

VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática



ULBRA - Canoas - Rio Grande do Sul - Brasil

16, 17 e 18 de outubro de 2013

Comunicação Científica



FERMENTAÇÃO DO PÃO: ESTUDO A PARTIR DE UM EXPERIMENTO MATEMÁTICO

Bruna Stail¹

Darlã Nogara Oliveira²

Julhane Alice Thomas Schulz³

Modelagem Matemática

Resumo: A Modelagem Matemática, ferramenta que proporciona a tradução da linguagem do cotidiano para o mundo matemático, não é uma novidade deste século. Há muito tempo o ser humano procura resolver os problemas de sua existência com os recursos que o próprio meio em que vive oferece, buscando para isso conhecê-lo e compreendê-lo. Neste viés, a fim de relacionar um problema do dia a dia com os conteúdos matemáticos, o presente artigo aborda estudos sobre o processo de panificação, no qual a fermentação é a etapa básica e essencial do mesmo, uma vez que o fermento contido na massa consome os açúcares presentes, transformando-os em álcool e gás carbônico, conseqüentemente, causando o crescimento da massa. Logo, através desta pesquisa, realizou-se um experimento a fim de analisar o crescimento da massa do pão por meio da ação do fermento (fermentação), levando em consideração o tempo e o crescimento (volume), que resultou em um modelo exponencial com ajustes de dados, obtendo resultados satisfatórios. Dessa forma, a partir desta pesquisa experimental, fica evidente que situações-problemas da realidade se transformam em modelos matemáticos; e que a Modelagem Matemática é mais um método capaz de construir conhecimentos através do processo de ensino-aprendizagem.

Palavras-Chave: Modelagem Matemática. Cotidiano. Fermentação do Pão.

INTRODUÇÃO

Atualmente o professor tem a sua disposição várias possibilidades para trabalhar a matemática dentro dessa nova visão de ensino-aprendizagem. Recentemente, os estudos em

¹ Acadêmica do Curso de Licenciatura em Matemática. IFRS – Câmpus Bento Gonçalves. bruna.stail@bento.ifrs.edu.br

² Acadêmico do Curso de Licenciatura em Matemática. IFRS – Câmpus Bento Gonçalves. darla.oliveira@bento.ifrs.edu.br

³ Prof. Dr^a. do Curso de Licenciatura em Matemática. IFRS – Câmpus Bento Gonçalves. julhane.schulz@bento.ifrs.edu.br

Educação Matemática tem posto em evidência, a Modelagem Matemática, como um caminho para se trabalhar os conceitos matemáticos na sala de aula.

No campo da Educação Matemática, considera-se que o trabalho de natureza científica ocorra em consonância com as práticas e com a construção de conhecimentos matemáticos desenvolvidos no cotidiano dos indivíduos; e que tenha veracidade na Etnomatemática, na qualidade de campo de pesquisa e de ensino. Posto que, “a disciplina denominada matemática é, na verdade, uma Etnomatemática [...]” (D’AMBROSIO, 2001, p.28).

Logo, com este contexto educacional, ao abordarmos a Modelagem Matemática estaremos favorecendo aos alunos uma Educação Matemática Crítica⁴, ao passo que permitiremos aos mesmos refletirem sobre a realidade em que vivem, de identificar e compreender as situações-problemas que fazem parte de seu dia a dia, a fim de lhes conferir a capacidade de desenvolver e usar a Matemática de uma maneira emancipatória.

Ao estudar as possibilidades da Modelagem Matemática, enquanto ferramenta de ensino, este trabalho tem por objetivo promover reflexões a cerca de tais possibilidades dentro da sala de aula, apresentar uma forma de motivação no ensino de função exponencial, utilizar a Modelagem Matemática para estudar ocorrências reais e trabalhar com recursos computacionais. Neste sentido, abordaremos o processo de panificação, mais especificadamente, a fermentação. Para tanto, foi realizada uma pesquisa bibliográfica; após, um experimento, no qual foi analisado o crescimento da massa do pão, relacionando tempo e volume. A partir disso, foi construído um modelo matemático a fim de comprovar os dados e, conseqüentemente, deu-se a representação gráfica da situação problema.

1. MODELAGEM MATEMÁTICA

Desde os tempos mais remotos o ser humano procurou por resolver os problemas que se faziam presentes e em sintonia com a sua existência. Para isto, utilizando os recursos que o próprio meio pudesse oferecer, a fim de conhecê-lo e compreendê-lo. Nesse viés, a Modelagem

⁴ De acordo com Skovsmose (2001, p. 101) uma educação crítica, tanto como prática quanto como pesquisa, deve discutir condições básicas para a obtenção do conhecimento, deve estar a par dos problemas sociais, das desigualdades, da supressão, etc., e deve tentar fazer da educação uma força social progressivamente ativa.

Matemática foi idealizada como ferramenta de ensino e aprendizagem, como uma maneira de fazer com que o aluno desenvolva a sua capacidade de reflexão e assimilação dos conteúdos.

A Matemática tem em sua estrutura sistematizações que servem de modelo para outras ciências, assim considerando a construção do conhecimento em constante evolução e os indivíduos como corresponsáveis no processo de interação social com o mundo, para que estes possam reelaborar, complementar, conjecturar e sistematizar seus conhecimentos.

Considerando a Matemática como fundamental para a evolução do conhecimento humano e utilizada em toda a ciência, a Modelagem Matemática se apresenta e torna-se essencial neste processo, no qual, no dia a dia, é necessária a utilização da mesma em muitas atividades. Para tal, basta a existência de um problema que exija criatividade, intuição e instrumental matemático (BIEMBENGUT, 1999).

Consequentemente, este problema, ocasionará em um modelo que proporcionará a relação entre as informações captadas pelo sujeito e sua ação sobre a realidade; assim, através da reflexão, o indivíduo criará um modelo levando em consideração a compreensão da realidade. Uma vez que, segundo D'AMBRÓSIO (1986),

o indivíduo é parte integrante e ao mesmo tempo, observador da realidade. Sendo que ele recebe informações sobre determinada situação e busca, através da reflexão, a representação dessa situação em grau de complexidade. Para se chegar ao modelo é necessário que o indivíduo faça uma análise global da realidade na qual tem sua ação, onde define estratégias para criar o mesmo, sendo esse processo caracterizado de modelagem.

Conforme Biembengut e Hein (2000, p.13), a Modelagem é um meio para integrar dois conjuntos disjuntos: matemática e realidade. Ou seja, fazer da Modelagem Matemática um processo que traduza a linguagem do mundo real para o mundo matemático. Contudo, isto ocorrerá se uma série de procedimentos for realizada. Biembengut e Hein (2000), agrupa e identifica esses procedimentos em três etapas:

1ª – Interação com o assunto: na qual ocorrerá o reconhecimento da situação-problema e a familiarização com o assunto a ser modelado (pesquisa). Posto que, a situação-problema se tornará cada vez mais clara, à medida que se vai interagindo com os dados obtidos através de livros, revistas especializadas e especialistas da área.

2ª – Matematização: advirá a formulação do problema (hipótese) e resolução do problema em termos do modelo. Segundo Biembengut e Hein (2000, p.14), esta fase torna-se mais

desafiadora e complexa, posto que, nela ocorrerá a tradução da situação problema para a linguagem matemática.

Para que haja formulação e validação das hipóteses, se faz necessário: qualificar as informações (relevantes e não relevantes), decidir quais fatores que serão perseguidos (levantando hipóteses), classificar variáveis relevantes e envolvidas; selecionar símbolos apropriados para essas variáveis; e descrever essas relações em linguagens matemáticas.

Quando concluída esta fase, deve-se obter um conjunto de expressões e fórmulas, ou equações algébricas, ou gráficos, ou representações, ou programa computacional que levem à solução ou permitam a compreensão de uma solução. Sendo assim, o problema passará a ser resolvido com as ferramentas matemáticas disponíveis.

3ª – Modelo Matemático: por fim, acontecerá a interpretação da solução e validação do modelo: avaliação a fim de verificar o nível de aproximação da situação-problema representada e, conseqüentemente, também averiguar o grau de confiabilidade na sua utilização. Se o modelo não atender às necessidades que o gerou, o processo deve ser retomado na segunda etapa, mudando-se ou ajustando as hipóteses, as variáveis, entre outros mecanismos.

Levando em consideração os procedimentos expostos, estaremos identificando se os aspectos que diferenciam Modelagem Matemática de outras aplicações de matemática são fundamentos das hipóteses e das aproximações simplificadoras como condições à criação do modelo. Uma vez que, os demais aspectos – o problema, a resolução e a verificação da matemática, a validação da solução e a decisão – valem para qualquer tipo de resolução de problema que envolve matemática.

2 ASPECTOS QUÍMICOS DA FERMENTAÇÃO DO PÃO

Segundo Ribeiro (2006), para que a panificação ocorra, e com sucesso, alguns ingredientes são importantes, ou seja, fundamentais no processo, como: farinha, água, sal, açúcar, gordura, leite, ovos, fermento. Para o autor, do ponto de vista prático, existem três tipos de fermento biológico que são comercializados: o fermento fresco, fermento seco e fermento seco instantâneo.

Com a elaboração do pão, a fermentação torna-se uma etapa básica e essencial, uma vez que, durante a fermentação da massa, as leveduras (fermento) consomem os açúcares presentes, transformando-os em álcool e gás carbônico, o que causa o “crescimento” da massa.

Além de fermentação alcoólica, são produzidos em maiores ou menores medidas outras fermentações por parte de certos micro-organismos, formando ácido láctico, acético e butírico. Dessa forma, formam-se também mais de quarenta compostos responsáveis pelo sabor e odor típicos do pão. Obtém-se um pão macio de boa qualidade quando a fermentação da massa ocorre a uma temperatura e umidade ideais, evitando a formação de casca na superfície da massa em fermentação.

Conforme o Departamento de Engenharia Química e Engenharia de Alimentos da Universidade Federal de Santa Catarina (apud Portal São Francisco, 2010), o mecanismo de produção de gás consiste na transformação do açúcar em gás carbônico e álcool. Essa produção depende da presença da levedura, um tipo de fungo, na massa e da quantidade de substrato (açúcares fermentáveis) que a farinha contém. O crescimento da levedura na massa depende da quantidade inicial: uma quantidade inferior a 2% permite a reprodução de 50% (quantidades não permitem o aumento de volume). No entanto, existem substâncias (aromas, essências de limão, chocolate, e pó de cacau), que adicionadas à massa, diminuem a capacidade de fermentação das leveduras, neste caso 2% de levedura é uma quantidade muito pequena. Também grandes quantidades de açúcar e gordura na massa requerem uma maior quantidade de levedura.

A levedura se destrói a uma temperatura superior aos 53° C, em que o tempo necessário depende do tipo de levedura, e a velocidade lenta se inativa mais rapidamente que a rápida. Com uma temperatura superior a 43° C, a atividade das leveduras se reduz e a proporção dessa redução depende do tempo de contato com o calor.

Em contrapartida, a levedura pode conservar-se a temperaturas baixas durante um tempo considerável: 4° C, durante seis semanas, sem ter uma redução de seu poder de fermentação. Depois desse tempo, inicia-se uma redução de produção de gás.

A temperatura exerce grande influência sobre a fermentação da massa: temperaturas acima dos 28° C deverão ser usadas para fermentações curtas, de 1h a 1h 30min. Para tempos de fermentação entre 2hs às 4hs, a temperatura deverá ser de 25-27° C; e para períodos mais longos; de 23-25° C.

Dessa forma, algumas observações se fazem necessárias:

- quanto mais longa é a duração do processo, mais baixa deverá ser a temperatura de fermentação;
- com temperaturas entre 23 e 25° C se obtém um pão úmido, aromático e com miolo colorido;
- com temperaturas acima de 29° C, o pão é seco, endurece muito rapidamente e se caracteriza por um miolo de cor pálida. Logo, a temperatura e a duração da fermentação dependem do grau de umidade e o estado de conservação do pão.

Uma temperatura de fermentação baixa reduz a produção de gás, acontecendo o contrário com temperaturas altas. A influência de temperatura alta incide na qualidade do pão, não somente no aumento da atividade das leveduras, mas também nas características do glúten. Também a umidade do ambiente influi na atividade das leveduras sendo o índice ótimo de umidade entre 80-85%.

Se a fermentação do pão produz etanol, por que esse álcool não explode ou queima no forno? De acordo com Artur (PRADO, 2008), por causa da densidade do etanol gerada na fermentação da glicose em uma massa de pão, que é muito pequena. Mesmo considerando bandejas cheias de massa, seriam necessários dois mil pães franceses para gerar um litro de etanol. Além disso, como a fermentação é lenta (dura de 2 a 3 horas) e o etanol é bastante volátil, grande parte evapora durante o processo. Além do mais, todos os combustíveis possuem uma propriedade conhecida como “ponto de ignição” (temperatura em que o combustível queima espontaneamente) e, no caso do etanol, o ponto é superior a 420° C, muito maior do que a temperatura atingida pelos fornos das padarias, que varia entre 180° C e 220° C.

3 EXPERIÊNCIA

3.1 Desenvolvimento

Considerando os estudos realizados no curso de Licenciatura em Matemática do IFRS – Câmpus Bento Gonçalves, no componente curricular de Modelagem Matemática, teve-se a ideia de definir um modelo matemático, em nosso caso, o crescimento da massa do pão, o qual fosse possível coletar dados num certo período de tempo e que apresentasse uma variação do número de elementos. Logo, deveríamos construir um gráfico discreto a partir de recursos

computacionais, levando em consideração as experiências obtidas no componente curricular de Matemática Computacional II, que apresentasse os dados coletados, e um modelo a fim de descrever o referido crescimento da massa, esta comparada com o gráfico discreto. Toda a análise foi discutida e descrita, o que originou este artigo, com orientações científicas e matemáticas da Professora Dra. Julhane Alice Thomas Schulz.

Como forma de trabalho-pesquisa, esta dinâmica serviu para relacionarmos e aplicarmos o que aprendemos em sala de aula com a prática, com o dia a dia, na observação do processo de fermentação do pão, relacionando o crescimento da massa (volume X tempo). Posto que, conforme Bassanezi (2002) faz-se necessário buscar alternativas de ensino aprendizagem que facilitem a compreensão da Matemática e sua utilização. Além de fazer da Modelagem Matemática um recurso capaz de unir a teoria com a prática, capaz de motivar os alunos no (ao) entendimento da realidade que o cerca e na busca de meios para agir sobre ela e transformá-la.

A massa inicial foi produzida a partir de uma receita de pão, em que foram usados:

PRODUTO	QUANTIDADE
Ovo	1 unidade
Leite	1800 ml
Água	200 ml
Sal	1 colher (de chá)
Açúcar	4 colheres (de sopa)
Fermento	3 colheres (de chá)
Farinha	3 kg

Tabela 1 – Ingredientes utilizados na receita.

Todos os ingredientes da massa foram misturados de uma só vez, a uma temperatura ambiente de aproximadamente 25° C. Foi retirada um parte dessa massa, para a realização da experiência, que foi colocada em um recipiente de vidro, com capacidade de 500 cm³ (sabendo que 1cm³ = 1ml) para fermentar/descansar. Inicialmente, completou 100 cm³ e teve seu crescimento controlado a cada 10 min. Após a coleta dos dados, foi realizada uma simulação numérica, por meio de uma programação, com o modelo, na qual foi utilizado o software *Scilab*.

3.2 Modelo e Gráfico

Para o processamento dos resultados experimentais e a comparação com o modelo, foi utilizado o software *Scilab*, que é um software numérico de licença livre com grande potencial no processamento de dados, simulação numérica e construção de gráficos. Este estudo resulta da adaptação do modelo de Velhust para o crescimento populacional, dado por:

$$x = \frac{k}{1 + \frac{(k - x_0)}{x_0} e^{-\alpha t}} \quad (1)$$

Onde x_0 é a população inicial, k é uma constante arbitrária que determina a capacidade suporte da população, ou seja, o valor máximo que a população pode assumir e α é o coeficiente de crescimento da referida população.

Sobretudo, esse modelo foi adaptado para representar o crescimento do volume da massa do pão, onde x_0 determina o volume inicial, k é uma constante arbitrária que determina a capacidade máxima que a massa pode assumir e α é o coeficiente de crescimento do referido volume.

Tempo (min)	Volume (cm ³)
0	100
10	120
20	145
30	170
40	190
50	210
60	225
70	240
80	250

Tabela 2 – Dados amostrais.

Para o ajuste dos dados experimentais, referentes ao crescimento do volume ocupado pela massa de pão, foi considerado 100 cm^3 como volume inicial, na qual a capacidade suporte foi estimada em 270 cm^3 . A partir daí, diversos valores de α foram testados e aquele que apresentou melhor ajuste foi $\alpha = 0,035$. A figura abaixo mostra o gráfico dos dados experimentais com o respectivo ajuste para o modelo de Velhust.

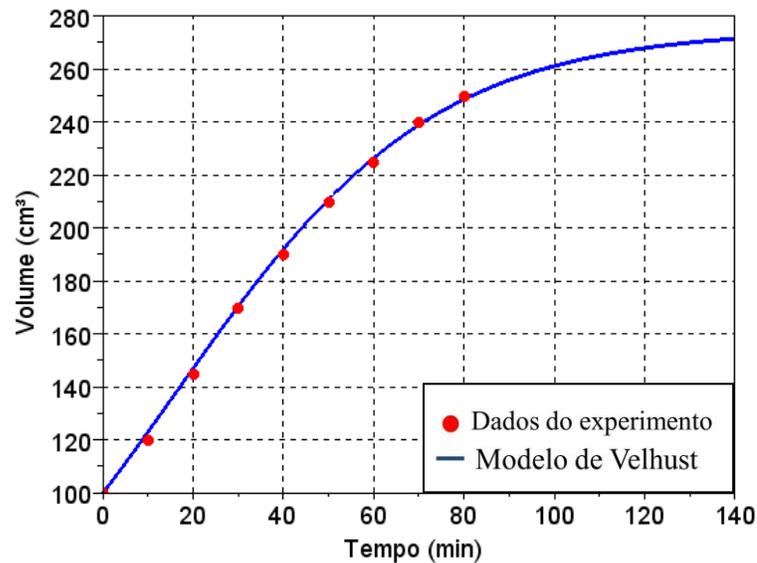


Figura 1 – Crescimento da massa do pão.

Abaixo segue a imagem do experimento realizado, evidenciando o processo de crescimento da massa do pão.



Figura 2 - Massa do pão, contida na proveta, com crescimento máximo atingido (250 cm^3).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O pão tem uma importância cultural e religiosa muito grande em nossa sociedade, sendo que ele está associado ao ato de compartilhar, ao momento em que a família se reúne para saboreá-lo e aproveita para conversar. Contudo, quem de nós, ao consumir o pão, para e pensa sobre todo o processo que o mesmo perpassa até a sua comercialização?

Pensar que o processo de panificação, assim como o de fermentação, se refere a um processo antigo, adequado e transformado desde a Pré-história – conforme as culturas e necessidades de cada povo – que se torna intrigante o entendimento desse produto tão consumido e apreciado por nós seres humanos nos dias de hoje.

Enfim, ficou claro que a fermentação é a etapa decisiva do processo de fabricação do pão, na qual estão incluídos diversos fatores que são determinantes para uma boa fermentação, como: temperatura, umidade, entre outros. Esses fatores foram analisados a partir do experimento que resultou em um gráfico exponencial, derivado de uma função construída com dados coletados.

Com este estudo percebeu-se a interdisciplinaridade entre a Química e a Matemática, posto que, quando escolhemos este assunto e fundamentamos com a Modelagem Matemática, identificamos, segundo Berry (1982), que a mesma é o processo de escolher características que descrevem adequadamente um problema de origem não matemática, para chegar a colocá-lo numa linguagem matemática.

Por se tratar como uma tendência que viabiliza a interação da Matemática com a realidade, a Modelagem Matemática torna-se “um processo muito rico de encarar situações reais, e culmina com a solução efetiva do problema real e não uma simples resolução formal de um problema artificial” (D’AMBROSIO, 1986, p.121). No qual, proporciona ambientes de ensino-aprendizagem e faz com que os alunos indagam e/ou investigam, por meio da matemática, situações procedentes de outras áreas do cotidiano. Uma vez que, conforme Biembengut e Hein (2003), no dia a dia, o processo que envolve Modelagem Matemática está constantemente presente, basta ter um problema exigindo criatividade, intuição e a Matemática.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia.** São Paulo: Contexto, 2002, 389 p.

BERRY, J. E O'SHEA, T. **Assessing Mathematical Modelling**. In: International Journal of Mathematical Education Science and Technology, vol. 13, 6, 1982.

BIEMBENGUT, M. S. (1999). **Modelagem Matemática & Implicações no ensino-aprendizagem**. Blumenau: Editora da FURB.

BIEMBENGUT, Maria Salett; HEIN, Nelson. **Modelagem matemática no ensino**. 3. ed. São Paulo: Contexto, 2000, 127 p.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Da realidade à ação: reflexões sobre educação e matemática**. 2 ed. Campinas; São Paulo: Summus; UNICAMP, 1986.

Departamento de Engenharia Química e Engenharia de Alimentos – UFSC. In: Portal São Francisco. **História do pão**. Disponível em: <<http://www.portalsaofrancisco.com.br/alfa/historia-do-pao/historia-do-pao-4.php>>. Acesso em: 16 mai. 2013.

PRADO, Artur Caliendo. **Fermentação do pão**. Disponível em: <<http://blogs.abril.com.br/artur/2008/12/fermentacao-pao.html>>. Acesso em: 16 mai 2013.

RIBEIRO, Carlos Manoel Almeida. **Panificação**. São Paulo: Hotec, 2006.