O CÍRCULO QUADRADO COMO POSSIBILIDADE DE DISCUTIR MATEMÁTICA E FILOSOFIA DA MATEMÁTICA

Rejane Siqueira Julio[1]

José Claudinei Ferreira[2]

Educação Matemática no Ensino Superior

Resumo: Este texto tem o objetivo de discutir matematicamente e por meio de duas filosofias (platônica e wittgensteiniana) estranhamentos – entendidos como uma situação na qual uma pessoa se vê em uma posição que não consegue dar conta e não consegue aceitar – matemáticos que podem ocorrer aos alunos em relação a definição de círculo e a situação do círculo quadrado em disciplinas de Geometria Euclidiana Plana ou de Espaços Métricos. Essas discussões contribuem para os futuros professores terem uma maior lucidez matemática e encararem os estranhamentos que podem ocorrer em salas de aulas.

Palavras Chaves: Geometria Euclidiana Plana. Espaços Métricos. Estranhamento. Filosofia da Matemática. Formação de Professores.

Introdução

Em disciplinas de Geometria Euclidiana Plana (GEP) o círculo é definido como “Seja *A* um ponto do plano e *r* um número real positivo. O círculo de centro *A* e raio *r* é o conjunto constituído por todos os pontos *B* do plano tais que $\overline{AB} = r$” (BARBOSA, 2006, p. 17).

Muitos alunos do Ensino Superior estranham quando um professor define o círculo e desenha no quadro uma figura dizendo que o que ele está fazendo, na verdade, não é um círculo, é uma representação dele, porque a representação ou o traçado da circunferência já foge da definição e da unidimensionalidade da linha, pelo traçado do giz possuir uma área.

Essa fala do professor está relacionada a uma visão filosófica platônica de matemática na qual que os objetos matemáticos não são reais, “Sua existência é um fato objetivo, totalmente independente de nosso conhecimento sobre eles. [...]. Existem fora do espaço e do tempo da experiência física. São imutáveis – não foram criados, e não mudarão ou desaparecerão” (DAVIS E HERSH, 1985, p. 359).

[1] Doutora em Educação pela Faculdade de Educação da Unicamp. Departamento de Matemática, Instituto de Ciências Exatas (ICEx), Universidade Federal de Alfenas (UNIFAL-MG). rejane.julio@unifal-mg.edu.br.

[2] Doutor em Ciências Matemáticas pelo ICMC-USP. Departamento de Matemática, ICEx e Programa de Pós-Graduação em Estatística Aplicada a Biometria da UNIFAL-MG. jose.ferreira@unifal-mg.edu.br.

A fala do professor gera um estranhamento em muitos alunos, pois eles nunca pensaram que as figuras que desenhavam e utilizavam para resolver exercícios de matemática na escola não poderiam ser círculos, somente representações mentais dele. O estranhamento pode ter relação, também, com o que se passa na vida cotidiana, pois se uma pessoa comprar uma mesa de madeira circular, terá um círculo feito por um marceneiro e esse círculo é real para essa pessoa.

Se há um estranhamento, que pode ser visto como uma situação na qual uma pessoa se vê em uma posição que não consegue dar conta e não consegue aceitar (SANTOS e LINS, 2016, p.337), como é a situação sobre a relação entre o círculo da definição, a representação dele e o círculo no mundo cotidiano? O que dizer então de que com a definição de círculo apresentada é possível ter um quadrado representado?

Neste artigo vamos lidar com esses estranhamentos e abordá-los de forma a sugerir que uma disciplina de GEP, no Ensino Superior, pode ser uma ótima oportunidade de discutir matemática e abordagens filosóficas da matemática na formação de professores sem que se tenha, necessariamente, uma disciplina específica de Filosofia da Matemática ou de Espaços Métricos (EM). Para isso, abordaremos matematicamente o estranhamento do círculo quadrado e discutiremos as filosofias platônica e wittgensteiniana de Matemática.

Círculo Quadrado

Por que é possível construir um quadrado com a definição de círculo?

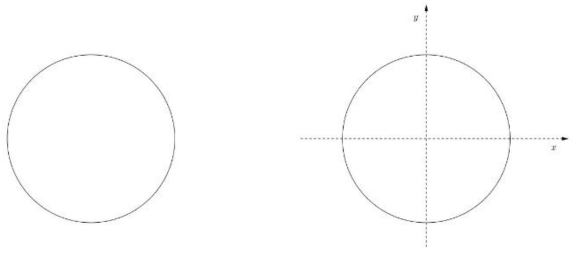
Na GEP, a medição do raio do círculo ou de segmentos, de modo geral, é feita de forma axiomática para garantir a existência de comprimento de segmentos, como vemos em Barbosa (2006). Uma forma usual de calcular esse raio pode ser pelas fórmulas $r = \frac{C}{2\pi} = \sqrt{\frac{A}{\pi}}$, quando é dado o comprimento *C* ou a área *A* do círculo. Quando são dados os pontos A e B do círculo, conforme a definição de Barbosa (2006), um modo de medir a distância entre eles na GEP é usar uma régua. No entanto, esse não é o único modo de medir.

Na Geometria Analítica (GA), dados os mesmos dois pontos A e B vistos num sistema de coordenadas ortogonais, podemos usar o teorema de Pitágoras para calcular a distância entre eles, como veremos adiante. Esse também não é o único modo de medir. Se formos para a área ou disciplina de EM, outros modos de medir distâncias, que estão de acordo com os axiomas de medição da GEP, podem ser feitos respeitando a seguinte definição de métrica ou distância, baseada em Lima (2003): uma *métrica* num conjunto não vazio *M* é uma função $d: M \times M \to R$ que associa a cada par ordenado de elementos $x, y \in M$ um número real $d(x, y)$, chamado de *distância* de *x* a *y*, de modo que sejam satisfeitas as seguintes condições, para quaisquer $x, y, z \in M$: 1) $d(x, x) = 0$, a distância de um ponto a ele mesmo é zero; 2) Se $x \neq y$ então $d(x, y) > 0$, a distância entre dois pontos distintos é positiva; 3) $d(x, y) = d(y, x)$, a distância de um ponto até outro é a mesma do outro até este um; 4) $d(x, z) \leq d(x, y) + d(y, z)$ (desigualdade triangular), se me desviar do caminho usado para medir a distância entre dois pontos e passar por um terceiro ponto, esta nova distância não poderá ser menor.

A definição de métrica é importante para o conceito de espaços métricos, dada pelo par (*M*, *d*), onde *M* é um conjunto não-vazio e *d* é uma métrica em *M*. De acordo com Lima (2003), “Os elementos de um espaço métrico podem ser de natureza bastante arbitrária: números, pontos, vetores, matrizes, funções, conjuntos, etc.” (LIMA, 2003, p. 1).

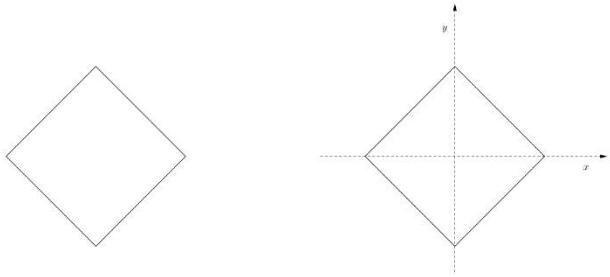
O plano da GEP possui uma estrutura de espaço métrico quando o enxergamos como um sistema de coordenadas ortogonais da GA. Ele pode ser chamado de espaço euclidiano e escrito como $R^2 = R \times R$, cujos elementos desse espaço, chamados de pontos são da forma $A = (x_1, y_1)$. Dados dois pontos $A = (x_1, y_1)$ e $B = (x_2, y_2)$, podemos calcular a distância entre eles utilizando o Teorema de Pitágoras, escrito como: $d(A, B) = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$. Com esta métrica e a definição de círculo, temos o círculo da GEP como representamos na Figura 1 utilizando o software GeoGebra.

Figura 1. Representação do círculo



Por outro lado, com o mesmo plano e sistema de coordenadas da GA, podemos definir a métrica $d_1(A,B)=|x_1-x_2|+|y_1-y_2|$. Com esta métrica – que pode ser chamada métrica do taxi – e a definição de círculo, a representação física da figura mudará para um quadrado, conforme a Figura 2.

Figura 2. Representação do quadrado



Exemplificando formalmente a construção da Figura 2. Escolhemos o raio *r*=1 e o centro do círculo *O*=(0,0). Podemos encontrar os pontos *B*=(x_2,y_2) que satisfaçam $d_1(O,B)=|0-x_2|+|0-y_2|=1$. Analisando a expressão de d_1 nas 4 situações: 1) se $x_2<0$ e $y_2<0$, $-x_2-y_2=1$; 2) se $x_2>0$ e $y_2>0$, $x_2+y_2=1$; 3) se $x_2>0$ e $y_2<0$, $x_2-y_2=1$; 4) se $x_2<0$ e $y_2>0$, $-x_2+y_2=1$. Vemos que cada uma delas forma uma semirreta no plano cartesiano que define os quatro lados do quadrado. Exemplo de algumas coordenadas para o ponto B são: (0,1), (1,0), (½,½), (¼,¾), (0,–1), (–1,0).

Com uma “mesma” definição podemos ter duas figuras diferentes representadas. Existe algum problema com a definição de círculo? Não. Na GEP, a definição de círculo é dada de modo que a medida do raio está em conformidade com os axiomas de medição de segmentos. No entanto, esse não é o único modo de medir distância, uma vez que ele muda, podemos ter representações gráficas diferentes de círculo. Assim como o modo de medir distância não é único, o espaço euclidiano plano também não é o único espaço métrico que existe na matemática. Uma disciplina de Espaços Métricos lida com outros espaços (Lima, 2003), sendo uma oportunidade dos futuros professores de matemática ampliarem seus repertórios matemáticos e discutirem noções que podem causar estranhamentos. No entanto, nem sempre essa disciplina é trabalhada em cursos de graduação em Licenciatura em Matemática e quando é trabalhada nem sempre é feita uma discussão dela com a GEP ou com a GA, como a que iniciamos neste artigo.

O Círculo Platônico

O primeiro estranhamento causado pela definição do círculo e a representação dele, que não é o círculo verdadeiro para alguns professores universitários, pode ser explicado na filosofia platônica. Ela separa o mundo em sensível e inteligível, sendo o primeiro o mundo que vivemos e o segundo o mundo no qual as coisas existem verdadeiramente e que devemos almejar. Nesta filosofia, a matemática contribui para a ligação entre esses mundos, por ser o conhecimento do que existe sempre e não do que se gera ou se destrói ou do que tenha corpos visíveis ou palpáveis, como vemos no diálogo de Sócrates com Gláucon em Platão (2001).

Sendo a matemática que faz a ligação entre os mundos inteligível e sensível, a sua compreensão, assim como a compreensão do mundo inteligível, se dá por meio de quatro modos: nome, definição, imagem e conhecimento (ou ciência).

Exemplificando com o caso do círculo, o objeto, cujo nome é “círculo”, possui uma definição e uma imagem dada pela representação dele por meio de construções ou figuras. Essas construções podem ser apagadas ou destruídas, o que não acontece com o círculo verdadeiro, pois ele é o que existe sempre. Nome, definição e imagem são os três primeiros modos (ou graus) de conhecimento.

> O conhecimento, quarto modo, não é nem o círculo real (o próprio círculo em si mesmo), nem são os três modos de conhecimento [...], mas a compreensão que nossa alma tem da ligação entre eles – o quarto modo é o que se passa em nossa mente quando o nome, a definição e a imagem são produzidos. [...] O quarto modo é o conhecimento do conhecer, isto é, o sabermos que temos três modos de conhecer e sabermos que o objeto alcançado por esses três modos não se confunde com o objeto real (isto é, o círculo em si, a essência do círculo, pois o verdadeiro círculo está além das palavras e dos traços). (CHAUÍ, 2002, p. 245-246)

Só se chega ao conhecimento verdadeiro do objeto por uma espécie de “fricção” entre os quatro primeiros modos, o que

> [...] produz uma espécie de faísca, uma luz que nos faz ver a pura ideia da coisa. Ou seja, passando de um a outro, indo e voltando de um a outro dos quatro modos, subitamente, como num lampejo, nossa alma vê diretamente o objeto real, tem dele uma visão intelectual, tem o que, mais tarde Platão chamará de intuição, um contato direto e instantâneo com a essência pura ou ideia pura da coisa procurada. (CHAUÍ, 2002, p. 247)

Os modos de conhecer ou a “exposição da teoria do conhecimento [de Platão] é, ao mesmo tempo, a exposição da separação e diferença entre o sensível e o inteligível” (CHAUÍ, 2002, p. 249) cuja ligação deles se dá por uma passagem aos graus de conhecimento.

Nesse processo de conhecimento, é a alma que rememora ou descobre o que existe no mundo inteligível, pois conhecer é lembrar (Teoria da Reminiscência), ou seja, “a alma aprendeu, antes da encarnação[3], tudo aquilo de que ela, novamente, adquirirá o conhecimento, de sorte que investigar e aprender é reativar um saber total que se encontra latente na razão” (CHAUÍ, 2002, p. 266).

Um exemplo de rememoração se dá no diálogo de Sócrates com um escravo de Mênon (PLATÃO, 2010), no qual Sócrates o leva a rememorar, por meio de perguntas e respostas, a solução do problema de encontrar o lado de um quadrado cuja área é o dobro da área de um dado quadrado.

A filosofia de Platão assumiu, no decorrer do tempo, algumas alterações. Silva (2007) afirma que há várias versões do platonismo na filosofia da matemática, dentre elas o racionalismo e o estruturalismo, por compartilharem algumas ideias originais de Platão, que são, de certo modo, as filosofias realistas (ontológicas – que acreditam que os objetos matemáticos não são objetos deste mundo – ou epistemológicas – que acreditam ser a verdade matemática independente da ação do sujeito).

Nessas versões de platonismo tem-se, com base em Silva (2007), que a matemática é uma ciência objetiva, que investiga realidades objetivas e busca verdades por meio de descobertas e não criação, o que nos remete à Teoria da Reminiscência de Platão; é uma ciência *a priori*, ou seja, independe da experiência, em que um caso exemplar é a discussão feita sobre o círculo; é verdadeira na medida em que corresponde à realidade matemática como ela é de fato e seus enunciados têm um valor de verdade (verdadeiro ou falso), ainda que desconhecido, determinado de uma vez por todas; sempre soluciona seus problemas e, se ainda existem problemas em aberto na matemática, é porque não há desenvolvimento matemático suficiente para solucioná-los.

Na nossa leitura, nesta filosofia, o estranhamento do círculo quadrado não passa de uma confusão que fazemos aqui no mundo sensível por ainda não

---

[3] Sobre a imortalidade e a encarnação da alma, ver o Mito de Er (PLATÃO, 2001).

conhecermos e sabermos lidar com os descobrimentos de mais matemática, como é o caso de podermos medir distâncias de diferentes modos.

A cada novo modo de medir distância, mantendo-a constante, nos proporciona diferentes representações de figuras geométricas, que podemos chamar de círculo, num abuso de linguagem, porque o círculo sai de cena e o que permanece é a definição de um objeto condicionada a definição e a escolha de uma métrica. Isso significa que cada objeto representado possui propriedades que o caracteriza e o enquadra em uma definição, que não se altera; como é o caso do quadrilátero representado na Figura 2 cujos lados são iguais e seus ângulos são de noventa graus, se enquadrando na definição de quadrado.

A partir do momento que um aluno estuda EM ou GEP com as discussões que fizemos, na filosofia platônica, esse aluno pode descobrir mais matemática que está relacionada com seus conhecimentos anteriores e que não alteram suas essências.

O Círculo Wittgensteiniano

Um encaminhamento diferente para o estranhamento do círculo quadrado pode ser visto na filosofia de Wittgenstein. Nela, "[...] É evidente que a matemática, em certo sentido, é uma doutrina [...]" (WITTGENSTEIN, 2009, XI, p. 292), mas ela "[...] é, também, um *fazer*" (Ibid), uma ação humana que a coloca em movimento no mundo.

O matemático é um inventor e não um descobridor, ele "inventa sempre novas formas de representação, umas estimuladas por necessidades práticas; outras, por necessidades estéticas, e várias outras ainda" (WITTGENSTEIN, 2009, I, §167, p. 75). "O matemático produz essências" (WITTGENSTEIN, 1978, I, §32, p. 29) e por fazer isso, produz novos estranhamentos em relação às essências anteriormente produzidas, bem como a impossibilidade de se produzir uma essência pura que dê conta de todas as outras já produzidas ou ainda por virem.

A matemática não fica restrita ao fazer de matemáticos, mas a fazeres baseados em práticas sociais tais como "aquelas realizadas [...] pelos professores de matemática, pelas diferentes comunidades constituídas com base em vínculos profissionais, bem como pelas pessoas em geral em suas atividades cotidianas" (MIGUEL e VILELA, 2008, p. 112).

Para Miguel (2014), na perspectiva da matemática como um fazer, no mundo da granja, em que as práticas devem ser realizadas em conformidades com regras, inclusive a divisão de ovos de galinhas em cartelas,

> [...] faria sentido (mesmo que, em tal mundo, a palavra “matemática” não seja usada nesse sentido) falar-se em práticas matemáticas como o conjunto de jogos de linguagem [que serão abordados adiante] normativamente orientados – isto é, orientados por propósitos inequívocos – que nele são realizados. [...] Assim, nesse mundo, os trabalhadores que encenam práticas normativamente orientadas quer, por regras definidas pela legislação, quer por outras de naturezas diversas, estariam envolvidos em atividade matemática, ainda que nenhum conteúdo “tipicamente matemático” (escolar ou científico-acadêmico) pudesse ser visibilizado ou percebido nessas encenações corporais.(MIGUEL, 2014, p. 23)

Esta fala de Miguel muda o modo de ver a matemática. O foco deixa de ser a matemática vista como um corpo cumulativo proposicional de conhecimentos ou conteúdos universais consensualmente considerados como matemáticos por uma determinada comunidade de especialistas e passa a ser um conjunto ilimitadamente aberto de práticas ou ações humanas, realizadas (ou que poderão vir a sê-lo) em quaisquer campos de atividade humana, que sejam orientadas por propósitos sociais normativos – isto é, que precisam ser vistos como inequívocos – para que tais propósitos possam ser atingidos.

A definição de círculo na GEP e nos EM, na perspectiva wittgensteiniana, desempenha papéis diferentes: no primeiro caso, ela é uma proposição normativa, e daí qualquer menção a círculos decorrerá da definição dada por Barbosa (2006); no segundo caso, a definição opera como uma proposição descritiva de uma métrica, cuja representação gráfica pode ser um quadrado.

Gottschalk (2007) afirma que Wittgenstein faz uma distinção entre proposições empíricas e gramaticais, considerando que as primeiras têm uma função descritiva (descrever objetos empíricos, ideais ou mentais) e as segundas um papel normativo, ou seja, dizem o que é ser algo, que são as condições para qualquer descrição do mundo empírico. Essa distinção não é rígida, porque uma mesma proposição pode ter diferentes funções e depende do contexto de enunciação.

> O que é importante ressaltar nesta distinção que Wittgenstein faz em relação aos diferentes usos possíveis de uma mesma proposição, é que a função exercida se mostra no próprio *uso* da proposição. São as

> circunstâncias que esclarecem o tipo de função que estarão exercendo. (GOTTSCHALK, 2007, p. 117)

As diferenças de usos de proposições se mostrarão em jogos de linguagens, sendo eles a totalidade formada pela linguagem e atividades a ela entrelaçada (WITTGENSTEIN, 2009, §7).

A base de um jogo de linguagem é o nosso agir (WITTGENSTEIN, 2012, §204) situado no tempo e no espaço e não em um mundo ideal, existente independente das ações humanas. Tanto é que não faz sentido falar em essência de um jogo de linguagem. Nem Wittgenstein (2009) se preocupou em definir precisamente noções como a de jogos de linguagem, ele exemplificou alguns: ordenar e agir segundo as ordens, descrever um objeto pela aparência ou pelas suas medidas, relatar um acontecimento, pedir, rezar, agradecer, etc. Isso significa que também não faz sentido falar em essências das palavras, como, por exemplo, em essência da palavra matemática ou círculo. Neste sentido, o que é círculo passa a ser visto como usamos a palavra círculo nas atividades que exercemos.

Nesta perspectiva, as discussões sobre o círculo, sua representação e sobre o círculo quadrado vão em direção diferente da filosofia platônica e suas versões, pois cada uso de círculo inventa um novo uso da palavra "círculo" em um novo jogo de linguagem orientado por um novo propósito normativo, podendo assumir função descritiva ou normativa. O círculo deixa de ser visto como único, verdadeiro e infalível (um conceito dogmático) advindo da intuição que é um contato direto e instantâneo com sua essência.

Sobre o círculo quadrado, não é uma confusão falar desse modo. Há um jogo de linguagem no qual podemos falar isso e entendê-lo, por haver uma gramática que vai dizer que espécie de objeto uma coisa é (WITTGENSTEIN, 2009, §373), isto é, a partir da definição e da escolha de uma métrica uma figura poderá ser representada fisicamente, como é o caso da Figura 2.

A partir do momento que um professor compra os jogos de linguagem, como é o caso do círculo na GEP e nos EM, "descrevendo um como variação do outro; descrevendo-os e colocando em relevo as diferenças e analogias" (WITTGENSTEIN, 1978, II, §49, p. 112), os alunos podem entender melhor a situação do círculo quadrado.

Considerações Finais

Neste artigo apresentamos uma discussão matemática e filosófica para abordar estranhamentos matemáticos causados pela definição de círculo e sua representação e pela situação do círculo quadrado.

Um modo filosófico (platônico) está relacionado com a essência das coisas. Nele, falar em círculo quadrado é uma confusão, pois no espaço euclidiano R^2 diferentes modos de medir distância geram diferentes figuras que estão em conformidade com a definição de círculo, mas que possuem seus próprios e imutáveis nomes, definições, imagens e conhecimentos. A confusão do círculo quadrado se dá no mundo sensível onde as pessoas ainda não têm o conhecimento verdadeiro da matemática.

Na filosofia wittgensteiniana, o foco está no uso das palavras. A cada uso diferente da palavra círculo, novos jogos de linguagem são jogados e cumprem diferentes papéis.

Ao apresentar duas filosofias diferentes, pode ocorrer o questionamento de qual defendemos ou acreditamos. Os autores deste artigo têm visões filosóficas diferentes e isso não nos impediu de trabalharmos juntos e enriquecermos nosso repertório filosófico e matemático.

Em relação as discussões matemáticas, Lins (2005) defende que um professor

> precisa saber *mais*, e não *menos* Matemática, mas sempre esclarecendo que que este *mais* não se refere a mais conteúdo, e sim a um *entendimento*, uma *lucidez* maior, e isto inclui, necessariamente, a compreensão de que *mesmo dentro* da *Matemática do matemático* produzimos significados[4] diferentes para o que parece ser a mesma coisa." (LINS, 2005, p. 122)

Uma disciplina de GEP ou de EM podem trazer as discussões que fizemos neste artigo, dentre outras, utilizando, inclusive, recursos tecnológicos, e podem contribuir para uma maior lucidez matemática.

Falamos com frequência sobre estranhamento e ele foi nosso foco para discutir abordagens matemáticas e filosóficas. Consideramos o estranhamento um aspecto importante da formação de professores. Assim como a matemática nos oferece uma oportunidade de vivermos diferentes produções de significados para

[4] Matemática do matemático e produção de significados são termos discutidos em Julio (2016), por exemplo.

suas noções, ela também “oferece uma oportunidade única de viver o estranhamento peculiar ao encontro com noções que contrariam em tudo o senso comum cotidiano [...].” (LINS, 2005, p. 122).

O estranhamento é algo que nos deparamos em nossas vidas de professores, não somente nas discussões matemáticas, mas também no encontro com alunos e seus diferentes pontos de vista. A vivência de estranhamentos na formação docente pode nos ajudar a encarar os estranhamentos que ocorrem em sala de aula na perspectiva de nos abrirmos para novas possibilidades de comunicação em salas de aula e de produção de conhecimentos.

Referências

BARBOSA, João Lucas Marques. **Geometria Euclidiana Plana**. 10 ed. Rio de Janeiro: SBM (Sociedade Brasileira de Matemática), 2006.

CHAUÍ, Marilena. **Introdução à história da filosofia**: dos pré-socráticos a Aristóteles. v.1. 2 ed. 8 reimp. São Paulo: Companhia das Letras, 2002.

DAVIS, Philip J. e HERSH, Reuben. **A Experiência Matemática**. Trad. João Bosco Pitombeira. 2 ed. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1985.

GOTTSCHALK, Cristiane Maria Cornélia. Três Concepções de Significado na Matemática: Bloor, Granger e Wittgenstein. In: MORENO, A. R. (org.). **Wittgenstein: aspectos paradigmáticos**. Coleção CLE. Campinas, v. 49, p. 95-133, 2007.

JULIO, Rejane Siqueira. Produzindo significado para Uma Leitura da Produção de Significados Matemáticos e Não-matemáticos para Dimensão. **Perspectivas da Educação Matemática**. Mato Grosso do Sul, v. 9, n. 20, 2016

LIMA, Elon Lages. **Espaços Métricos**. 3ed. Rio de Janeiro: Associação Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada, 2003.

LINS, Romulo Campos. A Formação Pedagógica em Disciplinas de Conteúdo Matemático nas Licenciaturas em Matemática. **Revista de Educação PUC-Campinas**. Campinas, n.18, p.117-123, 2005.

MIGUEL, Antonio. Is the mathematics education a problem for the school or is the school a problem for the mathematics education? **RIPEM (International Journal for Research in Mathematics Education)**. vol 4, n. 2, 2014.

MIGUEL, Antonio e VILELA, Denise Silva. Práticas Escolares de Mobilização de Cultura Matemática. **Caderno CEDES**. Campinas, v.28, n.74, p.97-120, 2008.

PLATÃO. **A República**. Trad: Maria Helena da Rocha Pereira. 9 ed. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 2001.

PLATÃO. **Mênon**. 6 ed. Rio de Janeiro/São Paulo: Editora PUC-Rio/Editora Loyola-Editora, 2010.

SANTOS, João Ricardo Viola dos; LINS, Romulo Campos. Uma Discussão a Respeito da(s) Matemática(s) na Formação Inicial de Professores de Matemática. **Educação Matemática Pesquisa**. São Paulo, v.18, n.1, pp. 351-372, 2016.

SILVA, Jairo José da. **Filosofias da Matemática**. 2 reimp. São Paulo: Editora UNESP, 2007.

WITTGENSTEIN, Ludwig. **Observaciones sobre los fundamentos de la matemática**. Espanha: Alianza Editorial, 1978.

WITTGENSTEIN, Ludwig. **Investigações Filosóficas**. Trad. Marcos G. Montagnoli. Revisão e apresentação Emmanuel Carneiro Leão. 6 ed. Petrópolis: Editora Vozes, 2009.

WITTGENSTEIN, Ludwig. **Movimentos do Pensamento**: diários de 1930-1932/1936-1937. Trad. Edgard da Rocha Marques. São Paulo: Martins Fontes, 2012.