



## PENSAMENTO MATEMÁTICO AVANÇADO: ALGUMAS PRODUÇÕES DE UM PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO

Angela Marta Pereira das Dores Savioli<sup>1</sup>

### Educação Matemática no Ensino Superior

**Resumo:** Este trabalho apresenta uma análise das dissertações produzidas no período de 2009 a 2017, no Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática – PECEM, da Universidade Estadual de Londrina, a respeito do Pensamento Matemático Avançado (PMA). Estes trabalhos envolveram graduandos de cursos de Matemática, e contemplaram conteúdos matemáticos, como sistemas lineares, transformações lineares, teoria dos conjuntos, demonstrações matemáticas, dependência e independência linear, anéis e grupos, e questões do Enade – Exame Nacional de Desempenho de Estudantes. Os referenciais teóricos utilizaram autores como Tall (1991) e Dreyfus (1991), entre outros. A análise possibilitou conhecer um pouco do desenvolvimento do pensamento matemático avançado dos estudantes, e verificou que alguns atingiram a abstração matemática, contudo, a maioria manteve-se em um patamar de transição entre o pensamento matemático elementar e o avançado. Isso gerou a preocupação em produzir propostas que incentivassem esses estudantes a buscarem essa abstração.

**Palavras Chaves:** Educação Matemática. Ensino Superior. Pensamento Matemático Avançado.

### Introdução

O trabalho tem por referência as pesquisas a respeito do tema pensamento matemático avançado, produzidas no PECEM - UEL, no período de 2009 a 2017, e que empregam abordagens teóricas nas perspectivas de Tall (1991, 1995, 1999, 2003), Resnick (1987), Sfard (1991), Dubinsky (1991, 2003), Lajoie e Mura (2004) e Dreyfus (1991), entre outros.

Entre discussões teóricas sobre caracterizações e entendimentos desse pensamento, pesquisas envolvendo estudantes e suas formas de lidar com conceitos matemáticos do Ensino Superior, e investigações de dificuldades e processos desse pensamento, apresentamos uma síntese do referencial teórico dessas pesquisas, bem como uma reflexão a respeito dos seus resultados e, finalmente, se os estudantes analisados atingiram a abstração<sup>2</sup>.

---

<sup>1</sup> Doutora. Universidade Estadual de Londrina – UEL. [angelamarta@uel.br](mailto:angelamarta@uel.br).

<sup>2</sup>A palavra abstração é utilizada no sentido de Dreyfus (1991). Contudo, pode significar esquema no sentido de Dubinsky (1991, 2003) ou reificação no sentido de Sfard (1991), etc., conforme apresentado na seção dos referenciais teóricos.

Para poder situar as produções, apresentamos brevemente as perspectivas desses autores para, em seguida, relacioná-los com as pesquisas realizadas e as pretensões deste artigo.

## **Discussão teórica**

Para Tall (1995), o pensamento matemático avançado (PMA) abrange a utilização de estruturas cognitivas que podem ser potencializadas ou mobilizadas por tarefas matemáticas, com o propósito de estabelecer novas ideias que continuam a construir e estender um sistema crescente de teoremas demonstrados. Por uma perspectiva cognitivista, esse autor inicia uma sistematização do pensamento matemático separando três elementos da atividade humana: *percepção*, *pensamento* e *ação*. Assim, é possível *perceber* objetos, *pensar* a respeito deles e *realizar ações* sobre eles durante a produção de tarefas matemáticas.

Tall (1991) considera que esse pensamento é dedutivo e abstrato, afirmando ser importante ater-se ao círculo da atividade no pensamento matemático abstrato: “[...] do processo criativo de considerar um problema em matemática que leva à formulação de conjecturas ao estágio final de refinamento da demonstração” (TALL, 1991, p. 3). É evidente que o matemático – aquele que produz matemática – se utiliza deste círculo em seu trabalho, expondo vários exemplos, verificando que existe nesse processo algo sempre acontecendo, conjecturando, tentando provar formalmente ou encontrando contraexemplos e, finalmente, apresentando seus resultados. Destes, podem surgir novos conceitos, novos contraexemplos, entre outros, como destaca Sfard (1991), quando apresenta os níveis pelos quais o estudante passa para obter o seu produto: *interiorização*, *condensação* e *reificação*.

Ainda na obra de Sfard (1991) também aparecem concepções de conceitos algébricos: a *concepção estrutural* de um conceito matemático acontece quando se consegue abordar o conceito como objeto, apreciando o todo sem se ater às sutilezas, sendo estática; a *concepção operacional* acontece na concretização do conceito como um processo, olhamos o conceito sem defini-lo, sendo dinâmica e sequencial.

Essas concepções estão intimamente ligadas ao PMA, pois quando se tem uma concepção estrutural de um objeto matemático é porque já o reificou e, portanto, teve um pensar mais avançado. Tall (1991) afirma que muitas das atividades desse ciclo do PMA podem ocorrer na resolução de problemas da matemática elementar,

“mas a possibilidade da definição formal e dedução é um fator que distingue o pensamento matemático avançado” (TALL, 1991, p. 3). Para o autor, o PMA somente ocorre após o estudante passar pelas disciplinas básicas de um curso de Matemática e chegar à álgebra e à análise real. Contudo, para outros autores, como Dreyfus (1991), pode ocorrer até mesmo na Educação Básica.

Para Dreyfus (1991), o PMA é complexo, composto de dois grandes processos chamados pelo autor de *representação* e de *abstração* e seus subprocessos. O autor afirma que por meio destes segmentos podemos passar de uma etapa de sutilezas para outra, e assim, regular a complexidade na passagem de um pensamento para o outro. Ressalta, além disso, que na representação temos três processos: de representação, que são as representações simbólicas, mentais e de visualização; de mudança de representação e a tradução entre representações; e da procura de uma representação para um objeto não matemático. Já a abstração, segundo o autor, precisa da generalização e/ou da síntese para ocorrer (DREYFUS, 1991).

Resnick (1987) apresenta o pensamento avançado, chamando-o de pensamento de nível superior, e afirma que as dificuldades começam a aparecer na tentativa de entender esse termo e que não é possível definir com exatidão esse pensamento, contudo, expõe algumas características que lhe dizem respeito, tais como: é não algorítmico, isto é, o caminho da ação não é totalmente especificado com antecedência; tende a ser complexo, ou seja, o objetivo, procedimentos e estratégias não são “visíveis” (mentalmente falando) de algum único ponto; apresenta várias soluções, cada uma com custos e benefícios, ao invés de soluções únicas; envolve análises extremamente sutis e interpretações; abrange a aplicação de múltiplos critérios, que, algumas vezes, conflitam entre si; envolve incerteza; nem tudo o que se tem em mãos é conhecido; a auto-regulação do processo de pensamento. Não reconhecemos o pensamento de nível superior em um indivíduo quando este pergunta por cada passo; envolve um sentido refinado, encontrando estruturas em uma desordem aparente; exige esforço (RESNICK, 1987, p.3, tradução nossa).

Com base nestas características, percebemos que Resnick (1987) entende o pensamento de nível superior como um pensamento complexo, corroborando com as ideias de Dreyfus (1991), mas admite que possa ser encontrado e estimulado na Educação Básica, contrariamente ao assegurado por Tall (1991). Afirma ainda que a mais importante mensagem da pesquisa moderna a respeito da natureza do

pensamento é que os tipos de atividades tradicionalmente associadas com o pensamento não estão limitados ao nível avançado de desenvolvimento.

Dubinsky (1991), baseando-se nas ideias da epistemologia genética de Piaget, propõe a chamada teoria APOS (ação, processos, objetos, esquemas), a qual tenta compreender como a abstração reflexiva de Piaget funciona. Nesse sentido, Dubinsky define abstração reflexiva, segundo Domingos (2006), “como a construção de objetos mentais e de ações mentais sobre esses objectos” (p. 23). O PMA seria uma extensão da abstração reflexiva e de suas construções. A seguir, apresentamos cinco espécies de construção de Dubinsky (1991, *apud* DOMINGOS, 2006, p. 23) inspiradas em Piaget:

- Interiorização: construção de processos internos para dar sentido à percepção de fenômenos;
- Coordenação: composição de dois ou mais processos;
- Capsular: conversão de um processo em um objeto;
- Generalização: aplica o esquema a uma coleção de objetos;
- Reversibilidade: a partir da existência de um processo, consegue-se pensar o contrário, ou seja, o pensamento reverso.

Segundo Dubinsky (1991), a teoria APOS relaciona-se com três tipos de conhecimento: a ação, uma resposta física ou mental de objetos para obter outros objetos, acontecendo como reação a estímulos, de acordo com Tall (1991); o processo, que consiste na transformação de um objeto e controle dessa transformação pelo sujeito; e o objeto, que seria a encapsulação de um processo, corroborando com Sfard (1991), quando apresenta a reificação.

### **Reflexões a respeito das produções encontradas**

Esses referenciais teóricos apresentados fundamentaram as produções bibliográficas estudadas e nos auxiliaram a compreender as dificuldades apresentadas por estudantes e possíveis motivos pelos quais elas ocorrem. Vejamos a seguir as produções bibliográficas pesquisadas.

Bussmann (2009) utilizou noções abstratas de conceitos matemáticos apresentadas por Sfard (1991). Elaborou questões, envolvendo o conceito de grupo, que foram aplicadas a licenciandos de Matemática participantes de um projeto de pesquisa. Os resultados obtidos detectaram que os estudantes, ao resolverem

problemas que envolviam o conceito operacional, não apresentaram dificuldade em sua maioria. No entanto, mostraram bastante dificuldade em questões que envolviam problemas de caráter estrutural.

Em Souza (2010) temos uma investigação que analisou o modo como ocorre o pensamento matemático em estudantes de graduação em Matemática em atividades de modelagem matemática. O estudo utilizou os três mundos de Tall (2003) e a modelagem como alternativa pedagógica e prática investigativa. Como resultado, obteve que a identificação desses elementos deu-se por processos que Tall associa ao PME – Pensamento Matemático Elementar<sup>3</sup>, e ao PMA, como também o trânsito de estudantes pelo que Tall caracteriza como os Três Mundos da Matemática. Além disso, as atividades de modelagem favoreceram os processos e a transição entre os três mundos da matemática e que os estudantes desenvolveram processos cognitivos do PME ao PMA.

Elias (2012) utilizou a teoria APOS de Dubinsky (1991) e o objeto matemático foi o conceito de grupo e isomorfismo de grupos. O autor realizou entrevistas com oito estudantes da licenciatura em Matemática de uma universidade estadual paranaense com o objetivo de identificar e interpretar as dificuldades desses estudantes em relação ao conceito de grupo e isomorfismo de grupos. Foram encontradas vinte dificuldades: dificuldades com conceitos prévios ao estudo de grupos, como os conceitos de conjunto e de função; dificuldades em compreender grupo como um objeto matemático; dificuldade em verificar as propriedades de operações. Com relação às concepções, observou-se que a maioria dos estudantes possui uma concepção ação do conceito, no sentido da teoria APOS.

Na pesquisa de Bertolazi (2012), foi construída uma proposta de avaliação reflexiva sobre sistemas de equações lineares e aplicada a estudantes do quarto ano de um curso de licenciatura em Matemática em uma universidade estadual do norte paranaense. Com uma abordagem qualitativa de caráter descritivo-interpretativo buscou-se nos registros escritos relatos e indícios que assinalassem a presença de processos de PMA, conforme Dreyfus (1991) e Resnick (1987), e um perfil conciso dos participantes evidenciando a concepção de matemática no sentido de Thompson (1997), e ainda indícios de atitudes de professor reflexivo a luz de Freire (2004 e 2011). As análises revelaram que de dezessete participantes, apenas três desses

---

<sup>3</sup> PME: pensamento cuja ênfase está na matemática elementar.

atingiram o processo de abstração matemática, isto é, a capacidade de sintetizar, formalizar e generalizar pensamentos matemáticos. Ainda, inferiu-se que a maioria dos participantes apresentou uma visão platônica da matemática no sentido de Thompson (1997).

Já Kirnev (2012) investigou dificuldades relacionadas às formas de demonstrações matemáticas: direta, contra positiva, por redução ao absurdo, por contraexemplo, evidenciadas em registros de graduandos do curso de Matemática de uma universidade do norte paranaense. A pesquisa apoiou-se em Balacheff (1987), em seus estudos sobre provas e demonstrações, e, em Dreyfus (1991) acerca do pensamento matemático avançado. As análises consistiram em categorizar agrupamentos com resoluções similares e evidenciar as dificuldades explicitadas. Evidenciaram-se dificuldades relacionadas com a forma de demonstração, aos conteúdos e a escrita na linguagem matemática ou materna.

Em Gereti (2014), o objetivo era descrever e discutir indícios/características dos processos do PMA evidenciados na produção escrita de estudantes de Matemática de uma universidade do norte paranaense ao resolverem questões discursivas do Enade aplicadas em uma turma do quarto ano do curso de Matemática para treze estudantes. Embasando-se na teoria de Dreyfus (1991), descreveu-se uma síntese dos processos do PMA que foram evidenciados nas resoluções dos estudantes. Ao analisar os registros escritos chegou-se a algumas reflexões e conclusões acerca da problemática desta pesquisa: os mesmos processos evidenciados nas respostas Padrão do Enade foram mobilizados nas resoluções de alguns estudantes, com exceção do processo de *visualização*; onze estudantes mobilizaram o processo de *representação simbólica*, três estudantes mobilizaram o processo de *visualização*, sete estudantes mobilizaram o processo de *mudança de representações e tradução entre elas*, dois estudantes mobilizaram o processo de *modelação*, sete estudantes mobilizaram o processo de *sintetização* e dois estudantes mobilizaram o processo de *generalização*. No entanto, nenhum estudante mobilizou todos os processos do PMA nas resoluções das quatro questões; dos treze estudantes, dois não resolveram nenhuma questão, logo não mobilizaram nenhum processo do PMA.

Em Marins (2014), o objetivo era identificar e discutir que indícios/características de processos do PMA estudantes do curso de Matemática manifestam ao lidarem com tarefas referentes ao conteúdo de transformações lineares. Para isso, realizou-se um estudo a respeito do PMA segundo Dreyfus (1991),

Tall (1995) e Resnick (1987). Foi aplicado um instrumento contendo nove tarefas relacionadas ao conceito de transformações lineares a treze estudantes do segundo ano de um curso de Matemática de uma universidade do norte do Paraná. Das análises emergiram quatro categorias em relação aos processos de representação: simbólica, mental, visualização, mudança de representações e alternância entre elas, e modelação; e de abstração: generalização e a sintetização, manifestados nos registros escritos dos estudantes referentes ao conceito de transformações lineares. As categorias confirmam que estudantes do curso de graduação podem manifestar características dos processos do PMA durante a graduação, porém, a maioria dos estudantes não evidenciaram indícios desses processos.

Em Jesus (2016), identificou-se e discutiu-se, por meio da APOS, concepções manifestadas por graduandos na resolução de tarefas a respeito do conceito de anel. Cinco tarefas foram aplicadas a onze estudantes concluintes da disciplina de Estruturas Algébricas, ofertada no segundo ano de um curso de Matemática de uma universidade pública paranaense. As análises foram feitas com base na teoria APOS de Dubinsky (1991) para construir uma decomposição genética para o conceito de anel e interpretar os registros escritos dos estudantes de modo a identificar suas concepções (ação, processo, objeto, esquema). O estudo evidenciou que após cursar uma disciplina de Estruturas Algébricas um estudante construiu uma concepção objeto de anel, um estudante construiu a concepção processo, quatro estudantes construíram a concepção ação, cinco estudantes demonstraram ainda estarem no processo inicial de construção do conceito de anel, necessitando coordenar ações e construir outros objetos para passar a ter uma concepção ação de anel e nenhum estudante mostrou ter construído a concepção esquema.

Souza (2016) aplicou questões a respeito de dependência e independência linear em graduandos de Matemática de uma universidade estadual pública paranaense e analisou com base na teoria APOS de Dubinsky. Concluiu-se que muitos estudantes nem chegaram à concepção ação, poucos conseguiram aproximar-se e raros chegaram à concepção objeto, configurando um cenário de pouco entendimento de uma abstração matemática.

Jorge (2017) trabalhou com Teoria dos Conjuntos em tarefas desenvolvidas por 20 estudantes do segundo ano de um curso de Matemática de uma universidade pública paranaense, com a intenção de identificar os processos do PMA. Utilizou Dreyfus (1991) como referencial teórico e apresentou um breve histórico da Teoria de

Conjuntos. Foi possível observar características dos processos envolvidos no PMA nas produções escritas dos estudantes, tais como modelação, comutação de representações e tradução, processos de representação, síntese e generalização. Além disso, analisar quais e quantos processos cada estudante possui a respeito da Teoria de Conjuntos. Concluiu que todos os estudantes apresentaram ao menos uma característica dos processos do PMA, nove estudantes evidenciaram somente as características envolvidas no processo de Representação, cinco apresentaram apenas as características dos processos de Abstração e dois apresentaram características de todos os processos do PMA.

## **Conclusão**

Essas produções bibliográficas apresentadas nos indicam: 1) que os estudantes apresentam diversas dificuldades ao lidarem com conceitos da Matemática do Ensino Superior, em particular, da Álgebra e da Álgebra Linear; 2) o que pode ser trabalhado em disciplinas de cursos superiores a fim de minimizar dificuldades dos estudantes ou evitar concepções equivocadas sobre conceitos da Matemática; 3) que estudantes tiveram mais dificuldades com a concepção estrutural do que com a concepção operacional; 4) que as atividades de modelagem favoreceram a transição dos estudantes do PME para o PMA; 5) que os estudantes apresentaram dificuldades com o conceito de grupo e, em sua maioria, permaneceram na concepção ação da teoria APOS; 6) que poucos estudantes atingem a abstração matemática e muitos apresentam uma visão platônica da matemática; 7) que os estudantes evidenciaram dificuldades relacionadas com a forma de demonstração, aos conteúdos e a escrita na linguagem matemática ou materna; 8) que os estudantes evidenciaram os mesmos processos das respostas Padrão do Enade e com exceção do processo de *visualização*, nenhum estudante mobilizou todos os processos do PMA; 9) que estudantes do curso de graduação podem manifestar características dos processos do PMA durante a graduação, porém, a maioria dos estudantes não evidenciou indícios desses processos; 10) que após cursar uma disciplina de Estruturas Algébricas estudantes construíram as concepções ação, processo e objeto da teoria APÓS, mas nenhum estudante mostrou ter construído a concepção esquema, o que caracterizaria a abstração; 11) que muitos estudantes evidenciam os

processos de representação, mas poucos chegam aos processos de abstração: generalização e síntese.

Desta maneira, inferimos, diante das pesquisas apresentadas, que, em sua maioria, os estudantes de graduação em Matemática analisados não chegam às concepções objeto e esquema na teoria APOS, não evidenciam processos de abstração, não chegam à reificação, ou seja, não evidenciam características de processos do PMA. Desse modo, em sua maioria, os estudantes não apresentam processos de pensamento matemático avançado. O que fazer para que mais estudantes de Matemática atinjam esses processos segundo os teóricos utilizados?

Uma ideia seria elaborar propostas de ensino de conteúdos matemáticos trabalhados em disciplinas do curso de Matemática, como, por exemplo, Álgebra e Álgebra Linear, que sejam pautadas na Educação Matemática e que favoreçam o desenvolvimento do PMA dos estudantes. Essas propostas consistiriam em atividades, como problemas matemáticos, problemas aplicados aos cursos dos estudantes, oficinas, jogos, atividades no laboratório de ensino ou de computação, utilizando softwares matemáticos, que trabalhem aquelas dificuldades percebidas nas pesquisas tentando minimizá-las.

## Referências

BALACHEFF, N. Processus de preuve et situations de validation. In: **Educational Studies in Mathematics**, 1987, Vol. 18, n. 2, 147-176.

BERTOLAZI, K. S. **Conhecimentos e compreensões revelados por estudantes de Licenciatura em Matemática sobre sistemas de equações lineares**. 2012. 227p. Dissertação (Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2012.

BUSSMANN, C. J. C. **Conhecimentos mobilizados por estudantes do curso de matemática sobre o conceito de grupo**. 2009. 90p. Dissertação (Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2009.

DOMINGOS, A. Teorias cognitivas e aprendizagem dos conceitos matemáticos avançados. In: **XVII Seminário de Investigação em Educação Matemática**. Setúbal, 2006.

DREYFUS, T. Advanced mathematical thinking processes. In: D. Tall (Ed.), **Advanced Mathematical Thinking** (pp. 25-41). Dordrecht: Kluwer, 1991.

DUBINSKY, E. Reflective abstraction in advanced mathematical thinking. In: D. Tall (Ed.), **Advanced Mathematical Thinking** (pp. 95-123). Dordrecht: Kluwer, 1991.

DUBINSKY, E. **Ed Dubinsky's Home Page**. [Acesso eletrônico]. Disponível: <http://trident.mcs.kent.edu/~edd>, 2003.

ELIAS, H. R. **Dificuldades de estudantes de Licenciatura em Matemática na compreensão de conceitos de grupos e/ou isomorfismo de grupos**. 2012. 145p. Dissertação (Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2012.

FREIRE, P. **A pedagogia da autonomia**. Saberes necessários à prática educativa. São Paulo: Paz e Terra. 2004.

FREIRE, P. **Educação e Mudança**. São Paulo: Paz e Terra. 2011.

GERETI, L. C. V. **Processos do pensamento matemático avançado evidenciados em resoluções de questões do ENADE**. 2014. 137p. Dissertação (Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2014.

JESUS, M. S. **Um estudo das concepções de licenciandos em Matemática, à luz da Teoria APOS, a respeito do conceito de Anel**. 2016. 136p. Dissertação (Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2016.

JORGE, J. L. **Teoria dos Conjuntos: processos manifestados do Pensamento Matemático Avançado**. 2017, 131 fls. Dissertação (Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Departamento de Matemática, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2017.

KIRNEV, D. C. B. **Dificuldades evidenciadas em registros escritos a respeito de demonstrações matemáticas**. 2012. 113p. Dissertação (Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2012.

LAJOIE, C. et MURA, R. Difficultés Liées à l'apprentissage des concepts de sous-groupe normal et groupe quotient. **Recherches em Didactique dès Mathématiques**. Vol.24, nº 1, pp. 45-80, 2004.

MARINS, A. S. **Pensamento Matemático avançado em tarefas envolvendo transformações lineares**. 2014. Dissertação (Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2014.

RESNICK, L. **Education and learning to think**. Washington DC: National Academy Press, 1987.

SFARD, A. On the dual nature of mathematical conceptions: reflections on processes and objects as different sides of the same coin. **Educational Studies in Mathematics**. V. 22. Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1991.

SOUZA, B. P. A. **Modelagem Matemática e Pensamento Matemático: um estudo à luz dos Três Mundos da Matemática**. 2010. Dissertação (Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2010.

SOUZA, M. L. **Dependência e independência linear: um estudo a respeito das dificuldades e concepções de licenciandos em matemática**. 2016. 126p. Dissertação (Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2016.

TALL, D. **Advanced mathematical thinking**. New York: Kluwer Academic Publishers, 1991.

TALL, D. Cognitive growth in elementary and advanced mathematical thinking. In: L. Meira e D. Carraher (Eds.), **Proceedings of the Nineteenth International Conference for the Psychology of Mathematics Education** (Vol. 1, pp. 61-75). Recife, Brasil, 1995.

TALL, D. Reflections on APOS theory in elementary and advanced mathematical thinking. In: O. Zaslavsky (Ed.), **Proceedings of the 23<sup>rd</sup> Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education** (Vol. 1, pp. 111-118). Haifa, Israel, 1999.

TALL, D. Concept image and concept definition. In: **David Tall Home Page**. [Acesso eletrônico]. Disponível: <http://www.warwick.ac.uk/staff/David.Tall/themes/concept-image.html>, 2003.

THOMPSON, A. G. A relação entre concepções de matemática e de ensino da matemática de professores na prática pedagógica. In: *Zetetike*, Campinas, nº 8, v. 5, 1997, pp. 11-44.