A NOÇÃO DE VARIABILIDADE NO ESBOÇO DA PARÁBOLA

Bárbara Cristina Pasa[1]

Méricles Thadeu Moretti[2]

Educação Matemática no Ensino Médio

Resumo: Compreender fenômenos nas diversas áreas do conhecimento perpassa a leitura e o esboço de curvas. Neste trabalho, propomos reflexões sobre o esboço da curva da função quadrática, com base na abordagem de interpretação global das propriedades figurais, preconizada por Raymond Duval, utilizando como recurso a variabilidade da função. Na perspectiva desta abordagem, a análise das unidades significativas simbólicas e gráficas decorre do estudo da taxa de variação da função, calculada a partir da noção de infinitésimo. Para tanto, o presente artigo está organizado de forma que apresenta: uma breve contextualização do ensino e aprendizagem do esboço de curvas na educação básica, aspectos da abordagem de interpretação global das propriedades figurais, a concepção de infinitésimo utilizada para o cálculo da taxa de variação de uma função e, por fim, a proposta de esboço das curvas da função quadrática.

Palavras Chaves: Esboço da parábola. Taxa de variação. Interpretação global.

INTRODUÇÃO

A impossibilidade de acessar perceptivelmente e instrumentalmente os objetos matemáticos fez com que fossem criadas, ao longo da história humana, diversas formas de representá-los. De acordo com Raymond Duval, um objeto matemático pode ser dado e acessado somente através de representações, as quais podem ser muito distintas. Porém, uma representação não é o objeto matemático e torna-se essencial, para a compreensão de um objeto matemático, jamais confundi-lo com suas representações (2003, p. 14). Estas características tornam a atividade matemática peculiar e distinta de outras áreas da ciência, além de fontes de diversas dificuldades relacionadas ao seu ensino e aprendizagem.

O esboço de curvas é um objeto matemático que está presente em todos os níveis escolares devido a sua importância e abrangência em várias áreas do conhecimento “por tornar possível a representação de diversos fenômenos e situações” (CORRÊA, MORETTI, 2014, p. 39). Contudo, apesar da atual demanda por corretas leituras e interpretações de curvas, muitos estudos apontam dificuldades nestas atividades no âmbito escolar.

[1] Mestre em Matemática Aplicada no Programa de Pós-Graduação em Matemática Aplicada (PPGMAp) da UFRGS. Doutoranda do PPGECT na UFSC. Docente da UFFS, Erechim, RS, Brasil. E – mail: bapasa1@hotmail.com

[2] Doutor em Didática da Matemática pela ULP/Estrasburgo – França. Docente do Departamento de Matemática e do PPGECT da UFSC, SC, Brasil. E-mail: mthmoretti@gmail.com

O objeto esboço da parábola, enquanto imagem geométrica de uma função quadrática, de variável real, é o foco das reflexões deste trabalho, as quais se apoiam na teoria cognitiva de Raymond Duval, no sentido que a compreensão de um objeto matemático está vinculada à articulação de diferentes registros de representação semiótica e na, também do referido autor, abordagem de interpretação global das propriedades figurais.

Diversas pesquisas abordam as dificuldades de compreensão relacionadas ao esboço de curvas no ensino médio. Matos Filho e Menezes (2010), por exemplo, ao identificarem os procedimentos utilizados pelos alunos do primeiro ano do ensino médio na construção e na interpretação de gráficos das funções polinomiais de 1º e 2º graus, apontam dificuldades na localização de pontos no plano cartesiano e na identificação de variáveis dependentes e independentes de uma função a partir da leitura gráfica. Estas dificuldades, de acordo com os autores, refletem nas questões ligadas à construção e a interpretação gráfica e demonstram que a observação gráfica não é uma estratégia comumente utilizada pelos alunos em resoluções de questões em que isso é possível, necessitando de justificativas algébricas ou aritméticas na resolução dos problemas (p. 6). Além disso, o trabalho expõe o habitual esboço das curvas a partir de pontos obtidos em tabelas, o que, segundo diversos autores (Mattos Filho e Menezes (2010), Rezende (2003), (2007) e Duval (2011)), pode impedir que os estudantes percebam a transformação, o movimento e o dinamismo existente nesse conceito.

Rezende (2003), foca suas discussões no ensino superior, mas credita as dificuldades da aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral à falta de compreensão de funções e outros elementos no ensino médio. Segundo este autor, as dificuldades na aprendizagem do Cálculo derivam da “omissão/evitação das ideias básicas e dos problemas construtores do Cálculo no ensino de Matemática em sentido amplo” (p. 402), principalmente no que diz respeito ao ensino básico. Diante desta afirmação, Botelho (2005) e Rezende (2007) realizaram um mapeamento do ensino de funções reais no ensino médio, o qual foi realizado a partir da análise de livros didáticos e cuja pergunta norteadora do mapeamento foi: “Como os livros didáticos abordam cada um dos problemas construtores do Cálculo, isto é, como os livros didáticos abordam o ensino das funções reais tendo como pano de fundo as ideias e conceitos inerentes do Cálculo (variabilidade e processos infinitos e/ou infinitesimais)?”.

De acordo com os mapas da função afim construídos, a maioria dos textos pesquisados segue a seguinte ordem: definição e caracterização algébrica, estudo dos elementos e das propriedades algébricas (domínio, imagem, zeros, "sinal da função", injetividade e sobrejetividade) e, por fim, esboço do gráfico da função mediante uma tabela de valores. Apenas dois dos textos pesquisados fazem referência à taxa de variação da função afim.

Com relação à função quadrática, a quase totalidade dos textos desenvolve o assunto como no caso da função afim, no âmbito algébrico, ou seja, estudam-se os elementos e as propriedades algébricas e o gráfico da função é elaborado mediante uma tabela de valores. A curva que descreve o traço do gráfico é caracterizada de forma indutiva como uma "parábola". Apenas um dos textos analisados foge à regra e comenta a respeito da taxa de variação deste tipo de função.

Com base nestes estudos, apresentados em Rezende (2007), destacamos algumas constatações relevantes para este trabalho sobre o esboço de parábolas: existe a predominância de um ensino baseado na abordagem algébrica e estática do conceito de função; crescimento e decrescimento de uma função não são abordados; não se discute sobre os pontos críticos; uma função é estabelecida em termos de uma correspondência estática entre os valores das variáveis "x" e "y" e não no contexto da variabilidade; o gráfico da função é, em geral, esboçado a partir de uma tabela de valores notáveis; a noção de "taxa de variação" é considerada em poucos livros; os exercícios resolvidos ou sugeridos nos textos já apresentam a expressão da função que modelam o problema, ou seja, relação funcional que modela o problema é fornecida sem o aluno ser instigado a descobrir.

O conhecimento de a variação de uma grandeza depende da variação da outra e que, além disso, é necessário estudar como ocorre a variação (REZENDE, 2007), são aspectos importantes no estudo do conceito de função. Porém, ideias apresentadas na pesquisa deste autor, confirmam a ausência, no ensino, de tópicos que analisam o comportamento destas funções sob o ponto de vista da variabilidade nos livros didáticos pesquisados, levando a crer que o objetivo principal do estudo de funções reais é a aprendizagem de técnicas algébricas de resolução de equações e inequações.

Assim, diante do exposto, torna-se essencial que a atividade envolvida no esboço de uma curva, promova a compreensão de como e quanto uma função varia.

A seguir apresentamos uma abordagem de ensino que possibilita uma compreensão ampla do esboço de curvas e do fenômeno o qual ela representa.

A ABORDAGEM DE INTERPRETAÇÃO GLOBAL DAS UNIDADES FIGURAIS DE RAYMOND DUVAL

No âmbito escolar, o trabalho com o esboço de curvas de funções, comumente é realizado a partir do seguinte processo: substituição de valores na lei da função representada na expressão algébrica, organização de uma tabela de pares ordenados de números reais, localização no plano cartesiano dos pontos oriundos destes pares ordenados e, por fim, traçado do gráfico, unindo os pontos no plano. Esta abordagem, praticamente única, dada no ensino de esboço de curvas, além de não permitir a compreensão da relação entre a expressão algébrica e o esboço da curva pode impedir a compreensão em termos de variabilidade do fenômeno que está sendo representado.

De acordo com a teoria cognitiva de Duval (2003, 2009), a apreensão dos objetos matemáticos ocorre a partir da conversão entre dois ou mais registros de representação semiótica destes objetos. Com base nisso, este autor (2011) destaca que, de fato a forma comum de trabalhar com o esboço de curvas não permite a compreensão do objeto matemático uma vez que não possibilita o trânsito (conversão) entre representações semióticas, fundamental para a aprendizagem.

Duval (2009) ressalta que as dificuldades de compreensão não se encontram na conversão no sentido escrita algébrica de uma equação → gráfico, mas sim no sentido inverso é que as dificuldades surgem. Isto acontece, pois as unidades significativas de um gráfico não são necessariamente determinadas em relação aos pares ordenados encontrados e sim por valores visuais do gráfico, destacados pelos dois eixos orientados. Isto significa que unidades significativas algébricas correspondem a unidades significativas gráficas e é essa correspondência que possibilita uma leitura correta de um gráfico.

Estas ideias são discutidas amplamente em Duval (2011), especificamente para o esboço da curva da função polinomial do primeiro grau ($y = ax + b$). O autor propõe, para o ensino e aprendizagem, a abordagem de interpretação global das propriedades figurais, a qual se baseia numa análise qualitativa no sentido de perceber nos parâmetros do registro algébrico as implicações gráficas, por exemplo, no coeficiente angular a, o sentido da inclinação da reta.

Esta forma de trabalhar, de acordo com Duval (2011), assegura uma compreensão integral de uma curva e do que ela representa (p. 111). Isso, pois, ela possibilita o reconhecimento de "quais modificações na expressão algébrica refletem em modificações na expressão gráfica da curva e vice-versa, o que contribuirá para uma melhor aprendizagem" (CORRÊA, MORETTI, 2014, p.44). Desta forma, faz-se necessário identificar, em uma função, as variáveis visuais, pertinentes ao registro de representação gráfico e as unidades simbólicas significativas, pertinentes ao registro de representação algébrico (simbólico), e, além disso, coordená-las. Isto significa que um trabalho nesta perspectiva "possibilitará reconhecer quais modificações na expressão algébrica refletem em modificações na expressão gráfica da curva e vice-versa, o que contribuirá para uma melhor aprendizagem" (CORRÊA, MORETTI, 2014, p. 44).

A abordagem de interpretação global preconizada por Duval é base teórica de diversas pesquisas na área de Educação Matemática, principalmente no estudo de funções, e vem inspirando outros pesquisadores (Moretti, Ferraz e Ferreira (2008), Moretti (2003), Luiz (2010), Moretti e Luiz (2010), Silva (2008), Corrêa e Moretti (2014)) a buscar por recursos e/ou elementos que permitam esta associação entre variáveis visuais e unidades significativas algébricas no sentido de uma interpretação global da curva.

Moretti (2003) propõe esta abordagem para o esboço de curvas das funções quadráticas a partir da utilização do recurso da translação a fim de manter a relação entre variável visual de representação e unidade significativa da escrita algébrica destas funções. Silva (2008) e Corrêa e Moretti (2014) estudam o esboço de curvas de funções trigonométricas, exponenciais e logarítmicas, utilizando como recursos a translação e a simetria em paralelo com as unidades significantes da expressão algébrica (CORRÊA, MORETTI, 2014, p. 44). As funções do ensino superior, supostamente mais complexas, são estudadas a partir do entendimento de limites e derivadas. Neste sentido, Moretti, Ferraz e Ferreira (2008) apoiam-se em um conjunto de elementos do Cálculo para orientar a conversão entre o registro algébrico e gráfico deste tipo de funções.

Utilizando a análise da variabilidade da função – taxa de variação, enquanto recurso para a interpretação global, este artigo visa propor reflexões sobre o ensino e aprendizagem do esboço da curva da função quadrática no âmbito do ensino médio.

TAXA DE VARIAÇÃO DE UMA FUNÇÃO E A NOÇÃO DE INFINITÉSIMO: RECURSOS PARA UMA INTERPRETAÇÃO GLOBAL

As taxas de variação de uma função são elementos que carregam informações valiosas para o esboço e interpretação de uma curva e sua compreensão perpassa o entendimento de diversos fenômenos físicos, químicos, biológicos, econômicos, matemáticos, etc. Além disso, o estudo das taxas de variação de funções possibilita dar um maior significado ao estudo das funções no ensino médio. Contudo, as taxas de variação e sua relação com a compreensão e o esboço de curvas, são somente trabalhadas de forma mais aprofundada no ensino superior, especificamente nos cursos de Cálculo Diferencial e Integral.

Diante destas questões, propomos abordar no ensino médio alguns conceitos intuitivos do Cálculo como alternativa de esboçar curvas neste nível de ensino, numa perspectiva de interpretação global, a partir das taxas de variação da função, sem a formalização das noções de limite e derivada, mas utilizando a *noção de infinitésimo*. Esta noção, utilizada de forma intuitiva para o cálculo e compreensão da variação instantânea de funções, pode proporcionar uma compreensão inicial sobre a variabilidade, essencial para o entendimento de fenômenos neste nível de ensino.

Apesar das inconsistências teóricas e diferentes concepções de infinitésimos discutidas ao longo da história da ciência, atualmente os infinitésimos são estruturados teoricamente e possibilitam uma compreensão intuitiva significativa no âmbito do esboço de curvas, sem a utilização do rigor de limites e com vistas para a compreensão da variabilidade de funções.

Assim, utilizaremos ideias encontradas em Ávila (2003, p. 88), sobre os estudos de Fermat, ao considerar dois pontos da curva de uma função infinitamente próximos $(x, f(x))$ e $(x+\Delta x, f(x+\Delta x))$ na medida em que a grandeza Δx é um número muito próximo de zero, de forma que às vezes pode ser desprezado, mas, ao mesmo tempo, diferente de zero, de forma que podemos dividir por ele mesmo quando isso for conveniente. Portanto, os cálculos da taxa de variação instantânea de uma função quadrática podem ser embasados na taxa média de variação da função para um intervalo infinitésimo, ou seja, desconsiderando o incremento Δx, já que ele é tão pequeno quanto necessário.

Generalizando, em um intervalo infinitesimal $x\epsilon[x, x+\Delta x]$, a taxa média de variação de uma função é: $TMV=\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$ e, considerando Δx um acréscimo infinitesimal, encontramos uma expressão para a taxa de variação instantânea da função – $TVI(x)$. O estudo da $TVI(x)$ nos permite analisar a variabilidade da função e, assim, esboçar o gráfico.

ESBOÇO DE CURVAS DE FUNÇÕES QUADRÁTICAS

O esboço da parábola é feito a partir da análise (estudo do sinal) da $TVI(x)$ da função e da utilização de unidades básicas já elaboradas e utilizadas em Duval (2011) e Moretti, Ferraz e Ferreira (2008). No estudo da função afim, realizado por Duval (2011), este autor destaca as variáveis visuais como sendo: *o sentido da inclinação* (podendo assumir dois valores), *os ângulos do traçado com os eixos* (podendo assumir três valores) e a *posição do traçado em relação à origem do eixo vertical* (podendo assumir três valores). Neste artigo, Duval (2011) deixa claro que cada variável visual do gráfico corresponde a uma unidade significativa na expressão algébrica da reta.

Assim, as tabelas a seguir relacionam as variáveis visuais com as unidades simbólicas correspondentes destas funções e serão utilizadas no esboço da função exemplo.

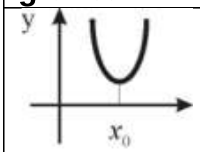
Tabela 1: Relação entre as variáveis visuais da reta tangente a uma curva e suas unidades simbólicas.

Variáveis visuais	Valores	Unidades simbólicas correspondentes
Sentido da declividade da reta tangente	Ascendente	$TVI(x) > 0$
	Descendente	$TVI(x) < 0$
	Constante	$TVI(x) = 0$

Fonte: Duval (2011, p. 101), modificada pelos autores.

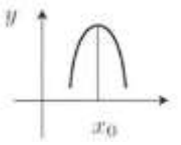
Além disso, outras unidades básicas apresentadas em Moretti, Ferraz e Ferreira (2008), são mostradas nas tabelas a seguir, as quais, foram modificadas para o trabalho com o ensino médio.

Tabela 2: Variáveis visuais e simbólicas de um mínimo relativo.

Unidade básica gráfica	Unidade básica linguística	Unidade básica simbólica
	Mínimo relativo em x_0. Taxa de variação instantânea de y muda de sinal negativo para positivo na vizinhança de x_0.	$\begin{cases} TVI(x_0) = 0 \\ TVI(x_0) < 0, x \in V^-(x_0) \\ TVI(x_0) > 0, x \in V^+(x_0) \end{cases}$

Fonte: Moretti, Ferraz e Ferreira (2008, p. 106), modificada pelos autores.

Tabela 3: Variáveis visuais e simbólicas de um máximo relativo.

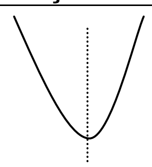
Unidade básica gráfica	Unidade básica linguística	Unidade básica simbólica
	Máximo relativo em x_0. Taxa de variação instantânea de y muda de sinal positivo para negativo na vizinhança de x_0.	$\begin{cases} TVI(x_0) = 0 \\ TVI(x_0) > 0, x \in V^-(x_0) \\ TVI(x_0) < 0, x \in V^+(x_0) \end{cases}$

Fonte: Moretti, Ferraz e Ferreira (2008, p. 106), modificada pelos autores.

A tabela 2 apresenta uma unidade básica referente a um extremo relativo de uma função, mais especificamente um ponto de mínimo. Neste caso, a unidade básica gráfica visualizada no esboço da curva de uma função é relacionada com a unidade básica simbólica correspondente, a qual denota a taxa de variação instantânea igual a zero e a mudança de sinal de negativo para positivo para valores muito próximos de x_0. Na tabela 3, verifica-se um ponto de máximo relativo.

Para exemplificar a proposta deste trabalho, utilizaremos a função quadrática $y = x^2 - 2x - 3$. Calculando a $TVI(x)$ em um ponto genérico, a partir da noção de infinitésimos, temos $TVI(x) = 2x - 2$. O estudo do sinal[3] desta função permite compreender a variação – crescimento e decrescimento e, juntamente com as tabelas 1, 2 e 3, esboçar o gráfico, de acordo com a tabela 4.

Tabela 4: Esboço da curva da função $y = x^2 - 2x - 3$ com base no estudo da $TVI(x)$.

Unidades básicas simbólicas		Unidades básicas gráficas		
$\boldsymbol{TVI(x)}$	**Valor de $\boldsymbol{x}$**	**Reta tangente**	**Esboço da curva**	**Pontos críticos**
< 0	$x < 1$	Decrescente		Mínimo absoluto em (1,-4)
= 0	$x = 1$	Constante		
> 0	$x > 1$	Crescente		

Fonte: Os autores.

Quando a variação da função for nula, ou seja, $TVI(x) = 0$, a curva apresenta um ponto crítico, onde ocorre a mudança de variação e, neste caso, é um ponto mínimo absoluto. A identificação dos pontos críticos é também um trabalho importante para o ensino médio uma vez que perpassa a compreensão da fórmula do vértice da parábola, muitas vezes decorada apenas e não compreendida.

---

[3] Estudar o sinal de uma função significa determinar para que valores de x do domínio da função, a imagem f(x) será positiva (f(x)>0), negativa (f(x)<0) ou nula (f(x)=0).

Para o esboço de curvas de funções polinomiais de grau maior que 2, outras análises se fazem necessárias como a da *concavidade de uma curva*. No trabalho proposto neste artigo, não utilizamos este conceito, contudo, a compreensão da concavidade é relativamente fácil a partir do momento em que o estudante compreende que a concavidade está relacionada à variação da inclinação das retas tangentes, ou seja, à variação da variação da função.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esboçar curvas e compreender o fenômeno que elas representam são atividades necessárias em diversas áreas do conhecimento e também em tarefas cotidianas. Pesquisas apontadas neste trabalho revelam o quão estas atividades podem ser de difícil aprendizado para os estudantes do ensino médio, indicando como um dos motivos, o atual ensino. Nele, comumente, o esboço de curvas é realizado mecanicamente a partir da união de pontos no plano cartesiano, encontrados a partir da expressão algébrica. Este tipo de abordagem, segundo diversos autores, não favorece uma interpretação global da curva tão pouco em termos de variabilidade.

Para o esboço da curva de uma função afim, Duval sugere um ensino baseado na abordagem de interpretação global das propriedades figurais a qual consiste em relacionar variáveis visuais a unidades simbólicas correspondentes da função. Para tanto, este autor (2011) utilizou os parâmetros a e b da expressão $y = ax + b$ e os relacionou a variáveis visuais como a inclinação da reta e a posição da reta sobre o eixo y. Outros autores, inspirados nestas ideias, propuseram a abordagem de interpretação global para as funções quadrática, trigonométrica, exponencial e logarítmica, no ensino médio, utilizando recursos como a translação e simetria.

As reflexões deste trabalho giram em torno do esboço da parábola, utilizando como recurso a taxa de variação instantânea, a qual é estudada somente no ensino superior a partir do conceito de limite e derivada, o que limita a compreensão de função aos estudantes do ensino médio. Propomos então o cálculo e compreensão da taxa de variação a partir da noção de infinitésimo, a qual, ao longo da história sofreu diversos “ataques” devidos a inconsistências matemáticas, mas que atualmente é legitimado pela Análise Não Standard e o Conjunto dos Números Hiper-Reais.

Esta forma de trabalhar permite ao estudante uma compreensão ampla da curva e do fenômeno representado em termos de variabilidade, considerando a teoria de aprendizagem de Duval, no que tange à conversão entre registros de representação semiótica de um objeto matemático, no caso, da função quadrática.

REFERÊNCIAS

ÁVILA, G. **Cálculo das funções de uma variável**. Vol. 1, 7 ed., LTC Editora, 2003.

BOTELHO, L.M.L. **Funções Polinomiais na Educação Básica:** Uma Proposta. Monografia de Pós-graduação. Niterói: UFF, 2005.

CORRÊA, M. O. S.; MORETTI, M. T. Esboçando curvas de funções a partir de suas propriedades figurais: uma análise sob a perspectiva dos registros. In: BRANDT, C. F.; MORETTI, M. T. (Orgs.). **As contribuições da Teoria dos Registros de Representações Semióticas para o Ensino e a Aprendizagem na Educação Matemática**. Ijuí: Ed. Unijuí, 2014.

DUVAL, R. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em Matemática. In: MACHADO, S. D. A. (org.). **Aprendizagem em Matemática**: Registros de Representação Semiótica. Campinas, SP: Papirus, 2003.

_________. **Semiósis e pensamento humano**: Registros semióticos e aprendizagens intelectuais (Fascículo I). Tradução de Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

_________. Gráficos e equações: a articulação de dois registros. Trad. Méricles Thadeu Moretti. **Revemat**, eISSN 1981-1322. Florianópolis , v.6, n.2, p.91-112, 2011.

LUIZ, L. S. **Esboço de curvas no ensino superior**: uma proposta baseada na interpretação global de propriedades figurais e uso de tecnologias. 2010. 142 f. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Tecnológica) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2010.

MATOS FILHO, M. S.; MENEZES, J. E. Como os alunos do ensino médio estão construindo e interpretando gráficos de funções polinomiais 1º e 2º graus. **Anais do X ENEM**, Salvador, BA, 2010.

MORETTI, M. T. A translação como recurso no esboço de curvas por meio da interpretação global de propriedades figurais. In: MACHADO, S. D. A. (Org.). **Aprendizagem em Matemática***:* registros de representação semiótica. Campinas: Papirus, 2003.

MORETTI, M. T.; LUIZ, L. S. O procedimento informático de interpretação global no esboço de curvas do ensino superior. **Educação Matemática Pesquisa**. São Paulo. v.12, n.3, p.529-547, 2010.

MORETTI, M.T.; FERRAZ, G. A.; FERREIRA, V. G. G. Estudo da conversão de funções entre registros simbólico e gráfico no ensino universitário. **Quadrante** – Revista de Investigação em Educação Matemática, v. XVII, n.2, 2008.

REZENDE, W. M. **O ensino de Cálculo: dificuldades de natureza epistemológica**. 2003. 468 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2003.

_______________. Um mapeamento do ensino de funções reais no ensino básico. **Anais do IX ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática**. Belo Horizonte, Minas Gerais, 2007.

SILVA, M. O. **Esboço de curvas**: uma análise sob a perspectiva dos registros de representação semiótica. 2008. 143 f. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Tecnológica) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2008.