

# VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática



ULBRA - Canoas - Rio Grande do Sul - Brasil

16, 17 e 18 de outubro de 2013

Comunicação Científica



## APLICAÇÕES DAS DERIVADAS E ATIVIDADES INVESTIGATIVAS: UM ESTUDO COM A UTILIZAÇÃO DO *SOFTWARE* GEOGEBRA

### Educação Matemática no Ensino Superior

#### Resumo

Este trabalho se constitui em nossa pesquisa de dissertação de mestrado, relacionada ao ensino de derivadas em Cálculo I. Relatamos alguns resultados obtidos nessa pesquisa, que investigou as contribuições da utilização de atividades investigativas, com o auxílio do *software* GeoGebra, para os processos de ensino e aprendizagem de aplicações das derivadas. Nosso referencial teórico-bibliográfico buscou contemplar pesquisas tanto na área de Tecnologias Informáticas e Educação Matemática quanto na área de Educação Matemática no Ensino Superior, destacadamente, discussões relacionadas às atividades investigativas e à utilização de *softwares* educacionais no ensino de Cálculo e de derivadas. Apresentamos, em seguida, a questão de investigação, os objetivos, a metodologia de pesquisa e uma breve descrição da implementação e análise de uma das atividades investigativas realizadas na pesquisa de campo. Para finalizar, apresentamos algumas considerações relacionadas às contribuições das atividades investigativas relacionadas às aplicações das derivadas, obtidas em nossa pesquisa.

**Palavras Chaves:** Ensino de Cálculo e Derivadas. Investigação Matemática. Tecnologias da Informação e Comunicação na Educação. Educação Matemática no Ensino Superior.

#### Uma Breve Revisão Teórico-Bibliográfica

Ao buscamos conhecer o panorama atual das pesquisas relacionadas ao ensino de Cálculo, notamos que a preocupação por parte dos pesquisadores com o ensino dessa disciplina é crescente no cenário nacional e internacional.

As pesquisas que tratam do ensino e aprendizagem de Cálculo se inserem na Educação Matemática no Ensino Superior, área que vem crescendo e ganhando adeptos interessados em realizar pesquisas nesse nível de ensino. Segundo Iglioni (2009), as pesquisas revelam que a Matemática é uma disciplina que apresenta dificuldades em seu ensino e aprendizagem, independente do nível de ensino e, portanto, o Ensino Superior também merece atenção, tanto quanto a Educação Básica. Iglioni (2009) define a Educação Matemática como campo científico a partir de seu objetivo:

A Educação Matemática é um campo de pesquisa que tem por objetivo de investigação a atividade matemática nos diversos setores da sociedade, em especial aquela que acontece no ambiente escolar, nos diversos níveis de ensino (IGLIORI, 2009, p. 11).

Essa definição pode ser complementada com a caracterização dada por Fiorentini e Lorenzato (2007):

Podemos dizer que a Educação Matemática se caracteriza como uma práxis que envolve o domínio do conteúdo específico (a matemática) e o domínio de ideias e processos pedagógicos relativos à transmissão/assimilação e/ou apropriação / construção do saber matemático escolar (FIORENTINI e LORENZATO, 2007, p. 5).

As pesquisas em Educação Matemática que tratam do ensino e da aprendizagem do Cálculo se justificam pela importância dessa disciplina em diversos cursos da área de Ciências Exatas. Segundo Iglori (2009, p. 12), “a pesquisa tem papel fundamental no levantamento de causas e na indicação de caminhos a serem trilhados na busca de melhorias”.

No que se refere ao ensino de Cálculo, o grande número de pesquisas relacionadas a esse tema “se justifica tanto pelo fato de o Cálculo constituir-se um dos grandes responsáveis pelo insucesso dos estudantes quanto por sua condição privilegiada na formação do pensamento avançado em Matemática” (IGLIORI, 2009, p. 13).

### **Uma Breve Revisão Teórico-Bibliográfica**

No contexto da Educação Matemática no Ensino Superior, o Ensino de Cálculo tem um papel de destaque, pois “é fato indiscutível que é alto o percentual de estudantes do nível superior cujo desempenho na aprendizagem da Matemática, em especial de Cálculo, tem deixado muito a desejar” (IGLIORI, 2009, p. 12). A autora afirma que as pesquisas sobre o ensino de Cálculo podem sugerir causas para as dificuldades enfrentadas por estudantes e professores, além de apontar caminhos na busca de melhorias.

Nesse contexto, o ensino de derivada se destaca como um conteúdo muito pesquisado, por se tratar de um conceito fundamental para o estudo dessa disciplina. Baseada em sua experiência, Villarreal (1998, p. 7) relata que “o conceito de derivada mostra-se como uma noção que apresenta dificuldades frequentes e persistentes para os estudantes e sua compreensão é de fundamental importância nos cursos de Cálculo”.

A forma como os conteúdos são trabalhados pelos professores em diferentes cursos universitários pode influenciar a aprendizagem dos alunos que estudam as disciplinas relacionadas ao Cálculo. Reis (2009) destaca a importância, por parte do professor, de uma reflexão sobre o papel do Cálculo na formação do estudante, levando em consideração o curso em que esse aluno está inserido.

Reis (2009) também destaca que uma mesma disciplina deve ser trabalhada de maneira diferente, levando em consideração as especificidades de cada curso e a importância dos conceitos do Cálculo para a formação do estudante. No Cálculo, devem ser utilizadas metodologias diferenciadas para cada curso de graduação no qual esteja inserido, “de modo a garantir que a produção de significado das ideias do Cálculo esteja em estreita relação com o contexto profissional do curso” (REIS, 2009, p. 81).

Nesse aspecto, torna-se importante trabalhar com as aplicações do Cálculo já que, em nossa pesquisa, serão exploradas as aplicações das derivadas de uma função real, relacionadas a problemas de máximos e mínimos.

Em relação às aplicações das derivadas, notamos que há uma carência de pesquisas que tratam desse tema. Esse fato foi também percebido por Ramos (2009), que realizou uma pesquisa com alunos do curso de Licenciatura em Matemática relacionada às aplicações das derivadas, sendo que estes já haviam cursado a disciplina Cálculo I, no qual esse tópico fora estudado.

De acordo com o referencial adotado em sua pesquisa, Ramos (2009) destaca que é importante que o professor proponha atividades em que o aluno utilize as diversas formas de representação dos objetos matemáticos e saiba fazer a conversão entre uma forma de registro e outra. Desse modo, se o aluno possui o domínio das diversas formas de representação de um objeto matemático, ele pode optar pelo mais adequado na resolução de um problema proposto.

Nesse sentido, concordamos com Ramos (2009), visto que consideramos a importância de se estudar o conceito de derivada não somente de forma algébrica, mas também geométrica. Em nossa prática, percebemos que muitas vezes o que predomina para o aluno é a derivada como resultado de um processo operatório. Concebemos que quando os cálculos de derivadas são realizados algebricamente, mas associados à sua interpretação geométrica, é possível que o aluno estabeleça uma relação entre as operações realizadas e o conceito.

Nesse cenário, as Tecnologias da Informação e Comunicação na Educação - TICE's despontam como um recurso de grande potencial didático e pedagógico que pode contribuir

para a aprendizagem e possibilitar a construção do conhecimento matemático, como relata Barufi (1999):

Precisamos ter claro que o computador é extremamente útil em tarefas que podem ser transformadas em algoritmos, como também em outras que não podem. Em particular, no que diz respeito ao trabalho com o Cálculo, ele é uma ferramenta extremamente útil para propiciar a formulação de inúmeros questionamentos, reflexões e análises que fazem com que a sala de aula se torne visivelmente um ambiente onde relações podem ser estabelecidas, possibilitando articulações diversas e, portanto, a construção do conhecimento (BARUFI, 1999, p. 167).

Com isso, Barufi (1999) destaca a importância da utilização do computador em sala de aula, que pode propiciar um ambiente de aprendizagem dinâmico, uma vez que possibilita criar discussões e reflexões em torno do conhecimento matemático.

Já Villarreal (1999) destaca de que modo o computador pode auxiliar na aprendizagem da Matemática, em geral:

O computador pode ser tanto um reorganizador quanto um suplemento nas atividades dos estudantes para aprender Matemática, dependendo da abordagem que eles desenvolvam nesse ambiente computacional, do tipo de atividades propostas, das relações que for estabelecida com o computador, da frequência no uso e da familiaridade no uso e da familiaridade que se tenha com ele (VILLARREAL, 1999, p. 362).

Dessa forma, Villarreal (1999) aponta que o computador pode desempenhar papéis diferentes nas aulas de Matemática, de acordo com a forma de utilização dessa ferramenta. O computador é considerado por essa pesquisadora como um “suplemento” quando é utilizado apenas para realizar algum processo, como fazer contas, e como “reorganizador” quando é utilizado para auxiliar e fazer pensar sobre algum conteúdo.

O conhecimento matemático não deve ser visto e trabalhado em sala de aula pelo professor como algo pronto e acabado. Aprender Matemática significa mais do que se apropriar do conhecimento desenvolvido ao longo dos séculos, mas ser capaz de fazer descobertas que possibilitem a construção do seu próprio conhecimento. Em uma aula de Matemática, o professor pode levar o aluno a ter um papel ativo no seu aprendizado, uma vez que é preciso formar no estudante senso crítico para que ele possa desenvolver a capacidade de questionar, relacionar ideias e investigar.

Nessa perspectiva, Ponte, Brocardo e Oliveira (2006, p. 13) conceituam que “investigar é descobrir relações entre objetos matemáticos conhecidos ou desconhecidos, procurando identificar as respectivas propriedades”.

A partir do momento em que o próprio aluno faz descobertas diante de suas observações, levanta conjecturas e tenta generalizá-las, ele está desenvolvendo seu pensamento matemático, pois “o conhecimento é construído a partir de percepções e ações do sujeito [...] e a partir de muita investigação e exploração” (GRAVINA e SANTAROSA, 1998, p. 1-2).

Ambientes informatizados são propícios para a realização de uma atividade investigativa, pois permitem ao aluno analisar uma situação e observar regularidades, estabelecer hipóteses e testá-las na busca de uma solução para o problema proposto. Segundo Gravina e Santarosa (1998), um ambiente educacional informatizado possibilita ao aluno a construção do seu conhecimento, pois com o auxílio de um recurso computacional, o estudante pode modelar problemas e fazer simulações, além de visualizar uma situação, o que muitas vezes não seria possível sem essa ferramenta.

A utilização de *softwares* permite que os conceitos matemáticos sejam explorados por meio de construções não estáticas, que podem ser manipuladas e proporcionar uma percepção diferente da Matemática, além de possibilitar a exploração e experimentação na construção do conhecimento matemático.

### **Questão de Investigação**

A partir das discussões travadas até aqui, elaboramos a seguinte questão a ser investigada: Como o desenvolvimento de atividades investigativas relacionadas às aplicações das derivadas, utilizando TICE's, pode contribuir para os processos de ensino e aprendizagem de Cálculo I?

### **Objetivo**

O objetivo foi desvendar as contribuições das atividades investigativas com o uso das TICE's para os processos de ensino e aprendizagem do conceito de derivadas e suas aplicações em Cálculo Diferencial e Integral I.

### **Metodologia de Pesquisa**

Após uma pesquisa teórico-bibliográfica sobre Ensino de Cálculo, Tecnologias da Informação e Comunicação em Educação Matemática e Investigações Matemáticas, que resultou em nossa breve revisão feita anteriormente, realizamos uma pesquisa de campo com alunos matriculados na disciplina Cálculo I, obrigatória do 2º período do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto.

A turma possuía um total de quinze alunos matriculados. Esses alunos foram convidados a participar das atividades, que foram implementadas em horário extraclasse, em uma única sessão de aproximadamente uma hora. Os nove alunos participantes foram agrupados em um trio e em três duplas, sendo que cada grupo realizou uma atividade investigativa.

As atividades foram realizadas com os alunos trabalhando em grupo e ao final, foi aplicado um questionário de avaliação da mesma, respondido individualmente. A opção por agrupar os alunos foi feita com o intuito de propiciar um espaço para discussão das questões apresentadas, considerando que, “ao trabalhar em conjunto, produzem-se diálogos entre os alunos que mostram os processos seguidos ao resolver um problema de modo mais espontâneo” (VILLARREAL, 1999, p. 52). O questionário individual teve a finalidade de conhecer a avaliação de cada aluno quanto à contribuição da atividade no estudo das aplicações das Derivadas.

Nossa postura como investigador se aproximou do que Ernest (1996, p. 32) define como o método da “descoberta guiada” pois, como as atividades eram mais direcionadas, ficando explícito o que esperávamos dos alunos, achamos por bem fazer com que os participantes seguissem as orientações e fossem conduzidos de modo a alcançar os objetivos propostos em cada atividade.

O roteiro da atividade foi entregue ao grupo de forma impressa, com as orientações a serem seguidas e o mesmo foi recolhido ao final do horário com as resoluções e comentários dos alunos. Esse roteiro e as observações das discussões promovidas durante a realização da atividade, além do questionário aplicado, compõem nossos dados para análise.

Apresentamos a seguir uma das atividades investigativas que compõe nossa dissertação. Posteriormente, uma breve descrição e análise da atividade investigativa apresentada.

### **Apresentando uma Atividade Investigativa**

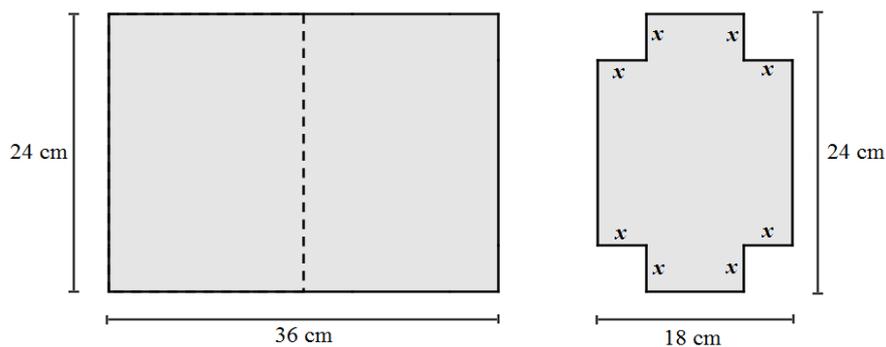
A atividade investigativa que apresentamos a seguir foi adaptada de um livro didático considerado “clássico” no currículo de Cálculo Diferencial e Integral de cursos de ciências exatas em universidades brasileiras (THOMAS, 2011).

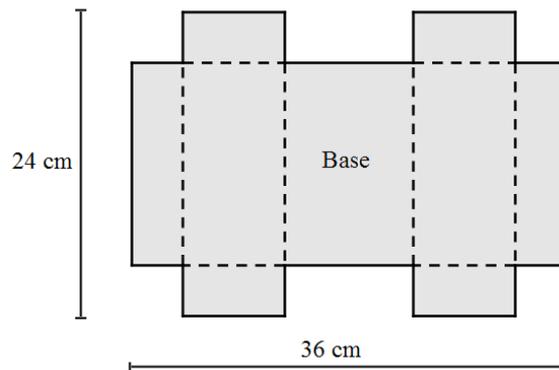
Após analisarmos a natureza dos exercícios propostos pelo autor, relacionados às aplicações das derivadas, selecionamos quatro exercícios que julgamos ter potencial para a investigação, adaptamos os textos introdutórios com o objetivo de contextualizar cada exercício e inserimos algumas orientações para a utilização do *software* GeoGebra, com a finalidade de tornar os exercícios verdadeiras atividades investigativas, dentro da perspectiva adotada em nossa pesquisa.

A escolha pelo GeoGebra deve-se ao fato dele ser um *software* gratuito, com uma interface amigável, disponibilizando simultaneamente as representações algébrica e geométrica, além de possuir recursos de dinamicidade e movimentação, como utilizado na atividade que passamos, agora, a apresentar.

### “Projetando uma caixa” (THOMAS, 2011, p. 311)

Uma pequena caixa deve ser projetada tomando como molde uma folha de papelão medindo 24 x 36 cm, que deve ser dobrada ao meio para formar um retângulo de 24 x 18 cm, como se vê na figura a seguir. Depois, quatro quadrados congruentes com lados medindo  $x$  são recortados dos vértices do retângulo dobrado. A folha é desdobrada e seis abas são dobradas para cima, formando uma caixa com laterais e uma tampa.





Sua tarefa é determinar a medida  $x$  dos lados dos quadrados recortados que farão a caixa ter o maior volume possível.

a) Escreva uma fórmula  $V(x)$  para o volume da caixa;

b) Determine o domínio de  $V$  para esse problema;

c) Construa o gráfico dessa função no GeoGebra;

d) Na barra de ferramentas do GeoGebra, clique em “Novo ponto” e sobre um ponto qualquer da curva; a seguir, clique em “Tangentes”, sobre o ponto marcado e sobre a curva; clique em “Mover” e movimente o ponto; determine, então, o valor de  $x$  que torna o volume máximo e o valor do volume máximo, explicando suas conclusões;

e) Salve sua construção no GeoGebra, gravando-a como Atividade 4.

f) Verifique, utilizando derivadas, os valores de  $x$  e do volume máximo obtidos no item anterior.

### Uma Breve Descrição e Análise dos Dados

A atividade foi elaborada de forma a promover a participação e possibilitar um ambiente de discussão entre os alunos. Dessa forma, seria possível que os alunos vivenciassem processos característicos de uma atividade investigativa, como “a exploração e formulação de questões, a formulação de conjecturas, o teste e a reformulação de conjecturas

e, ainda, a justificação de conjecturas e avaliação do trabalho” (PONTE, BROCARDÓ e OLIVEIRA, 2006, p. 29).

Outro aspecto importante da atividade proposta é o possível estabelecimento de relações entre os conhecimentos já construídos e a atividade realizada, além da possibilidade de estabelecer relação entre as representações algébricas e geométricas envolvidas nas aplicações das derivadas. Consideramos que a atividade foi adequada para que os participantes estabelecessem essas relações, pois “as investigações matemáticas envolvem, naturalmente, conceitos, procedimentos e representações matemáticas” (PONTE, BROCARDÓ e OLIVEIRA, 2006, p. 10).

A atividade aqui descrita apresenta uma representação da caixa a ser projetada, contendo as fases de construção descritas no enunciado. Inicialmente, solicitamos aos participantes que escrevessem uma fórmula  $V(x)$  para o volume da caixa.

Embora não tenha sido solicitado, os participantes fizeram uma representação da caixa a ser projetada, expressando as dimensões da caixa em função da medida  $x$ , que representa a medida do lado dos quadrados que foram recortados dos vértices da folha de papelão que havia sido dobrada.

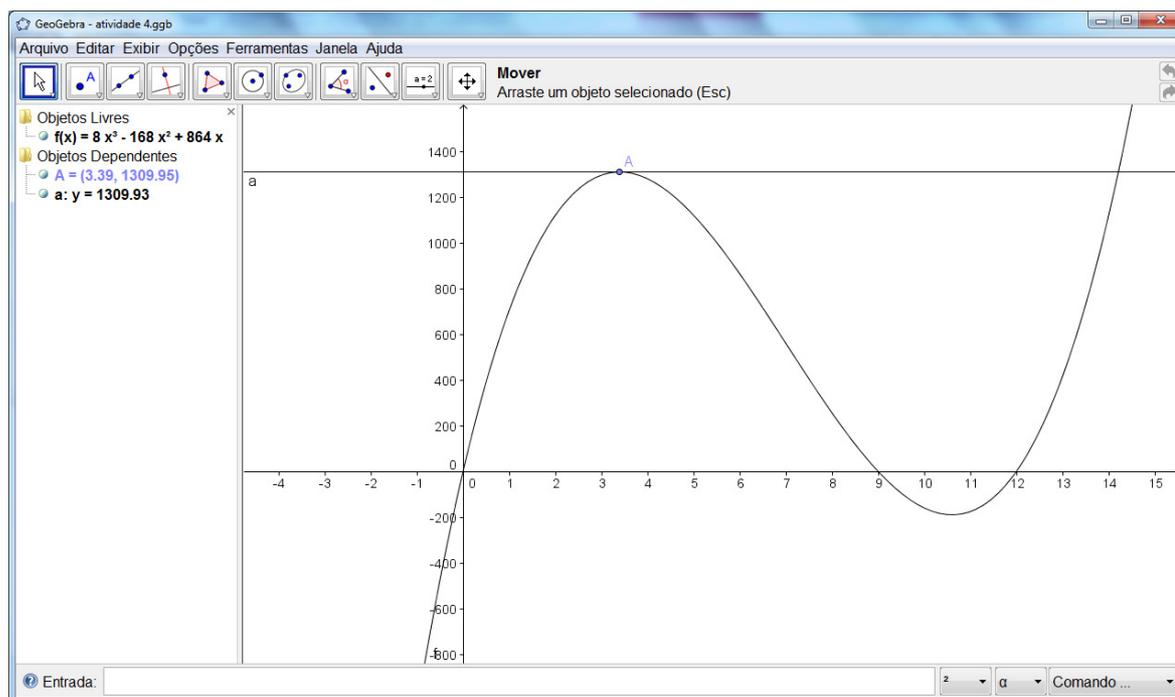
Após fazerem a representação da caixa contendo suas dimensões, os participantes determinaram uma fórmula para o volume da caixa. Para isso, inicialmente encontraram a área da base da caixa e, em seguida, determinaram o volume multiplicando a expressão da área da base obtida pela altura da caixa.

No item seguinte, solicitamos aos participantes que determinassem o domínio da função  $V(x)$  obtida no problema proposto. Assim como o item anterior, esse também foi resolvido pelo grupo de forma satisfatória. Para determinar o domínio da função que representa o volume da caixa, os participantes consideraram que as três dimensões da caixa deveriam ser maiores que zero. Após a resolução de cada uma das três inequações obtidas, o grupo representou geometricamente a solução de cada uma delas, buscando em seguida, a interseção dessas soluções. Dessa forma, determinaram o domínio da função que expressa o volume da caixa.

Em seguida, solicitamos aos participantes que construíssem o gráfico da função que representa o volume da caixa no GeoGebra. No item seguinte, solicitamos que os participantes criassem um ponto sobre a curva e traçassem uma reta tangente à curva sobre esse ponto. Após a construção da reta tangente, solicitamos que os participantes movessem o ponto sobre a curva, determinando o valor de  $x$  que torna o volume máximo e o valor do volume máximo, explicitando suas construções.

Não sugerimos, no enunciado da tarefa, que a construção do gráfico fosse feita somente no domínio definido e, assim, os participantes construíram o gráfico da função definida para todos os valores reais. Apresentamos a seguir o gráfico construído no GeoGebra pelo grupo:

Figura 1: Construção apresentada pelo grupo



Fonte – Arquivos produzidos pelos alunos participantes, 2011.

Quanto à análise do gráfico, solicitamos aos participantes que determinassem o valor de  $x$  que torna o volume máximo e o valor do volume máximo, explicando suas conclusões. Esse item foi respondido parcialmente pelo grupo, que identificou o valor aproximado de  $x$  que torna a área máxima, mas não determinou o valor do volume máximo, nem explicitou suas conclusões, conforme solicitado. O valor encontrado pelo grupo foi  $x \cong 3,4$ .

No último item da atividade, solicitamos aos participantes que verificassem, utilizando derivadas, os valores de  $x$  e do volume máximo obtidos no item anterior.

Os participantes inicialmente encontraram a derivada da função volume e, em seguida, determinaram suas raízes. Os valores obtidos foram  $x = 10,6$  e  $x = 3,39$ . Após obterem as raízes da função derivada, os participantes fizeram um esboço do gráfico da derivada da função volume, representando os intervalos em que a função derivada é maior ou menor que zero.

Após encontrarem as raízes da função derivada, os participantes discutiram se seria necessário calcular a derivada segunda da função volume para verificar se algum dos valores obtidos correspondia ao valor de  $x$  que tornaria o volume máximo. Nessa discussão, concluíram que  $x = 10,6$  não seria um valor possível, pois não pertence ao domínio da função volume.

A resolução apresentada pelo grupo pode ser considerada parcialmente satisfatória. Os participantes determinaram o valor de  $x$  que tornava máximo o volume, mas não calcularam o valor do volume máximo. Observamos também que, na determinação do valor de  $x$ , tanto gráfica quanto algebricamente, não foi expressa a unidade de medida do valor obtido.

### **Considerações Finais**

Após a descrição apresentada e a partir das respostas contidas no questionário de avaliação das atividades respondido pelos alunos participantes, intentamos apresentar algumas considerações como forma de responder à nossa questão de investigação. Destacamos também algumas contribuições das atividades, segundo relato dos alunos participantes.

Alguns alunos destacaram contribuições relacionadas à melhor compreensão conceitual relacionada às aplicações das derivadas, além de facilitar a melhor visualização do problema, por meio da análise do gráfico.

A atividade contribuiu para formular a ideia de máximo de função e a aplicação da derivada. (PARTICIPANTE 1B)

Essa atividade contribuiu para a melhor visualização do problema, analisando o gráfico. (PARTICIPANTE 4B)

Percebemos nesses depoimentos, que as atividades investigativas, elaboradas na perspectiva da descoberta guiada, contribuíram para ressignificar os conhecimentos dos alunos em relação às aplicações das derivadas. Consideramos que essas contribuições foram proporcionadas pelo ambiente de investigação criado pelas atividades, em que os alunos foram levados a: explorar as situações, formular questões, testar e verificar a veracidade de suas afirmações, verbalizar suas ideias, registrar suas estratégias e justificar seu pensamento (OLIVEIRA, SEGURADO e PONTE, 1999).

Em relação às dificuldades ocorridas durante a realização da atividade, os participantes destacaram alguns aspectos:

As maiores dificuldades ocorreram no passo em que tinha que avaliar os valores da inclinação da reta tangente [...]. E formular o problema. (PARTICIPANTE 1B)

Foi na hora de observar o mínimo da função. A dificuldade citada ocorreu só pelo fato de ir aproximando a reta tangente até o ponto onde ela fica paralela ao eixo x. (PARTICIPANTE 3A)

Percebemos essas dificuldades dos alunos também em nossas observações durante a realização das atividades. A postura por nós adotada durante a realização das atividades foi baseada no que sugerem Ponte *et. al.* (1998): buscamos acompanhar o trabalho desenvolvido pelos alunos, verificar se a tarefa proposta foi compreendida, se as conjecturas estavam sendo formuladas e testadas, e se os alunos buscavam justificar seus resultados.

No momento em que acompanhávamos o trabalho dos grupos, identificamos diversas dificuldades apresentadas pelos alunos, algumas na execução e na justificação das estratégias adotadas, outras na falta de compreensão de algum conceito importante. Buscamos dar apoio aos alunos e orientá-los, ajudando-os a superar as dificuldades, entretanto, sem interferir no trabalho que estava sendo realizado (PONTE *et. al.*, 1998).

Durante a realização das atividades, procuramos criar um ambiente em que todos os alunos se sentissem à vontade para apresentar suas conjecturas e argumentar, para promover o envolvimento dos alunos, de modo a possibilitar a compreensão e esclarecimento das dúvidas que surgiram (PONTE, *et. al.*, 1998).

Um dos participantes, ao sinalizar onde ocorreram suas dificuldades, ressaltou a importância do professor enquanto mediador dos processos de ensino e aprendizagem, ao acompanhar e orientar os alunos no desenvolvimento de atividades investigativas, de forma a conduzi-los à descoberta, conforme sinalizam Ponte *et. al.*, 1998:

Tivemos algumas dificuldades com o GeoGebra, pois o gráfico estava pouco ampliado e não sabíamos como diminuir essa ampliação. Com o auxílio do professor, foi possível visualizar o gráfico corretamente. (PARTICIPANTE 4B)

Baseando-nos em nossas observações durante a realização das atividades e nos depoimentos contidos em nosso questionário, destacamos que o ambiente propiciado pelas atividades investigativas propostas permitiu que os alunos trabalhassem os conceitos matemáticos durante sua realização, estabelecendo relações entre as representações algébricas e geométricas de situações relacionadas às aplicações das derivadas.

Ao buscar maneiras de resolver as atividades, os participantes foram levados a testar hipóteses e conjecturas, verificá-las geometricamente com o auxílio do *software* e também algebricamente, de acordo com o que é sugerido por Ponte, Brocardo e Oliveira (2006).

Nesse ambiente de investigação propiciado pelas atividades, percebemos que os alunos puderam desenvolver capacidades de questionar, relacionar ideias ao propor soluções, contribuindo para a formação do seu espírito crítico (OLIVEIRA, SEGURADO e PONTE, 1999; PONTE, BROCARDIO e OLIVEIRA, 2006).

Percebemos nos depoimentos, que essas contribuições foram proporcionadas pelo ambiente de investigação criado pelas atividades, em que os alunos foram levados a: explorar as situações, formular questões, testar e verificar a veracidade de suas afirmações, verbalizar suas ideias, registrar suas estratégias e justificar seu pensamento (PONTE, BROCARDIO E OLIVEIRA, 2006).

No momento em que acompanhávamos o trabalho dos grupos, identificamos diversas dificuldades apresentadas pelos alunos, algumas na execução e na justificação das estratégias adotadas, outras na falta de compreensão de algum conceito importante. Buscamos dar apoio aos alunos e orientá-los, ajudando-os a superar as dificuldades, entretanto, sem interferir no trabalho que estava sendo realizado (PONTE *et. al.*, 1998).

Durante a realização das atividades, procuramos criar um ambiente em que todos os alunos se sentissem à vontade para apresentar suas conjecturas e argumentar, para promover o envolvimento dos alunos, de modo a possibilitar a compreensão e esclarecimento das dúvidas que surgiram (PONTE, *et. al.*, 1998).

Baseando-nos em nossas observações durante a realização das atividades e nos depoimentos contidos em nosso questionário, destacamos que o ambiente propiciado pelas atividades investigativas propostas permitiu que os alunos trabalhassem os conceitos matemáticos, estabelecendo relações entre as representações algébricas e geométricas de situações relacionadas às aplicações das derivadas.

Ao buscar estratégias para a resolução das atividades, os participantes foram levados a testar hipóteses e conjecturas, verificá-las geometricamente com o auxílio do *software* e também algebricamente. Nesse ambiente de investigação propiciado pelas atividades, percebemos que os alunos puderam desenvolver capacidades de questionar, relacionar ideias ao propor soluções, contribuindo para a formação do seu espírito crítico (PONTE, BROCARDIO e OLIVEIRA, 2006).

Nossa pesquisa (XXXXXXXXXX, XXXX) apontou que a realização das atividades investigativas contribuiu para uma resignificação dos conhecimentos dos alunos,

inicialmente construídos em sala de aula, a partir da oportunidade que eles tiveram de repensar / refletir sobre os conceitos envolvidos nas diversas aplicações das derivadas abordadas nas atividades.

Reafirmamos, então, nossa crença de que o desenvolvimento de atividades investigativas utilizando TICE's pode contribuir para a construção e ressignificação de conceitos nucleares do Cálculo Diferencial e Integral.

## Referências

BARUFI, M. C. B. **A construção/negociação de significados no curso universitário inicial de Cálculo Diferencial e Integral I**. 1999. 184f. Tese (Doutorado em Educação). Faculdade de Educação. Universidade de São Paulo. São Paulo, 1999.

ERNEST, P. Investigações, Resolução de Problemas e Pedagogia. In: ABRANTES, P.; LEAL, L. C.; PONTE, J. P. (Orgs). **Investigar para aprender matemática**. Lisboa: Projeto MPT e APM, 1996, p. 24-48.

FIorentini, D.; Lorenzato, S. **Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos**. Campinas: Autores Associados, 2007.

GONÇALVES, D. C. **Aplicações das Derivadas no Cálculo I: atividades investigativas utilizando o GeoGebra**. 2012. 106f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Federal de Ouro Preto. Ouro Preto, 2012.

GRAVINA, M. A.; SANTAROSA, L. M. **A aprendizagem da Matemática em ambientes informatizados**. Disponível em: <lsm.dei.uc.pt/ribie/docfiles/txt200342413933117.PDF>. Acesso em: 03 de abr de 2010. 1998.

IGLIORI, S. B. C. Considerações sobre o ensino de Cálculo e um estudo sobre números reais. In: FROTA, M. C. R.; NASSER, L. (Orgs.). **Educação Matemática no Ensino Superior: pesquisas e debates**. Recife: SBEM, 2009, p. 11-26.

OLIVEIRA, H. M.; SEGURADO, M. I.; PONTE, J. P. Tarefas de investigação em Matemática: histórias da sala de aula. In: ABRANTES, P. et. al. (Orgs.). **Investigações matemáticas na aula e no currículo**. Lisboa: Projeto MPT e APM, p. 189-206, 1999.

PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

PONTE, J. P.; OLIVEIRA, H.; BRUNHEIRA, L.; VARANDAS, J. M.; FERREIRA, C. O trabalho do professor numa aula de investigação matemática. In: **Quadrante**, 7(2), p. 41-70, 1998.

RAMOS, V. V. **Dificuldades e concepções de alunos de um curso de licenciatura em Matemática sobre derivada e suas aplicações**. 2009. 84f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo, 2009.

REIS, F. S. Rigor e intuição no ensino de Cálculo e Análise. In: FROTA, M. C. R.; NASSER, L. (Orgs.). **Educação Matemática no Ensino Superior: pesquisas e debates**. Recife: SBEM, 2009, p. 81-97.

THOMAS, G. B. **Cálculo I**. São Paulo: Addison Wesley, 2011.

VILLAREAL, M. E. **O pensamento matemático de estudantes universitários de Cálculo e tecnologias informáticas**. 1999. 402f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Universidade Estadual Paulista. Rio Claro, 1999.