O USO DO QUESTIONÁRIO COMO MEIO PARA IDENTIFICAR OS CONHECIMENTOS PRÉVIOS DOS ESTUDANTES ACERCA DOS CONHECIMENTOS DE GEOMETRIA EUCLIDIANA, ESFÉRICA E HIPERBÓLICA

Wanderley Pivatto Brum[1]
Elcio Schuhmacher[2]

Temática: Educação Matemática no Ensino Médio

RESUMO

A presente investigação consiste na identificação dos conhecimentos prévios sobre Geometria Euclidiana, Esférica e Hiperbólica, em estudantes da 2ª série do ensino médio de uma escola da rede pública de Tijucas, Santa Catarina. Para o reconhecimento das referidas concepções, foi utilizado um questionário semiestruturado, favorecendo a exposição de ideias por meio de textos e desenhos. O pensamento sobre aprendizagem significativa estudada por Ausubel e seus colaboradores foi o aporte teórico utilizado para reflexões e discussões a partir dos dados coletados. O estudo revelou diversas lacunas e fragilidades conceituais nas concepções dos estudantes sobre geometria.

Palavra-Chave: Conhecimentos prévios; Geometria Euclidiana; Esférica; Hiperbólica; Questionário.

INTRODUÇÃO

Nas duas últimas décadas, houve uma intensa discussão nos meios educacionais, por parte dos membros de associações de profissionais da Matemática (Kalleff, 2004; Cabariti, 2006; Alves, 2008; Bongiovani, 2010; Carvalho, 2011; Cedrez, 2012; Leivas, 2012; Martos, 2012) para a inclusão de conteúdos, advindos da Geometria Euclidiana, como a Geometria Esférica e Hiperbólica nos bancos escolares, considerada como adequado à formação de estudantes para o século XXI, em decorrência dos avanços teóricos da Matemática e da Computação. Dessas discussões, emergiram alguns questionamentos: O ensino da Geometria não Euclidiana é um tema distante da realidade dos estudantes?

[1]Mestrando em Ensino de Ciências Naturais e Matemática - Universidade Regional de Blumenau (FURB/SC) – ufsc2005@yahoo.com.br
[2] Doutor em Química - Universidade Regional de Blumenau (FURB/SC) – elcio@furb.br

Se um dos pontos de discussão é a reformulação do ensino no Brasil, porque as Geometrias não Euclidianas ainda não são consideradas um ramo importante da Matemática por parte dos professores? A Geometria é um dos temas mais interessantes para serem explorados pelos professores, por se constituir de uma riqueza em ilustrações, por possibilitar resoluções diversas com criatividade, e por fim, proporcionar aos estudantes uma interação mais dinâmica com o conhecimento. Uma das justificativas para esta afirmação é a existência de discussões acerca da inserção de Geometria Esférica e Hiperbólica nos currículos escolares quem se encontram nos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (BRASIL, 1998), os quais apresentam a importância do ensino de outras geometrias, aos estudantes:

> [...] a Matemática não evolui de forma linear e logicamente organizada. Desenvolve - se com movimentos de idas e vindas, com rupturas de paradigmas. Frequentemente um conhecimento é amplamente utilizado na ciência ou na tecnologia antes de ser incorporado a um dos sistemas lógicos formais do corpo da Matemática. Exemplos desse fato podem ser encontrados no surgimento dos números negativos, irracionais e imaginários. Uma instância importante de mudança de paradigma ocorreu quando se superou a visão de uma única geometria do real, a Geometria Euclidiana, para aceitação de uma **pluralidade de modelos geométricos**, logicamente consistentes, que podem modelar a realidade do espaço físico. (BRASIL, 1998, p. 24, grifo nosso).

Neste sentido, os PCN (Parâmetros Curriculares Nacionais) colocam que entre os objetivos do ensino de Matemática se encontra o desenvolvimento do pensamento geométrico. Recomenda-se a exploração de situações de aprendizagem que levem o estudante a resolver situações problema de localização e deslocamento de pontos no espaço, ler mapas, estimar e comparar distâncias percorridas, reconhecer propriedades de formas geométricas e saber usar diferentes unidades de medida. Partindo dessa breve apresentação sobre Geometria e compreendendo que o estudante deve ser o elemento ativo no processo de construção do conhecimento, o principal objetivo deste estudo é identificar os conhecimentos prévios dos estudantes sobre Geometria Euclidiana, Esférica e Hiperbólica.

BASES DA TEORIA DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA COM RELAÇÃO AOS CONHECIMENTOS PRÉVIOS

A teoria da aprendizagem significativa foi formulada inicialmente pelo psicólogo norte americano David Paul Ausubel. É uma tentativa de fornecer sentido ou de estabelecer relações de modo não arbitrário e substancial (não ao pé da letra) entre os novos conhecimentos e os conceitos existentes. A aprendizagem significativa é caracterizada por uma interação entre os aspectos específicos e relevantes da estrutura cognitiva com as novas informações, por meio das quais essas adquirem significado e são integradas a uma estrutura hierárquica, altamente organizada por subsunçores. A aprendizagem significativa deve preponderar em relação a aprendizagem de associações arbitrárias, organizacionalmente isoladas, mecânica, pressupondo a existência prévia de subsunçores. Para os autores, subsunçor é um conceito já existente na estrutura cognitiva, capaz de servir de ancoradouro a uma nova informação, de modo que esta adquira significado para o estudante.

Moreira e Masini (2001) defendem que para uma aprendizagem significativa ocorrer, a nova informação deve ancorar em subsunçores relevantes preexistentes na estrutura cognitiva do estudante. Pensando em aprendizagem significativa e pressupondo a existência de conceitos subsunçores, o que fazer quando eles não existirem? Neste sentido, Ausubel, Novak e Hanesian (1980), citam que a aprendizagem mecânica é necessária, sempre que o estudante adquire informação em uma área completamente nova para ele, assim, alguns elementos do conhecimento relevantes a nova informação, passam a fazer parte da sua estrutura cognitiva, servindo de subsunçor, ainda que pouco elaborado. Nesta direção, os autores descrevem que o armazenamento de informações na mente humana é altamente organizado, formado por uma hierarquia conceitual no qual, as ideias mais gerais e inclusivas do conteúdo deverão ser apresentadas no início para, somente então, serem progressivamente diferenciados em detalhes e especificidade.

> “Se tivéssemos que reduzir toda a psicologia educacional a um único princípio diríamos que o fator singular mais importante que influencia a aprendizagem é aquilo que o aprendiz já sabe, descubra isso e baseie nisso seus ensinamentos” (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980, p. 137).

Nesta vertente, o projeto educativo do professor deve está direcionado para o desenvolvimento cognitivo dos estudantes ao priorizar seus conhecimentos prévios, reconhecido que raramente vem marcado por estudos avançados, servindo assim de ancoragem para as novas ideias e conceitos o que constitui a base fundamental para o processo de aprendizagem.

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS DA INVESTIGAÇÃO

Com objetivo de identificar os conhecimentos prévios dos estudantes acerca de Geometria Euclidiana, Esférica e Hiperbólica foi elaborado um pré-teste formado por um questionário semiestruturado a uma classe de quatorze estudantes da segunda série do ensino médio numa escola do município de Tijucas da rede pública de ensino do estado de Santa Catarina. Para análise dos resultados foi utilizado dados percentuais para as questões fechadas e conteúdo categorial a posteriori para questões abertas que em geral busca extrair os significados explícitos e implícitos no discurso dos sujeitos.

RESULTADOS DO PRÉ-TESTE

Com a finalidade de detectar os conhecimentos prévios sobre Geometria Euclidiana, Esférica e Hiperbólica (*subsunçores*) presentes na estrutura cognitiva de cada estudante, as questões apresentadas no questionário foram as seguintes:

Questão 01

1. A palavra “geometria” significa:

a) O mesmo que geografia

b) Medição da “Terra” onde *geo* significa “terra” e *metria* significa “medição”.

c) Matriz terrestre onde *geo* significa “terra” e *metria* significa “matriz”.

d) Estudo da paisagem.

Análise

Os resultados mostraram que 64,29% dos estudantes assinalaram corretamente, enquanto 14,29% optaram pela alternativa (c), demonstrando não conhecer o conceito da palavra *metria*, confundindo com o termo matriz e 21,43% optaram pela alternativa (d), relacionando a palavra paisagem com objetos que encontramos na natureza. Por fim, nenhum dos estudantes optou pela alternativa (a).

Questão 02

2. Como você vê e imagina que seja a linha do Equador, os trópicos e o meridiano de Greenwich? Desenhe a alternativa escolhida.

a) Uma linha b) São linhas verticais e horizontais

c) São circunferências d) São elipses

Análise

Esperávamos que os estudantes optassem pela alternativa (d), justificado pelo fato de estudar a disciplina de Geografia e estar habituado ao modelo terrestre, por meio do globo, facilitando a resposta a esta pergunta, entretanto, apenas 14,29% assinalaram corretamente, conforme pode ser observado no registro feito pelo estudante (11) (figura 1).

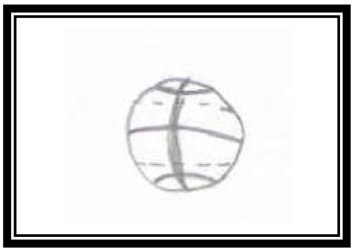

Figura 1: Protocolo do estudante 11 referente ao modelo geométrico da questão 02.

Com relação à alternativa (a), 14,29% dos estudantes entenderam que a melhor representação são linhas imaginárias, com formas tracejadas nos paralelos e uma linha contínua para a linha do Equador sem representar os meridianos. Outro ponto para análise é a forma representacional das linhas para representar os paralelos e meridianos. O estudante (11), por exemplo, apresentou linhas tracejadas para alguns paralelos e uma linha contínua para a linha do Equador e os pólos, enquanto apenas utilizou uma linha contínua para representar o meridiano, possivelmente de Greenwich. Com relação à alternativa (b), 50% da turma assinalaram que seriam linhas horizontais e verticais, entendendo ser o melhor modelo de representação da linha do Equador, meridianos e paralelos, demonstrando uma visão totalmente euclidiana. Por outro lado, 21,43% dos estudantes optaram pela alternativa (c), entendendo que o modelo geométrico para ilustrar os itens sugeridos na questão seria por meio de circunferências.

<u>Questão 03</u>

3. Ao construir um triângulo no chão, qual é a soma das medidas dos seus ângulos internos? Desenhe a alternativa escolhida.

a) 180º   b) 270º   c) 90º   d) 100º

<u>Análise</u>

Esperávamos que os estudantes assinalassem a alternativa (a), porém apenas 21,43% da turma identificaram a alternativa correta. A estratégia desses estudantes para resolver este problema, partiu de uma divisão de um ângulo raso (180º) em três ângulos congruentes. Apesar da resposta correta, ficou evidente que os estudantes não apresentaram outras possibilidades para os ângulos internos de um triângulo cuja soma é 180º. A maioria dos estudantes na pesquisa, (64,29%) entendeu que ao desenhar um triângulo no chão, a soma das medidas dos ângulos internos será igual a 270º (b) (figura 2).

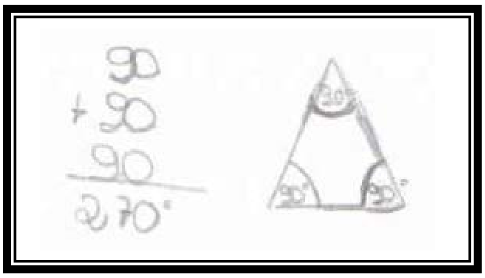

Figura 2: Protocolo do estudante 01 referente à soma dos ângulos internos de um triângulo construído no chão, referente a questão 03.

A alternativa (c) foi assinalada por 14,29%, demonstrando desconhecimento com relação a construção de triângulos e a soma das medidas dos seus ângulos internos. Ocorrem também indícios da falta de significado para signos ou símbolos de conceitos para os estudantes.

<u>Questão 04</u>

4. A sela é uma estrutura de suporte amarrada ao dorso de um animal de montaria como, por exemplo, cavalos e camelos. Ao construir um triângulo sobre esta estrutura: Desenhe a alternativa escolhida.
a) A soma dos ângulos internos será igual a 180º
b) Não é possível construir um triângulo
c) A soma dos ângulos internos será menor do que 180º
d) Os seus lados serão segmentos de reta.

<u>Análise</u>

Esta questão teve como objetivos identificar o que é uma sela (figura 3) e sua representação geométrica, bem como a construção de um triângulo sobre a superfície e o comportamento da soma de seus ângulos internos.

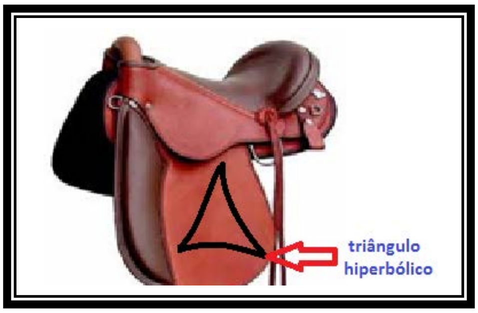

Figura 3: Sela de montaria, cuja geometria é comparada a hiperbólica.
Fonte: www.marcalcouros.com.br

Com relação às opções, esperávamos que os estudantes assinalassem a alternativa (c) onde neste tipo de geometria, a soma é menor do que dois ângulos retos, porém ficou constatado que apenas 21,43% dos estudantes acertaram, entretanto ao representar geometricamente o triângulo sob a sela, não apresentaram um modelo satisfatório ou convincente da opção escolhida, o que nos leva a pensar que eles arriscaram essa alternativa. A alternativa (b) se destacou nesta questão com 57,14%, demonstrando o entendimento dos estudantes com a relação a construção de triângulos nesta superfície. Ficou constatado também que 21,43% dos estudantes optaram pela alternativa (d), demonstrando a visão que os estudantes têm com relação à construção de triângulos, independente da superfície em estudo, onde os lados da figura serão sempre segmentos de reta e não curvas. Por fim nenhum estudante optou pela alternativa (a), creditado possivelmente ao fato do não reconhecimento de triângulos cuja soma de seus ângulos internos seja maior do que 180º em outras superfícies.

Questão 05

5. Você está olhando de uma praia para a linha divisória entre o céu e o mar, nesse momento um navio chega a esse ponto. Portanto:

a) Despencará, pois a Terra é plana.
b) Despencará pelo universo numa grande cachoeira.
c) Continuará sua viagem afirmando que existe mais mar.
d) Continuará, pois o mar é um grande lago plano infinito.

Desenhe a alternativa escolhida.

Análise

Das alternativas propostas, somente duas foram assinaladas, (c) e (d), demonstrando que os estudantes têm uma percepção de que a Terra não é uma superfície plana. Esperávamos que os estudantes assinalassem a alternativa (c), partindo da concepção que o planeta tem um modelo representativo em formato esférico e que a capacidade de visualização mesmo limitada, permite o entendimento acerca da continuidade do oceano, no entanto, 78,57% assinalaram a alternativa correta.

Este índice alto pela alternativa (c) mostra que os estudantes conhecem intuitivamente outra geometria além da euclidiana, e que imaginar o planeta Terra como um plano, onde os navios desapareceriam não faz sentido para eles, levando a compreensão do porque a alternativa (a) não foi assinalada. Tal afirmação pode ser constatada a partir do espectro geométrico apresentado pelo estudante (14) (figura 4).

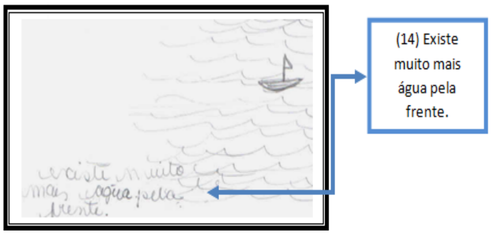

Figura 4: Protocolo apresentado pelo estudante 14, referente a compreensão do modelo geométrico do planeta Terra, representando a questão 05.

Com relação à alternativa (d), assinalada por 21,43% da turma, demonstrou que os estudantes possuem a percepção de continuidade do oceano advindos do modelo geométrico que representa o planeta, entretanto a compreensão que o mar é um grande lago "plano", demonstra a falta de conhecimento sobre a diferença entre lago e oceanos, provavelmente oriundos da ausência desses ensinamentos em Geografia no Ensino Médio. Com relação a palavra "plano", identificou-se a presença da visão euclidiana, registrados por meio de desenhos sobre uma folha.

<u>Questão 01 (aberta)</u>

1. É possível ocorrer que um caçador ao partir de certo ponto da Terra, e andar 10 km para Sul, 10 km para Leste e 10 km para Norte, voltar ao ponto de partida? Justifique por meio de desenhos ou texto explicativo.

Os estudantes em geral construíram modelos geométricos e utilizaram registros escritos (figura 5), para justificar suas respostas ao problema.

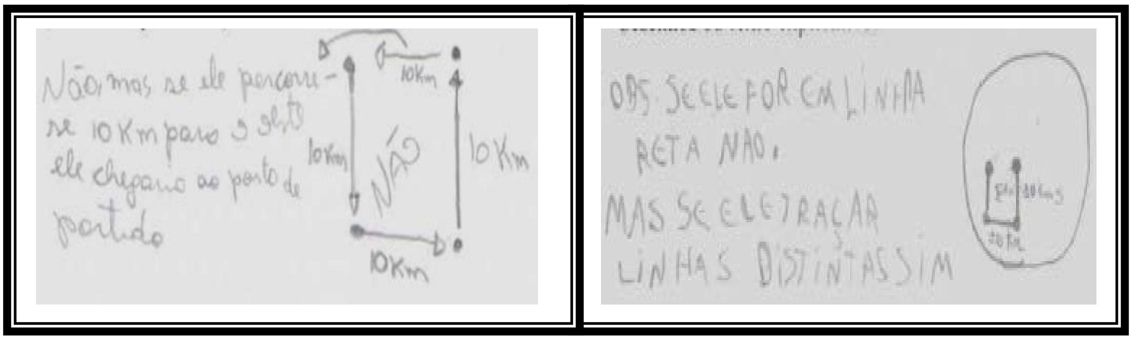

Figura 5: Protocolo dos estudantes 11 e 07, referente a solução geométrica apresentada para a questão aberta 01.

<u>Análise</u>

A partir dos resultados obtidos, os registros transcritos elucidaram as estratégias utilizadas na solução do problema, emergindo as categorias de análise (Tabela 1):

Tabela 1: Categorias de análise construídas a partir dos registros dos estudantes referentes à questão aberta 01 (pré-teste).

Categorias	*Unidade de registro*
Trajetória formada será um triângulo (visão euclidiana)	*09 - Ele vai andar em um triângulo.* *10 - Voltará ao ponto de partida se o caminho for segmentos de reta, formando um triângulo.* *13 - Sim e o caminho será um triângulo.* *03 - Ela conseguirá voltar e seu caminho será um triângulo.*
Trajetória formada por arcos de círculo (visão não euclidiana)	*05 - Para voltar ao ponto de partida, caminharia sobre um círculo.*
Impossibilidade de Solução	*02 - Acho que ele não voltará ao ponto de partida.* *08 - Não conseguirá voltar.* *12 - Não é possível ter solução este problema.* *04 - Não poderá voltar.* *11 - Não é possível a menos que haja uma alteração no problema.* *01 - Não é possível existir tal solução.* *07 - Não haverá possibilidade de solução.* *06 - Acho que não poderia voltar, não tem como!* *14 - Ele precisaria andar mais, portanto não tem como ele voltar.*

A análise aos resultados evidenciou que os estudantes não consideraram a representação geométrica do planeta, desconhecendo a existência de outras geometrias além da Euclidiana, o que indica uma ausência de aprendizagem representacional. Marquese (2006) lembra que o conhecimento de outras geometrias contribui para dar significado à Geometria de Euclides, no entanto, muitos estudantes apontaram uma desorganização conceitual, o que nos levar a pensar em uma estrutura cognitiva pobre. Por fim, foram identificados alguns subsunçores relevantes como "reta", "triângulo" e "círculo" que servirão de ancoragem para a inserção de conteúdos de Geometria Esférica e Hiperbólica.

<u>Questão 02 (aberta)</u>

2. Imagine que um caçador, resolveu sair de casa e caminhar em linha reta infinitamente.

a) Desenhe o caminho percorrido pelo caçador numa folha de papel.

b) De acordo com o caminho percorrido desenhado na folha de papel, é possível para o caçador voltar no ponto de partida?

c) Desenhe o caminho percorrido pelo caçador numa bola de isopor.

d) De acordo com o caminho percorrido desenhado na bola de isopor, é possível para o caçador voltar ao ponto de partida?

e) Anote suas conclusões.

Os estudantes em geral construíram modelos geométricos e utilizaram registros escritos (figura 6), para justificar suas respostas ao problema.

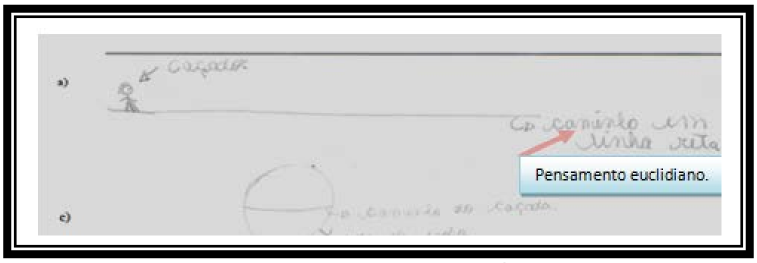

Figura 6: Protocolo apresentado pelo estudante 14, referente à solução geométrica fornecida a questão aberta 02.

<u>Análise</u>

A partir dos resultados obtidos, os registros transcritos elucidaram as estratégias utilizadas na solução do problema, emergindo as categorias de análise (Tabela 3):

Tabela 2: Categorias de análise construídas a partir dos registros dos estudantes referentes à questão aberta 02 (pré-teste).

Categorias	***Unidade de registro***
Entendeu que é possível caminhar infinitamente em linha reta e retornar ao ponto de partida. (visão euclidiana)	*14 - Eu acho que ele conseguiria voltar ao ponto de partida se caminhasse em linha reta, basta saber qual é o seu ponto de partida.* *12 - Ele conseguiria, basta ir deixando marcas no caminho.* *11 - Sim, basta ele passar pelo mar.* *04 - Ele vai andar em linha reta e vai chegar ao ponto de partida* *03 - Se ele for em linha reta ele saberá voltar ao ponto de partida.* *06 - Sim, é possível se ele voltar pelo caminho correto em linha reta.* *08 - Minha conclusão é que se ele seguir sempre em linha reta ele fará a volta na Terra e voltará ao seu destino inicial.* *09 - Sim ele pode voltar por onde ele foi basta dar meia volta.* *10 - Sim é possível voltar de onde partiu se o caminho for em linha reta.*
Entendeu que não é possível caminhar infinitamente em linha reta e retornar ao ponto de partida. (visão não euclidiana)	*01 - Não, pois a folha é um plano e não teria como, porém no isopor é possível.* *13 - Na folha não tem como voltar ao ponto de partida, já na bola de isopor já é possível.* *07 - Notoriamente não será possível na folha de papel.* *02 - Na bola de isopor, ele voltará ao ponto de partida, ele vai caminhar e chegará ao mesmo lugar, já na folha de papel, ele irá caminhar em linha reta então não voltará no ponto de partida.* *05 - Não é possível voltar ao ponto de partida, só se eu dobrar a folha, em linha reta não dá.*

A análise mostra que, mesmo afirmando que seria possível retornar ao ponto de partida, os estudantes associaram o caminho percorrido pelo caçador à uma linha reta, esquecendo que na superfície geométrica que vivemos para grandes distâncias não existem retas, mas arcos de círculos máximos (curvas). Essa ausência de aprendizagem representacional demonstra que o estudante ainda memoriza modelos geométricos para aplicar na resolução de exercícios, sem realizar uma reflexão acerca do problema, o que Ausubel caracteriza como aprendizagem mecânica. A fragilidade à uma aprendizagem representacional e conceitual, que segundo Ausubel, Novak e Hanesian (1980) revela a importância e a necessidade de organizar o pensamento, atribuindo significado lógico e psicológico aos conhecimentos que foram construídos e estruturados idiossincraticamente.

<u>Questão 03 (aberta)</u>

> 3. Seja bem vindo estudante! Vocês agora é parte da tripulação do navio LOBARIEMAN. A sua missão é encontrar uma coleção de artefatos da coroa que, há muitos anos, esteve escondido em Fernando de Noronha, Brasil. Para não levantar suspeita sobre as atividades da marinha brasileira você partirá da ilha de Florianópolis, capital de Santa Catarina. Essa missão exige o Máximo de sigilo e precisão.
>
> a) Para a tripulação LOBARIEMAN chegar a Fernando de Noronha, como você acha que será o percurso percorrido?
>
> b) Em Geometria, qual a figura que você usaria para representar esse percurso?
>
> c) Como você representaria no papel a situação a) e b)?

Os estudantes em geral construíram modelos geométricos e utilizaram registros escritos (figura 7), para justificar suas respostas ao problema.

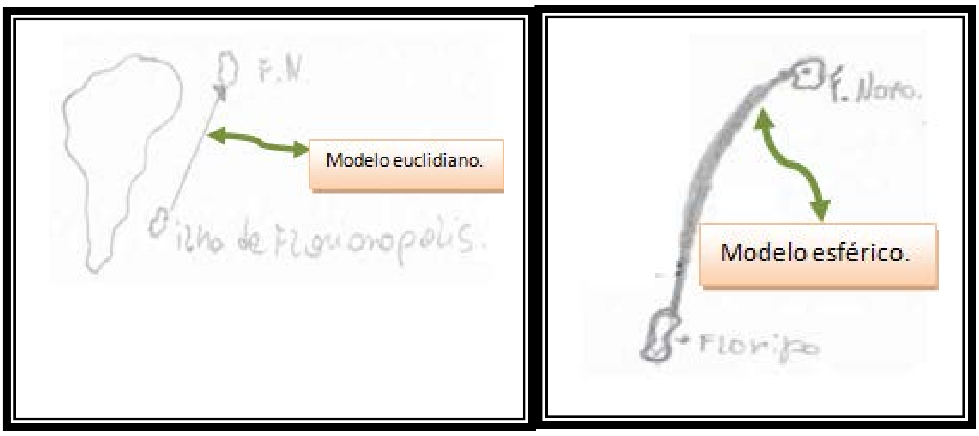

Figura 7: Protocolo dos estudantes 04 e 11, apresentando o modelo geométrico de saída de Florianópolis com destino à Fernando de Noronha, apresentada para a questão aberta 03.

<u>Análise</u>

A partir dos resultados obtidos, os registros transcritos elucidaram as estratégias utilizadas na solução do problema, emergindo as categorias de análise (Tabela 3):

Tabela 3: Categorias de análise construídas a partir dos registros dos estudantes referentes à questão aberta 03 (pré-teste).

Categorias	*Unidade de registro*
Reconheceu percurso curvilíneo como solução (visão não euclidiana)	*14 - Teria que fazer uma curva para chegar até a outra ilha.* *11 - Faria uma linha curvada.* *12 - A trajetória seria uma curva.* *07 - Será uma curva tal trajeto.*
Reconheceu percurso retilíneo como solução (visão euclidiana)	*01 - Chegaria em linha reta.* *13 - A trajetória é uma reta.* *06 - Será feita em linha reta.* *08 - Mesmo longe chegaria em linha reta.* *05 - De Florianópolis a Fernando de Noronha, será em linha reta.* *04 - Por um submarino em linha reta.* *09 - Levará varias horas, mas chegará se for em linha reta.*
Não apresentou solução	*03 - Não sei qual será a resposta, mas será sigiloso.* *10 - ??? Não sei.* *02 - Não sei.*

Os estudantes investigados mostraram fragilidades com relação ao modelo da Terra. Essas constatações são importantes, pois segundo a teoria da aprendizagem significativa revelam a ausência de subsunçores relevantes, que servirão de ancoradouro para os conhecimentos acerca de Geometria Esférica e Hiperbólica. A análise evidencia que os conceitos geométricos estabelecidos na literatura específica são apresentados para os estudantes em sua forma final e acabada, fato que não contribui para que eles construam seus conhecimentos. Há indícios de que, da forma como estão posto as percepções dos estudantes para a trajetória entre as ilhas, esse modelo encontra-se cristalizado como uma aprendizagem por recepção mecânica.

Questão 04 (aberta)

> 4. Imagine que um avião saia de São Paulo com destino a New York e percorre aproximadamente oito mil quilômetros. Se o avião resolvesse realizar a viagem em linha reta, o que aconteceria com esse avião?

Esta questão buscou identificar como os estudantes compreendiam a situação de um avião realizar uma trajetória retilínea saindo de São Paulo com destino a *New York*.

Análise

A partir dos resultados obtidos, os registros transcritos elucidaram as estratégias utilizadas na solução do problema, emergindo as categorias de análise (Tabela 4):

Tabela 4: Categorias de análise construídas a partir dos registros dos estudantes referentes à questão aberta 04 (pré-teste).

Categorias	*Unidade de registro*
Utilizou o modelo curvilíneo (visão não euclidiana)	*14 - Ele iria bater talvez sofrer turbulências, necessitando realizar algumas curvas para chegar ao destino.* *12 - Se percorrer em linha reta não chegará, portanto precisa realizar trajetória em forma de curvas.* *13 - Ele não voaria em linha reta, seria preciso mudar o percurso, ou seja, utilizando curvas.*
Utilizou de modelo retilíneo (visão euclidiana)	*10 - Este avião iria chegar ao seu destino, não aconteceria nada.* *04 - Ele chegaria do mesmo jeito, ele vai em linha reta.* *06 - Acho que não aconteceria, ele iria de São Paulo até New York em linha reta.*
Não chegará ao seu destino (impossibilidade de solução)	*08 - O avião sairá de percurso e não chegará a New York.* *03 - Ele irá cair.* *05 - Vai cair.* *01 - Ele chegará somente até o oceano, portanto não chegará.* *11 - Ele vai pousar no mar, portanto não chegará.* *09 - Não vai chegar ao seu destino.* *07 - Os passageiros não chegariam ao destino, pois o avião iria em linha reta saindo da Terra.*

Nessa questão, as evidências mostram que os estudantes em geral não conseguiram utilizar de outros modelos geométricos além do euclidiano para resolver à problemática. A análise evidencia que a formação de conceitos e a aprendizagem representacional não foram assimiladas adequadamente por palavras ou símbolos. Concordamos com Ausubel, Novak e Hanesian (1980) que aprender qual o conceito representado por certo símbolo, ou aprender que o novo símbolo tem o mesmo significado do conceito é o tipo mais complexo da aprendizagem representacional. Diante desse cenário, já desconfiávamos que qualquer avaliação que aplicássemos antes da realização da sequência didática, poderia nos trazer um indicador do déficit de aprendizagem em Geometria presente nos sujeitos da investigação.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A Geometria em geral é considerada como o alicerce essencial da Matemática, porém como é abordada nas escolas atualmente, por meio de problemas descontextualizados, por métodos de repetição, sem relacionar com o seu cotidiano, parece não manifestar nos alunos grande interesse para apropriar-se desse conhecimento. A inexistência de uma abordagem sobre o ensino de Geometria não Euclidiana no ensino médio evidencia que os professores, em geral, negligenciam os conhecimentos cotidianos dos estudantes ou seguem a metodologia de um determinado livro didático como fonte única de conhecimento, mostrando assim, a fragilidade de um sistema de ensino que privilegia resultados abstratos, propedêuticos e sem relação com o cotidiano do estudante.

Os professores em geral têm dificuldade de compreensão de seu conteúdo, acentuados pelo desconhecimento de linhas metodológicas ou, ainda, pela ausência de textos nos livros didáticos que contemplem o assunto. Este trabalho inicial visou contribuir para diminuir estas dificuldades no ensino de Geometria não Euclidiana nas escolas em geral. Sob o olhar da aprendizagem de Geometria, os alunos têm acentuadas dificuldades em resolver problemas envolvendo conceitos geométricos, de representar, interpretar e solucionar situações do cotidiano por meio de modelos geométricos, direcionando o estudo de Geometria para uma memorização. Entretanto uma abordagem da Geometria não Euclidiana nos bancos escolares é possível, possibilitando ao estudante uma nova visão para interpretar o mundo que o governa, para compreender que muitos elementos da natureza são explicados por geometrias consistentes e diferentes da Geometria Euclidiana, que o conhecimento geométrico permite a descrição e representação de forma organizada do mundo que vive, proporcionando assim, uma abordagem por meio de uma linguagem mais concisa e universal.

Em geral a análise do pré-teste leva a inferir que os estudantes possuem alguns conhecimentos prévios (subsunçores relevantes) presentes em sua estrutura cognitiva acerca de conceitos de Geometria Esférica e Hiperbólica. Os estudantes utilizaram seus conhecimentos de Geometria Euclidiana com o objetivo de resolver os problemas e apresentaram algumas dificuldades de aprendizagem conceitual, representacional e proposicional relativo ao tema Geometria. Assim, a utilização de textos e vídeos como organizadores prévios ganham importância na apresentação do novo conteúdo, pois, de acordo com Ausubel, Novak e Hanesian (1980), caso isso não ocorra, as novas informações possivelmente não serão aprendidas significamente. A intenção principal é criar uma ligação sólida entre aquilo que se conhece e o que se pretende aprender. Não é possível, segundo

Novak e Gowin (1996) para o estudante alcançar altos níveis de aprendizagem significativa antes que as estruturas cognitivas adequadas sejam construídas, e assim o processo de aprendizagem deve ser interativo ao longo do tempo, para que se possa alcançar o domínio do conhecimento ao nível de um especialista no assunto.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALVES, S. (2008). **Geometria Não Euclidiana**. São Paulo: IME-USP: material para oficina; Semana da Licenciatura.

AUSUBEL, D.P; NOVAK, J.D.; HANESIAN, H. (1980). **Psicologia Educacional**. Rio de Janeiro: Interamericana.

BOYER, C.B. (2009). **História da Matemática**. 2º ed. São Paulo: Blücher.

BONGIOVANI, V. (2010). De Euclides às geometrias não euclidianas. **Revista Iberoamericana de Educación Matemática**. São Paulo, v.1, n. 22, p. 37-51.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. (1998). **Parâmetros curriculares nacionais**: matemática. Brasília: MEC/SEF.

CABARITI, E. (2006). **A geometria hiperbólica na formação docente**: possibilidades de uma proposta com o auxílio do cabri-géomètre. III Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, São Paulo.

CARVALHO, Maria Aparecida da Silva de; CARVALHO, Ana Márcia Fernandes Tucci de Carvalho (2011). **O ensino de geometria não euclidiana na educação básica**. In: XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática, Recife.

CEDREZ, A.J.P. (2012). Construcción, necessidad e intuición de essência em geometria. **Scientia & Studia**. São Paulo, v. 7, n. 4, p. 595-617.

KALEFF, A.M. (2004). **Desenvolvimento de Atividades Introdutórias ao Estudo das Geometrias não Euclidianas**: Atividades Interdisciplinares para Sala de Aula e Museus Interativos. In: Congresso Brasileiro de Extensão Universitária, n. 2. Belo Horizonte.

LEIVAS, J.C. P. (2012). Educação geométrica: reflexões sobre ensino e aprendizagem em geometria. Revista **SBEM-RS**, Porto Alegre, no. 13, v.1, p. 9-16.

EVES, H. (2008). **Introdução à história da Matemática**. São Paulo: Unicamp.

MARQUEZE, J. P. (2006). **As faces dos sólidos platônicos na superfície esférica**: uma proposta para o ensino-aprendizagem de noções básicas da geometria esférica. 162 f. Dissertação (Mestrado)-Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, SP.

MARTOS, Z.G. (2002). **Geometrias não euclidianas: uma proposta metodológica para o ensino de Geometria no Ensino Fundamental**. Rio Claro, 143f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática)-Instituto de Geociências e Ciências exatas, Universidade Estadual Paulista.

MLODINOW, L. (2010). **A janela de Euclides**: a história da geometria, das linhas paralelas ao hiperespaço. São Paulo: Geração.

MOREIRA, M. A. (2010). **Mapas conceituais e aprendizagem significativa**. São Paulo: Centauro.

MOREIRA, M.A.; MASINI, E. F. S. (2001). **Aprendizagem significativa**: A teoria de David Ausubel. São Paulo: Centauro.

NOVAK, J.D.; GOWIN, B. D. (1996). **Aprender a Aprender**. Lisboa: Plátano Edições Técnicas.