futuros cidadãos adultos que precisam adquirir a capacidade de ler e interpretar tabelas e gráficos estatísticos que aparecem com frequência na mídia; 2) é útil para a vida futura, como em muitas profissões é necessário algum conhecimento básico sobre o assunto; 3) o estudo ajuda ao desenvolvimento pessoal, incentivando o pensamento crítico, baseado na valorização da objetividade; 4) ajuda compreender outras questões do currículo, tanto a Educação Básica quanto na Superior, onde com frequência aparecem gráficos ou conceitos estatísticos.

Para Lopes (2003) a tríade Estatística, Matemática e Educação mantêm uma relação dependente, dando origem assim à Educação Estatística que centraliza seus objetivos no desenvolvimento do pensamento probabilístico e estatístico.

A Educação Estatística não apenas auxilia na leitura e interpretação de dados, mas fornece a habilidade para que uma pessoa possa analisar/relacionar criticamente os dados apresentados, questionando/ponderando até mesmo sua veracidade. Para que se atinja essa etapa da criticidade não é suficiente oferecermos aos alunos apenas atividades de ensino que visem desenvolver a capacidade de organizar e representar uma coleção de dados, faz-se necessário interpretar e comparar esses dados para tirar conclusões (LOPES, 2008, p. 73).

Carvalho (2011) considera que a estatística perde a sua criticidade dentro da escola e passa a ser tratada como matemática. O autor ainda ressalta que estatística e matemática são diferentes e que ela apenas compõe o currículo de matemática. Para Campos (2007), elas se diferenciam por apresentarem aspectos e valores que na estatística são relevantes, a saber, a organização dos dados, a interpretação, a reflexão, a análise e a tomada de decisões. Com isso é de grande relevância que conceitos estatísticos façam parte do currículo de matemática e sejam trabalhados de maneira satisfatória em sala de aula.

Dentre esses conceitos estatísticos vale destacar, a saber, a média, a mediana e a moda que “são as três medidas de tendência central ou *promédios* mais utilizados para resumir o conjunto de valores representativos do fenômeno que se pretende estudar” (STELLA, 2003, p. 17).

Estimar o consumo médio gasto pelo automóvel, a média de produtos vendidos em um determinado mês, o tempo médio gasto no banho, entre outras estimativas é freqüente e faz-se uso das informações estatísticas na sociedade atual. Considerando o exposto acima, esta pesquisa tem como objetivo de diagnosticar os conhecimentos adquiridos por alunos do 8º ano do Ensino Fundamental em relação aos conceitos de média aritmética. Com os resultados desse diagnóstico, pretende-se dar continuidade em uma pesquisa maior, uma intervenção de ensino pautada nos pressupostos de uma sequência didática, de forma a contribuir para a compreensão de conceitos estatísticos.

2. Medidas de Tendência Central

Por meio de uma única medida é possível ter uma noção do comportamento de um conjunto de dados. Essa medida é referência para representar os dados e pertence as denominadas Medidas de Tendência Central. As medidas de tendência central podem auxiliar na análise de dados e se tornam indispensáveis e, em cada situação, uma pode ser mais conveniente do que a outra, porém não se pode dizer ao certo qual a mais adequada (LEITE, 2010).

Medidas como a média aritmética, a moda e a mediana, representam a tendência central de localização de dados estatísticos e são consideradas de grande importância. “Atualmente podemos encontrar mais de dez medidas que representam o centro de um conjunto de dados, mas a média aritmética é a mais utilizada” (CARVALHO, 2011, p. 19). Acredita-se que a média aritmética seja a medida de tendência central mais utilizada por satisfazer o critério dos mínimos quadrados, o qual minimiza o quadrado dos resíduos.

Média aritmética

Na perspectiva de Carvalho (2011) o conceito de média aritmética é simples e sua “formulação matemática consiste em somar todos os valores da variável e dividir pelo número de observações, ou seja, o tamanho do conjunto de dados” (CAZORLA, 2002, p. 30), porém esse conceito pode ter uma concepção mais ampla e apresenta sua complexidade quando objetivamos uma compreensão mais detalhada como é caso de média ponderada e onde os estudantes podem apresentar maiores dificuldades Pollatsek (1981 apud CAZORLA, 2002).

A média fornece um indicador que pode ser interpretado como um valor típico e que pode representar, em certas circunstâncias, um conjunto de dados. Além disso, é a base para o cálculo de outras medidas tais como o desvio padrão, coeficiente de variação, de correlação, dentre outras (MAGINA et al., 2010, p. 62).

No entanto, mesmo com a sua simplicidade o algoritmo do cálculo de média aritmética não é conceituado de maneira satisfatória no âmbito escolar. Quando utilizado é feito de forma mecânica com simples substituição de dados na fórmula, o que afeta a compreensão do conceito, como destaca Carvalho, (2011). O aluno consegue desenvolver alguns exercícios de média em sala de aula, porém quando se faz necessário a sua utilização em situações do cotidiano ele se vê sem ferramentas adequadas para continuar seu raciocínio já que o procedimento foi trabalhado, mas o pensamento e a compreensão não.

É necessário incorporar, efetivamente, a Estatística no ensino aprendizagem criando situações em que o aprendizado da média seja significativo, incentivando assim o desenvolvimento de um raciocínio crítico. Desta forma, acreditamos que a média aritmética é um objeto de apreciável complexidade e não simplesmente um algoritmo e, por este motivo esta noção algorítmica só deveria ser introduzida depois que os estudantes tivessem desenvolvido um raciocínio consistente da representatividade deste conceito (STELLA, 2003, p. 144).

Saber calcular a média não significa necessariamente que o indivíduo compreende tal conceito, já que ela apresenta suas particularidades. Para se entender o conceito de média aritmética Strauss e Bichler (1988 apud CAZORLA, 2002, p. 31) denotam sete propriedades:

1. a média está localizada entre os valores extremos (mínimo \leq média \leq máximo);
2. a soma dos desvios a partir da média é zero ($\sum (X_i - \text{média}) = 0$);
3. a média é influenciada por cada um e por todos os valores (média = $\sum X_i / n$);
4. a média não necessariamente tem que coincidir com um dos valores;
5. a média pode ser um uma fração que não tem uma contrapartida na realidade física (por exemplo, o número médio de filhos por mulher igual a 2,3);
6. o cálculo da média leva em consideração todos os valores, inclusive os nulos e os negativos, e
7. a média é um valor representativo dos dados a partir dos quais ela foi calculada. Em termos espaciais, a média é aquela que está mais próxima de todos os valores.

Para os autores, as três primeiras propriedades são básicas e se referem ao aspecto estatístico da média; as três seguintes referem-se ao aspecto abstrato, o que permite relacionar valores que não aparecem; a última refere-se a um grupo de valores em que a média é o aspecto central.

3. Os livros didáticos e a média aritmética

É possível verificar que a maioria dos livros didáticos priorizam os cálculos matemáticos de forma a comprometerem o desenvolvimento do letramento estatístico pelos alunos. Dessa forma, corrobora-se com Estevam (2010, p. 79), pois não “adianta saber calcular média, moda e mediana, sem que se dê o devido tratamento quanto à significância e representatividade de cada uma dessas medidas de tendência central”. No entanto os livros didáticos são uma ferramenta de suma importância para os professores, porém não atendem as reais necessidades de uma sala de aula e assim,

Não tendo oportunidade e condições para aprimorar sua formação e não dispondo de outros recursos para desenvolver as práticas da sala de aula, os professores apóiam-se quase exclusivamente nos livros didáticos, que, em muitas vezes, são de qualidade insatisfatória (BRASIL, 1998, p. 22).

Para Estevam (2010) os livros didáticos deveriam conter situações concretas que possam realmente contribuir com a construção do conhecimento com atividades exploratórias de coleta, organização, apresentação e interpretação de dados reais, e levar o estudante a relacionar o aprendizado com o seu cotidiano.

Segundo Carvalho (2011), que analisou a abordagem da média aritmética presente nos anos finais do ensino fundamental dos livros de matemática que foram aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) no ano de 2011, acredita que estes livros apresentam um importante papel para os professores e alunos na construção do campo conceitual da média aritmética. Entende que tais livros apresentam melhora nas atividades envolvendo média aritmética uma vez que todos eles tratam de alguma maneira esse conceito mesmo ainda apresentando algumas limitações.

Borba et al. (2011) apresentam reflexões a respeito do ensino de Estatística acerca do currículo, da pesquisa e da prática em sala de aula. Um dos pontos discutidos pelo grupo foi relacionado aos livros didáticos, que para eles, as pesquisas devem além de verificar se os conteúdos estatísticos e probabilísticos estão de acordo com as diretrizes curriculares, avaliar como eles estão sendo abordados.

4. As questões e os resultados

As atividades foram aplicadas a onze alunos do 8º ano do Ensino Fundamental de um colégio particular de uma cidade no norte do Paraná. Esse colégio adota o sistema de apostilas, logo as aulas são de execução das atividades. A aplicação teve duração de uma aula de cinquenta minutos e os alunos participantes puderam utilizar calculadora de forma a facilitar o desenvolvimento das atividades. Destaca-se que esses alunos não participaram de uma aula introdutória a respeito do conceito de média aritmética pois o intuito era avaliar o conhecimento adquirido até o momento.

O teste contou com cinco questões dissertativas adaptadas dos trabalhos de Carvalho (2011), Leite (2010) e Lemos (2011), direcionadas apenas a conceitos de média aritmética. A figura a seguir ilustra o teste aplicado.

1) Considere um grupo de pessoas com as seguintes idades: 16, 54, 67, 48, 25, e 12. a) Qual é a média aritmética da idade desse grupo? b) Se mais uma pessoa de 28 anos se juntar ao grupo, qual será a nova média?
2) A série a seguir mostra a quantidade de filhos que cada mulher tem em uma determinada empresa: 0, 0, 0, 1, 1, 2, 2, 2, 2 e 3. Qual a média de filhos de dessas mulheres?
3) Uma escola tem duas turmas de 8º ano com 22 e 25 alunos em cada sala de aula, qual é número médio de alunos em cada sala?
4) Lúcia, Antônio e Rosana foram a uma festa. Cada um levou certo tipo de doces. Juntando todos os doces deu uma média de 11 por pessoa. a) Quantos doces levaram cada um? Lúcia _____ Antônio _____ Rosana _____ b) Esta é única possibilidade? Explique como você obteve os resultados. c) Uma quarta pessoa chega à festa e não tem nenhum doce. Qual é agora a média de doces por pessoa?
5) Em uma prova de Matemática realizada pelos 40 alunos de uma turma, as notas foram números inteiros de 1 a 10. O gráfico de barras abaixo mostra a frequência das notas. Qual foi a média aproximada dessa turma?

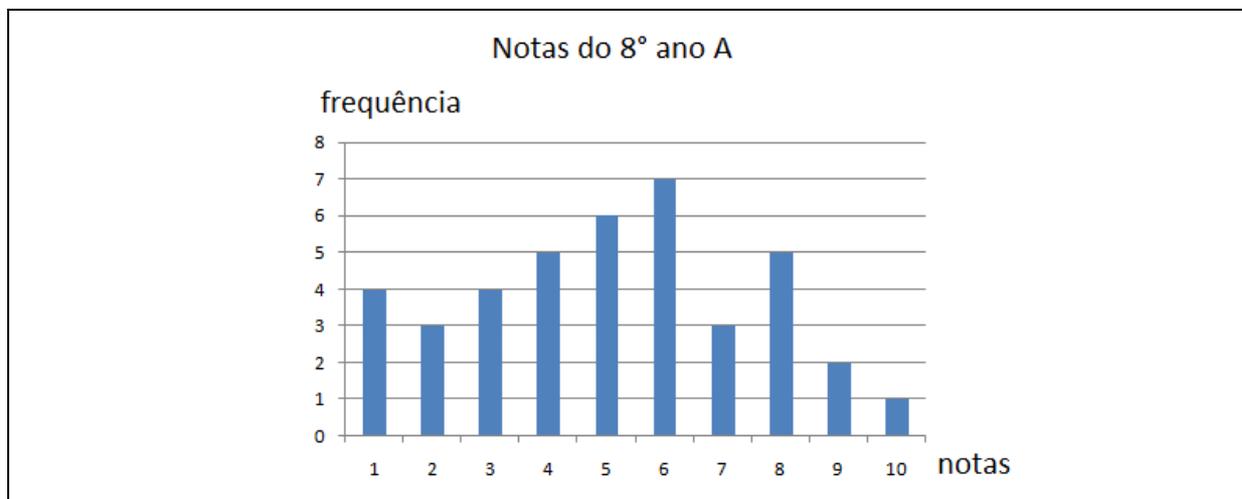


Figura 1 – Questões utilizadas no teste

Na questão 1 no item “a” os alunos precisavam calcular a média aritmética simples da idade de um grupo de pessoas e observou-se que apenas três alunos responderam corretamente a essa questão, enquanto os demais alunos somaram os dados porém não dividiram pela quantidade de pessoas existentes no grupo, tal erro também é mencionado no estudo de Magina et al. (2010).

Com relação ao item “b” o valor da média sofria alteração devido a inferência de mais uma pessoa no grupo. Através dessa atividade os alunos teriam que ter o conhecimento de duas propriedades da média, em que ela está localizada entre os valores extremos e é influenciada por cada um e por todos os valores. Com base nas respostas dos alunos pode-se constatar que apenas um deles respondeu corretamente a essa questão.

A questão 2 envolvia principalmente a propriedade em que a média leva em consideração todos os valores, inclusive os nulos, podendo ser decimal ou fracionário e que ela não precisa ter contrapartida na realidade física. Nessa questão houve uma maior quantidade de acertos, cinco alunos responderam corretamente, porém os demais apresentaram uma compreensão errônea, somando novamente os dados do problema.

Já a questão 3 tratava da interpretação de uma das propriedades da média como conceito. O objetivo dessa questão foi o de investigar se os alunos eram capazes de raciocinar que a média pode ser uma impossibilidade física e não necessariamente um número inteiro. Apenas um dos alunos chegou a resposta correta, enquanto o restante dos alunos repetiram os valores apresentados na questão. O resultado que se apresenta reforça o trabalho de Magina et al (2010) que relatam que muitos alunos acreditam que o valor da média deve coincidir com um dos valores em questão.

Na questão 4 o aluno se deparava com um contexto de variabilidade que se exigia uma leitura mais crítica da situação. No item “a” a média já era calculada e cabia a ele expressar a sua opinião de como chegou ao resultado e se aquela era a única possibilidade. Dentre eles, três alunos completaram os espaços de forma correta, porém nenhum deles respondeu se essa era a única possibilidade e como obteve aquela resposta. De acordo com Lemos (2011) com essa questão pode perceber se o aluno compreende o significado equitativo da média e que é possível mais de uma solução para o problema, o que não ocorreu com essa turma.

Em relação a questão 4 item “c”, Lemos (2011) destaca que essa questão resgata os itens “a” e “b” e o valor zero deve ser considerado na resolução do problema e assim o valor da média era alterado por um número nulo, que se enquadra em uma das propriedades da média. Apenas um aluno respondeu a questão corretamente, o que demonstra que os demais não possuem essa compreensão de média.

A última questão, de número 5, envolvia a determinação da média a partir de uma representação gráfica. Acredita-se que a análise da representação dos dados em diferentes formas pode contribuir para o desenvolvimento de conceitos estatísticos e “o domínio da linguagem gráfica funciona como pré-requisito para a superação da dicotomia entre construção e interpretação” (ESTEVAM, 2010, p. 45). No entanto, todos os alunos participantes não souberam responder adequadamente a essa questão. Percebe-se assim as dificuldades dos alunos com relação a esses conceitos estatísticos. A tabela abaixo ilustra de forma diferenciada o resultado do teste aplicado.

Tabela 1 – Acertos e erros

Questão	Acertos	Erros	Porcentagem de acertos	Porcentagem de erros
1a)	3	8	27%	73%
1b)	1	10	9%	91%
2)	5	6	45%	55%
3)	1	10	9%	91%
4a)	3	8	27%	73%
4b)	0	11	0%	100%
4c)	1	10	9%	91%
5)	0	11	0%	100%

Essa tabela mostra de uma forma geral, que os alunos dessa turma não dominam o conceito de média aritmética. E os poucos que responderam de forma correta algumas das questões, demonstram apenas domínio sobre o cálculo, porém não entendem o raciocínio e as propriedades da média (STELLA, 2003). Magina et al. (2010) ressaltam que a incompreensão de média aritmética ocorre também em futuros professores e que tais aspectos resvalam nos alunos.

5. Conclusões

Sendo o aprendizado do aluno o objetivo da educação, percebe-se que esta pesquisa mostra que existem lacunas no ensino da estatística, pois com base na aplicação do teste, considera-se que essa turma compreende pouco em relação aos conceitos de média aritmética e o principal erro deles é confundir a média com a soma de dados. Acredita-se que o conteúdo apostilado que é adotado por esse colégio não comporta as reais necessidades de conceitos estatísticos e faz com que os conteúdos dessa temática não sejam trabalhados de maneira satisfatória. Acrescenta-se ainda, que esses alunos não participam de atividades contextualizadas que possam contribuir com a construção de significados. Eles participam de atividades que visam apenas a apropriação do algoritmo de média aritmética, com ênfase no cálculo, sem se preocupar com o desenvolvimento do letramento estatístico e crítico do aluno, o que torna o ensino conteudista.

Para que haja efetivação de uma proposta de trabalho satisfatório e relevante no campo da estatística, em especial o ensino de média aritmética, objeto de estudo nessa pesquisa, faz-se necessário investir na formação de professores, com disciplinas específicas ao ensino desse conteúdo na Educação Básica. Acrescenta-se a observação por parte do professor do contexto em que o seu aluno está inserido e da necessidade de que o mesmo aprenda e possa aplicar este conhecimento no seu cotidiano. É relevante também, tornar acessível e incentivar pesquisas nessa área de ensino, de forma que contribuam com a prática pedagógica, por meio de atividades contextualizadas, sequências de ensino e novas metodologias que beneficiam o aprendizado do aluno e o avanço do Ensino de Estatística.

Referências

BATANERO, C. **Didáctica de la Estadística**. Granada. Uninersidad de Granada, Espanha, 2001.

BORBA, R.; MONTEIRO, C.; GUIMARÃES, G.; COUTINHO, C. KATAOKA, V. Y. **Educação Estatística no Ensino Básico: currículo, pesquisa e prática em sala de aula.** Em Teia – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana, vol. 2, número 2, 2011.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática** Secretaria de Educação Fundamental. . Brasília : MEC/SEF, 1998.

CAMPOS, S. R. **A educação estatística: uma investigação acerca dos aspectos relevantes à didática da estatística em cursos de graduação.** Tese (Doutorado) Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2007.

CARVALHO, J. E. F. **Média aritmética nos livros didáticos dos anos finais do ensino fundamental.** Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2011.

CAZORLA, I. M. **A relação entre a habilidade viso-pictórica e o domínio de conceitos estatísticos na leitura de gráficos.** Tese (Doutorado) Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2002.

ESTEVAM, E. J. G. **(Res)significando a Educação Estatística no Ensino Fundamental: análise de uma sequência didática apoiada nas Tecnologias de Informação e Comunicação.** Dissertação (Mestrado). Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Presidente Prudente. 2010.

LEITE, A. P. F. **Estimativa de Medidas de Tendência Central: uma intervenção de ensino.** (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2010.

LEMOS, M. P. F. **O desenvolvimento profissional de professores do 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental em um processo de Formação para o ensino e aprendizagem das Medidas de Tendência Central.** Tese (Doutorado). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2011

LOPES, C. A. E. **O conhecimento profissional dos professores e suas relações com estatística e probabilidade na educação infantil.** Tese (Doutorado). Faculdade de Educação da UNICAMP, Campinas, 2003.

_____. Reflexões teórico-metodológicas para a Educação Estatística. In: LOPES, C. E.; CURTI, E. (Org.) **Pesquisas em Educação Matemática: Um encontro entre a teoria e a prática.** São Carlos: Pedro & João Editores, 2008.

MAGINA, S.; CAZORLA, I.; GITIRANA, V., GUIMARÃES, G. **Concepções e concepções alternativas de média: Um estudo comparativo entre professores e alunos do Ensino Fundamental.** Educar em Revista, Curitiba, Brasil, n. especial 2, p. 59-72, 2010. Editora UFPR. Disponível em <<http://www.scielo.br/pdf/er/nspe2/04.pdf>> Acessado em 07 de jan. 2013.

PARANÁ, Secretaria de Estado da Educação do Paraná. Superintendência da Educação. **Diretrizes Curriculares da Educação Básica: Matemática.** Curitiba: SEED, 2008, p. 1-81.

STELLA, C. A. **Um estudo sobre o conceito de média com alunos do Ensino Médio.** Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2003.