

# VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática



ULBRA - Canoas - Rio Grande do Sul - Brasil

16, 17 e 18 de outubro de 2013

Relato de Experiência



## NÚMEROS COMPLEXOS: RUMO A UMA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

Cassiano Scott Puhl<sup>1</sup>

**Resumo:** Este artigo se baseia numa pesquisa realizada sobre Números Complexos, sugerindo metodologias diferenciadas para o aluno (re)construir este conhecimento significativamente. Através de diálogos informais com professores de engenharia, se observou que a maioria dos alunos possui uma defasagem no conhecimento sobre Números Complexos. Como não se tinha muitos entrevistados, se buscou pesquisas científicas que comprovassem as falas dos docentes. As pesquisas analisadas foram de Batista, Mello e Santos. As metodologias sugeridas tornam o aluno o sujeito da aprendizagem, e algumas metodologias podem ser desenvolvidas conforme a disponibilidade ou a vontade do aluno, com o objetivo de utilizar os recursos tecnológicos para preencher as lacunas deixadas pelo Ensino Médio, conforme mostra os estudos realizados por Batista, Mello e Santos. Finalmente, foram utilizados os conceitos de Ausubel e Piaget, mostrando que a aprendizagem deve ser construída pelo aluno através de reflexões, análises e debates, relatando os aspectos relevantes e significativos para a aplicação destas metodologias.

**Palavras Chaves:** Aprendizagem Significativa. Geometria Dinâmica. Números Complexos. Metodologias de ensino.

## INTRODUÇÃO

A educação é um tema que sempre está em pauta no cenário político. Mas, muitas vezes é deixada de lado após as eleições. Hoje, em véspera de Copa do Mundo, percebem-se mobilizações com o objetivo de repudiar os políticos corruptos e a alegação do governo referente à falta de dinheiro para a educação e para a saúde. Assim, pode-se notar um descaso com educação onde, na passagem do Ensino Médio para o Ensino Superior tem-se muitos obstáculos.

Através de conversas com professores que lecionam disciplinas dos cursos de Engenharia na Universidade de Caxias do Sul, nota-se que a maioria dos alunos não tem o conhecimento sobre Números Complexos que deveria ser estudado no Ensino Médio. Não satisfeito somente com os relatos dos professores acadêmicos da instituição, buscou-se estudos científicos realizadas em outras localidades para analisar se esta defasagem também ocorre.

---

<sup>1</sup> Mestrando de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade de Caxias do Sul. Graduado em Licenciatura Plena em Matemática pela Universidade de Caxias do Sul (2012). E-mail: c.s.puhl@hotmail.com

Os resultados de pesquisas realizadas por Batista (2004), Mello e Santos (2005) confirmaram que poucas escolas e poucos professores trabalham o conteúdo de Números Complexos. Podem-se levantar várias hipóteses para qual este ensino não ocorra, mas este não é o objetivo deste artigo. O objetivo é apresentar alternativas metodológicas, como auxílio à (re)construção de significados, para a apropriação das operações necessárias dos Números Complexos. Organizou-se um conjunto de recursos que são compartilhados e propostos como sugestões de possibilidades metodológicas para a aprendizagem de Números Complexos.

Na escola, quando o professor trabalha com os Números Complexos, é superficialmente somente mostrando a parte algébrica e efetuando cálculos repetitivos. O desenvolvimento da destreza algébrica, tão somente, não cria significado ou sentido para este conceito. É possível, e é comum, encontrar alunos que resolvem muito bem vários tipos de contas e processos algébricos ou aritméticos, utilizando-se de um bom treino de passos apresentados pelo professor, sem que seja estabelecido qualquer vínculo de compreensão ou significado sobre os conceitos envolvidos. A aprendizagem, sendo assim, é mecânica e colabora pouco para o desenvolvimento de estruturas cognitivas, pois diante de uma situação problema, por exemplo, muitos desses mesmos alunos, não identificam a operação a ser efetuada, a mesma que souberam fazer mecanicamente. Segundo Ausubel (1980), a aprendizagem mecânica também se faz necessária para a formação das estruturas cognitivas, pois para que a aprendizagem seja significativa é necessário alavancar o novo conhecimento em subsunções já existentes na estrutura cognitiva do aluno.

Mudando esta perspectiva de aprendizagem mecânica, sugerem-se algumas possibilidades de dinamizar o processo de construção de conhecimento, pelo processo da aprendizagem significativa.

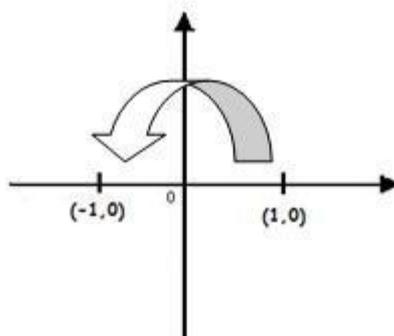
## **ABORDAGEM SIGNIFICATIVA**

Para uma abordagem didática, se for o caso, o professor pode optar por um enfoque geométrico, aproveitando o conhecimento sobre o plano cartesiano e vetores, que faz parte do contexto de estudos quando se trata de correntes alternadas. Uma forma de promover a construção do verdadeiro significado de Números Complexos consiste na possibilidade de considerá-los como fatores de rotações de vetores do plano.

Para isso, primeiro é necessário, apresentar o Plano de Argand-Gauss e a ideia correlata, que há entre vetor no plano e a representação  $a+bi$ . O conceito novo e principal, que surge neste contexto, é o da unidade imaginária  $i$ .

Como ponto de partida, como proposto por Spinelli (2013), pode-se tomar, por exemplo, o vetor que parte da origem e tem extremo final em  $(1,0)$  e averiguar com os alunos que a multiplicação do vetor por  $-1$  produz um giro de  $180^\circ$ , pois  $(1, 0).(-1) = (-1, 0)$ , como mostra a Figura 1.

Figura 1: Rotação do vetor em  $180^\circ$



No passo seguinte, pode-se questionar e investigar sobre como produzir uma rotação de  $90^\circ$  para os vetores. Espera-se concluir com os alunos que, sendo o giro de  $180^\circ$  produzido pela multiplicação  $(1, 0).(-1) = (-1,0)$ , tem-se que o mesmo giro poderia resultar de dois giros seguidos de  $90^\circ$ . Assim,  $(1, 0).(-1) = (1, 0)\sqrt{-1} \sqrt{-1} = (-1,0)$ , sendo  $\sqrt{-1}$  o fator que produz o giro de  $90^\circ$ .

Dessa ideia, surge a identidade da unidade imaginária  $i$  como  $\sqrt{-1}$ , e pode-se evoluir rapidamente para a ideia geral da multiplicação de números reais, tomados sobre o eixo real do Plano de Argand-Gauss, ou de outros quaisquer  $a+bi$  por números imaginários puros, como rotações de vetores, com ampliação ou redução dos seus módulos. Assim, por exemplo, a multiplicação  $(-3+2i).(2i)$  é como ter o dobro do módulo do vetor que parte de  $(0, 0)$  e tem extremos em  $(-3, 2)$  e girado em  $90^\circ$ .

Assim, o conceito de unidade imaginária de um número complexo pode ser introduzido por meio da sua representação geométrica, estabelecendo relações entre vetores e rotações, conhecimentos já presentes na estrutura cognitiva do estudante.

## **TECNOLOGIAS NO ENSINO DE NÚMEROS COMPLEXOS**

Para que os alunos possam ampliar e aprofundar também os novos conhecimentos sobre Números Complexos, paralelamente ao estudo de correntes alternadas, pode-se contar com recursos tecnológicos que apresentem um diferencial, algo que estimule e instigue o

aluno a aprender, algo que o faça buscar e querer aprender. Se o aluno quer aprender, tudo fica mais fácil, o ambiente da sala de aula fica mais agradável e mais propício para a aprendizagem.

Segundo Zorzan, com apoio da tecnologia, aprender matemática tem mais sentido, especialmente quando o propósito for “estimular a curiosidade, a imaginação, a comunicação, a construção de diferentes caminhos para a resolução de problemas e o desenvolvimento das capacidades: cognitiva, afetiva, moral e social” (2007, p.88). A tecnologia vem para auxiliar o professor a atingir esse objetivo pedagógico.

A modernidade, os recursos computacionais e tecnológicos estão cada vez mais presentes na vida do aluno. A escola como uma instituição social não pode ignorar essa ferramenta, por isso vários pedagogos refletem sobre a importância da sua utilização, desde que exista um propósito, um objetivo traçado pelo docente. Seguindo esta ideia, a escola tem o dever de usar meios tecnológicos, caso contrário, ela não estará formando cidadãos atuantes e preparados para viver na sociedade moderna. Agora, serão propostas algumas metodologias que podem ser usadas durante as aulas ou como recursos extraclasses para alunos do Ensino Médio ou acadêmicos, com o objetivo de (re)construir o conhecimento sobre Números Complexos, com a utilização de recursos tecnológicos, como vídeo-aulas, softwares e sites.

Com base na argumentação acima, pode-se utilizar diversos recursos disponíveis na web, oferecendo aos alunos de graduação, a possibilidade de se envolverem numa aprendizagem autônoma, dinâmica e significativa, recomendando que sites de conteúdos de interesse como o de Matemática Complexa, acessível em <https://sites.google.com/site/matematicacomplexa/>. Neste site há um estudo sobre Números Complexos que integra uma reflexão histórica, fundamentação teórica, pesquisas, aplicações e desafios, com os quais os estudantes podem avaliar o seu conhecimento e avançar ou retomar etapas ou caminhos, conforme sua necessidade e interesse. O ambiente é flexível, permitindo ao aluno percorrer percursos de aprendizagem da forma que lhe for mais conveniente e significativa.

Para os alunos que preferem imagem e som, há vários vídeos disponíveis na internet que auxiliam no conhecimento e compreensão de conteúdos. Sobre os Números Complexos, há muitos recursos em vídeos, mas alguns são muito interessantes, especialmente para aqueles estudantes que não conseguem se concentrar e aprender através da leitura. Destaca-se entre esses, e disponíveis no YouTube, os vídeos de “Me Salva!”, basicamente com explicações sobre diferentes conteúdos e os da “Matemática Multimídia”, com três capítulos sobre os Números Complexos: “um sonho complexo”, “o sonho não acabou” e “o sonho continua”.

Tais vídeos trazem o desenvolvimento histórico dos Números Complexos de uma forma diferenciada, agradável e interativa, capaz de simplificar e facilitar a compreensão.

Além de sites e vídeos, também na internet, há jogos educacionais. Segundo Moran, “aprendemos pelo prazer, porque gostamos de um assunto, de uma mídia, de uma pessoa. O jogo, o ambiente agradável, o estímulo positivo podem facilitar a aprendizagem” (2000, p. 24). Com a possibilidade para conhecimento e prática de atividades lúdicas sobre Números Complexos, encontra-se em <http://www.gilmaths.mat.br/Jogos%20Flash/complexos.swf>, um jogo com desafios que apresentam um grau crescente de dificuldade.

O que foi sugerido pode ser utilizado em propostas diferenciadas, auxiliando a preencher lacunas, de modo que os estudantes desenvolvam a aprendizagem significativa e, o menos possível a aprendizagem mecânica, de repetição de modelos e práticas desprovidas de sentido.

Para dinamizar o processo da construção geométrica dos números complexos, podem-se propor aplicativos em que o estudante interaja, manipulando objetos para produzir e compreender ideias, em processos de assimilação e acomodação. Segundo Delval,

A assimilação é a incorporação de algo exterior ao organismo e implica uma modificação desse elemento externo, ou seja, a modificação do meio pela ação do organismo. Já a acomodação consiste numa modificação simultânea do próprio organismo. Ou seja, quando o organismo incorpora algo do exterior e o modifica, também modifica a si mesmo. (Delval, 2003, p.16)

Geralmente, os conteúdos de geometria são apresentados aos alunos de forma descontextualizada, tanto socialmente como historicamente. As propriedades, definições e conceitos acabam não contendo significado para os alunos. Para mudar um pouco este cenário, as Tecnologias de Informação e Comunicação (TICs) vêm para auxiliar a educação. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998) afirmam que as TICs permitem “criar ambientes de aprendizagem que fazem sugerir novas formas de pensar e aprender” (p. 147).

Nesta perspectiva, a Geometria Dinâmica e Interativa vem para auxiliar os docentes no processo da construção do conhecimento, para que isto ocorra, existem vários softwares gratuitos e objetos de aprendizagem para auxiliar os docentes. Estes recursos ajudam, principalmente, na visualização geométrica, onde eles podem ser utilizados como um laboratório de estudo. O aluno irá construir uma figura geométrica, e a partir desta, realizará testes para formular suas conjecturas, através dos experimentos e das criações geométricas (NASCIMENTO, 1996).

## **GEOGEBRA: UMA APLICAÇÃO POSSÍVEL**

Para trabalhar com o conteúdo de Números Complexos, analisando a sua construção geométrica, sugiro a utilização de um software chamado GeoGebra, um software livre que tem objetivo de ajudar os docentes e a compreensão do conteúdo pelos alunos. O GeoGebra reúne recursos de geometria, álgebra, tabelas, gráficos, probabilidade, estatística e cálculos, sendo manipulado em multiplataformas.

O GeoGebra permite a manipulação geométrica dos Números Complexos. Nesta perspectiva, os alunos, ao invés de “perderem” tempo na construção de gráficos, o software auxiliará na construção, permitindo com que o aluno aproveite o tempo para realizar a análise. Através da visualização da manipulação do software, o aluno poderá construir conjecturas sobre os Números Complexos.

Assim, no site Unidade de Aprendizagem para Estudo de Números Complexos: Investigando em C, <http://www.es.iff.edu.br/softmat/projetotic/complexos/apresentacao.html>, o estudante pode ser ativo no processo de construção do conhecimento. O aplicativo GeoGebra está disponível e possibilita a construção dinâmica de figuras geométricas. O conhecimento se modifica e se amplia, e o próprio meio externo pelo qual se está aprendendo também se altera, pois o que antes era o plano cartesiano, agora se reconstrói como plano de Argand-Gauss para ser a aplicação nos Números Complexos.

Para estudantes que têm algum conhecimento sobre o assunto ou mesmo querem aprimorar, ampliar e construir mais significados sugere-se um ambiente mais desafiador, o site Movimentos Complexos que se encontra disponível em: <http://m3.ime.unicamp.br/app/webroot/media/software/1239/introducao.html>. Se o aluno achou fácil o manuseio dos outros sites, ele pode se aventurar no estudo através deste site que apresenta conhecimentos mais avançados e com uma linguagem mais formal.

## **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Portanto, este estudo serviu para verificar a importância da utilização dos recursos tecnológicos para (re)construir significados com os alunos, auxiliando quando for necessário e estimulando a aprendizagem. Estas metodologias podem ter o objetivo de construir o conhecimento para alunos do Ensino Médio ou o objetivo de diminuir e/ou preencher lacunas de aprendizagem para os mesmos e até para os acadêmicos, principalmente da Engenharia Elétrica, onde aplicam os Números Complexos no conteúdo de correntes alternadas. Com

estas metodologias, o estudante é o sujeito do processo, e o professor é orientador que trilha o caminho, favorecendo a aprendizagem e a construção de significados.

Este trabalho abre espaço, também para futuros estudos relacionados ao conteúdo de Números Complexos, e este é meu objetivo para as próximas pesquisas, ampliando assim a importância do aluno neste processo, e destacando cada vez mais o professor como mediador. A Matemática é uma construção permanente. O professor deve incentivar e estimular os alunos ao “aprender a aprender”, assim os estudantes buscarão estes recursos para construir o conhecimento ou para sanar as suas dúvidas.

Este trabalho teve o propósito principal de compartilhar reflexões sobre o uso de tecnologias e sobre a importância de uma aprendizagem significativa, e ao finalizar o estudo, permitiu-se a sugestão de recursos que podem auxiliar na construção do conhecimento através de leituras, análises, exemplos, exercícios, construções geométricas e outras interações, sugerindo assim, um aprender que ocorre substantivamente e não arbitrariamente. Somente desta forma a construção do conhecimento será significativa, e os alunos compreenderão os conceitos dos Números Complexos.

## **REFERÊNCIAS**

AUSUBEL, David, NOVAK, Joseph e HANESIAN, Helen. **Psicologia Educacional**. Trad. NICK, Eva, RODRIGUES, Helliana, PEOTTA, Luciana, FONTES, Maria Angela e MARON, Maria da Glória. Editora Interamericana – Rio de Janeiro – 1980.

BATISTA, S. C. F. **SoftMat: Um Repositório de Softwares para Matemática do Ensino Médio - Um Instrumento em Prol de Posturas mais Conscientes na Seleção de Softwares Educacionais**. Dissertação de Mestrado em Ciências de Engenharia. Campos dos Goytacazes, RJ, Universidade Estadual do Norte Fluminense – UENF, 2004.

BRASIL. MEC. SEMTEC. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio**. Brasília, 1998.

DELVAL, Juan. **Aprender a aprender**. 6. ed. Campinas, SP: Papyrus, 2003.

GRAVINA, Maria Alice. Geometria Dinâmica: uma nova abordagem para o aprendizado da Geometria. **Anais do VII Simpósio Brasileiro de Informática na Educação**, v. 1, p. 1-13, 1996.

MELLO, Sílvio Quintino; SANTOS, Renato Pires Dos. O ensino de Matemática e a educação profissional: a aplicabilidade dos números complexos na análise de circuitos elétricos. **Acta Scientiae**, Canoas, v. 7, n. 2, p.51-64, jul/dez 2005.

MORAN, J. M.; MASETTO, M. T.; BEHRENS, M. A. **Novas Tecnologias e mediação pedagógica**. Campinas: Papirus, 2000.

MOREIRA, M. A.; MASINI, E. F. S. **Aprendizagem Significativa**. A Teoria de David Ausubel. São Paulo: Centauro, 2001-2011. 2a. Reimpressão.

SPINELLI, W. **Nem tudo é abstrato no reino dos complexos**. Estudo orientado por Nilson José Machado. Disponível em <HTTP://www.nilsonjosemachado.net/sema20091027.pdf>. Acesso: jun, 2013.

ZORZAN, A. S. L. **Ensino-aprendizagem: algumas tendências na educação matemática**. Disponível em [HTTP://www.sicoda.fw.uri.br/revistas/artigos/1\\_7\\_76.pdf](HTTP://www.sicoda.fw.uri.br/revistas/artigos/1_7_76.pdf). Acesso: fev, 2013.