



VII CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DA MATEMÁTICA

ULBRA – Canoas – Rio Grande do Sul – Brasil.

04, 05, 06 e 07 de outubro de 2017

ATIVIDADES MULTIPLICATIVAS BASEADAS NA TEORIA COGNITIVA DE VERGNAUD: analisadas à luz de representações semióticas.

Raimundo Luna Neres^{1,2}

Eliziane Rocha Castro³

Antonio Luiz de Oliveira Barreto⁴

Formação de Professores que Ensinam Matemática

Resumo: Neste artigo, busca-se apresentar uma pesquisa realizada com enfoque didático-pedagógico em atividades multiplicativas com base na Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, usando na elaboração/resolução a teoria das representações semióticas de Duval, na forma de registros em linguagens natural e numérica, com o objetivo de analisar a compreensão pelas professoras do quinto ano da Educação Básica do uso didático destas Teorias na operacionalização das transformações desses registros semióticos. Trata-se de uma pesquisa de natureza qualitativa, realizada numa escola municipal da cidade de Raposa/MA, desenvolvida em Sessões Reflexivas da Teoria de Vergnaud, sendo uma destinada às reflexões teóricas com fundamentos na teoria vergnausiana e as demais destinadas à elaboração/resolução de atividades matemáticas, usando-se registros semióticos. Constatou-se que as professoras tiveram compreensão de todas as classes pertencentes à categoria de Isomorfismo de Medidas assim como da elaboração/resolução, usando registros semióticos, com predominância da multiplicação; no entanto, em alguns casos de divisão, a elaboração/resolução não se tornava clara, podendo ensejar erros de interpretação de enunciado. Constatou-se, também, que elas reconheceram que a metodologia usada permite usar diferentes registros para a elaboração/resolução da mesma atividade, o que contribui pedagogicamente para a aprendizagem das matemáticas.

Palavras - Chave: Elaboração/Resolução de Atividades Matemáticas. Registros de Representação Semiótica. Isomorfismo de Medidas. Teoria de Vergnaud.

Introdução

Este artigo discute a formação de professoras - pedagogas do quinto ano da Educação Básica quanto à elaboração/resolução de atividades multiplicativas como pressupostos para aprendizagem das matemáticas.

¹ Prof. De Matemática da Universidade CEUMA – UNICEUMA. luna.neres@ceuma.br.

² Dr. em Educação UNESP/SP. Prof. Do Mestrado em Gestão de Ensino da Educação Básica – UFMA. raimundolunaneres@gmail.com.

³ Mestre em Educação UECE/CE. Profa. Secretaria Municipal de Educação de Raposa/MA. elizianecastro@hotmail.com

⁴ Dr. Em Educação UFC/CE. alobarreto@yahoo.com.br.

Tal formação implica a preparação do profissional de ensino a tomar ciência de um conjunto de conhecimentos teóricos e práticos para serem desenvolvidos na sua docência. Considera-se que, durante a formação da licenciatura, possivelmente, não vivenciaram experiências formativas de elaboração de problemas, baseados nos Campos Conceituais de Vergnaud, principalmente usando a representação semiótica, fundamentos que podem ajudar a enfrentar desafios presentes em aulas de Matemática e facilitar a aprendizagem.

As abordagens teóricas de ensino e, de aprendizagem, às vezes, são feitas de forma interacionista, em que o professor é o protagonista do processo de aprendizagem dos alunos, tornando-se, portanto, o mediador entre eles e o conhecimento, empreendendo, assim, ações sistemáticas para atingir os objetivos educacionais propostos.

Nessa direção, a elaboração/resolução de atividades matemáticas dependerá dos atos de mediação do docente. Dessa forma, quais seriam as competências das professoras na elaboração/resolução de atividades multiplicativas da classe de Isomorfismo de Medidas, usando registros semióticos?

A Pesquisa justifica-se, pois, nesse período, o professor trabalha a construção e ampliação dos conceitos relacionados ao campo conceitual das estruturas multiplicativas. Se nesse estágio não ocorrer a apropriação dessas estruturas, isso poderá comprometer a aprendizagem dos alunos e fragilizar a compreensão e poderá refletir-se em insucesso escolar.

Uma prova de tal fato são os dados divulgados pelo INEP, por meio dos quais constata-se que as proficiências médias em Matemática pouco evoluíram nos anos iniciais e finais do Ensino Fundamental, uma vez que do total de alunos avaliados só aproximadamente 39% mostraram o aprendizado adequado (INEP/PROVA BRASIL, 2015). Com Base nesse contexto, as professoras - pedagogas estão sendo bem preparadas para o ensino das matemáticas?

Trata-se, então de uma investigação qualitativa de caráter interventivo didático - pedagógico, com sete professoras do quinto ano do ensino fundamental de uma escola pública do município de Raposa/MA, em elaboração/resolução de atividades matemáticas. As informações da pesquisa constituem-se tanto dos registros escritos dessas docentes que dela participaram quanto também das anotações dos pesquisadores que realizaram a intervenção didática.

A metodologia consistiu em vivenciar com as professoras, no exercício da docência, como ocorreria a compreensão conceitual e habilidades ao elaborarem/resolverem problemas multiplicativos, usando-se representações semióticas. Os dados dessa observação foram registrados pelos pesquisadores para posterior análise.

Segundo Duval (2007), não há aprendizagem em Matemática, se o discente não distinguir um objeto de sua representação, ou seja, ele não deve confundir os números, com as suas representações, visto que uma sentença em Matemática pode ser representada de várias maneiras.

Ainda segundo Duval (2003) uma variedade de representações semióticas, pode ser utilizada em atividades de problemas multiplicativos, pois elas são necessárias para o desenvolvimento da compreensão Matemática.

Portanto, a apropriação dos conceitos relativos à classe de problemas multiplicativos e das práticas de ensino desses conceitos é condição necessária na formação continuada dessas professoras. Justifica-se, dessa forma, pesquisar como resolver problemas de isomorfismo de medidas, que, em conjunto com os registros semióticos, mobilizam a aprendizagem das professoras, relativamente a essas operações e ao modo de ensiná-las mediante essas Teorias.

Dessa forma, a mobilização de representações de registros semióticos deve ocorrer entre duas representações - conversão e no desenvolvimento operacional – tratamento. Segundo Duval (2007), quando se resolve uma sentença matemática, sem mudar a forma com que foi elaborada, o que se está fazendo é uma operação de tratamento, como se pode observar neste enunciado: calcular o valor da expressão numérica: $(10 \times 4) \div 8 = ?$ E quando se muda de uma forma de representação para outra, está fazendo-se uma conversão, a exemplo de representar, através de registros numéricos, o texto: Maria comprou uma boneca por cinquenta e dois reais, quanto custariam três dessas mesmas bonecas?

Logo o uso de representações semióticas, na elaboração/resolução de atividades pertencentes à classe de Isomorfismo de Medidas é importante no sentido de diminuir com determinadas práticas que são trabalhadas no cotidiano escolar. Cite-se, segundo (GASPARIN, 2005), a utilização, em demasia, nas aulas de Matemática, dos algoritmos convencionais e das tabuadas em operações matemáticas.

Investigação Teórica

Para Vergnaud (2012) alguns professores esquecem-se de demonstrar aos discentes como o conhecimento matemático é útil e funcional e prejudica os alunos quando deixam de trabalhar as questões formais e formulam problemas desconectados com a realidade do aluno. Isso pode refletir na concepção de alguns estudantes em considerar a Matemática como mais uma disciplina de mais difícil aprendizagem do que as outras disciplinas, Vergnaud (1996).

Ele afirma, ainda, que o docente deverá intervir como mediador do conhecimento, propondo situações de aprendizagem nas quais os alunos terão oportunidade de desenvolver novas formas de organizar suas atividades.

Bruner (1978) considera que a mediação permite ao professor trabalhar estratégias de resolução com seus alunos de modo a proporcionar-lhes a produção de suas próprias heurísticas.

O que se constata é que, normalmente, as dificuldades enfrentadas pelos alunos na compreensão da Matemática são originadas da seguinte forma:

[...] na situação epistemológica particular do conhecimento matemático, e não somente nas questões de organização pedagógica das atividades. Para que os alunos possam efetivamente compreender a Matemática, ou que ela contribua para a sua formação, é preciso desenvolver outro tipo de funcionamento cognitivo que o praticado nas outras disciplinas. Para ensinar é preciso se ter consciência dos processos cognitivos específicos que requer o pensamento Matemático (DUVAL, 2011, p. 8-9).

Para se produzir conhecimento matemático, segundo (VALE; PIMENTEL e BARBOSA, 2015), é preciso existir uma relação clara e consistente entre a compreensão dos conceitos matemáticos e o desenvolvimento cognitivo. Essa prática poderá tornar-se mais substantiva para o desenvolvimento dos alunos.

Na classe de isomorfismo de medidas, a situação é compreendida como um conjunto de tarefas que moldam o conhecimento, na medida em que, gradualmente, essa classe é dominada (OTERO, 2010). O domínio de uma situação requer conhecimento de conceitos, por isso esse confronto é essencial na formação do conceito.

Conceitos são ideias gerais e abstratas originárias de uma área específica do conhecimento na qual a generalidade e a abstração somente serão compreendidas

pelos sujeitos através de um movimento evolutivo, em longo prazo, daí sua significação necessitar de sua aplicação em diferentes situações (VERGNAUD, 1993).

Simbolicamente, o conceito também pode ser representado por $C = (S, I, R)$, de modo que: S = conjunto de situações, I = conjunto de invariantes operatórios, R = conjunto das representações simbólicas (MAGINA et al., 2001).

Cada um dos conjuntos que compõe um conceito possui igual relevância no âmbito da Teoria dos Campos Conceituais. Não é possível falar de construção de um conceito, sem se referir à importância das diversas situações, dos invariantes operatórios que contribuíram para que o sujeito fizesse a análise da situação com vistas a dominá-la e sem pontuar os procedimentos para lidar com a situação bem como as formas de representá-los.

Este estudo assenta-se nas Estruturas Multiplicativas que permitem analisar as situações cujo tratamento implica uma ou várias multiplicações e divisões dando origem a variados casos de proporção simples (GITIRANA et al., 2014; VERGNAUD, 1996).

Segundo os princípios vergnausianos, para compreensão da multiplicação e da divisão, exige-se dos alunos conhecimento dos números, de sua simbolização e de representações de maneira mais abrangente do que no caso da adição e subtração. As operações envolvendo multiplicação e divisão requerem a compreensão de novos significados dos números e uma nova coleção de invariantes relacionados com estas operações.

Gitirana et al (2014) destacam que há uma continuidade entre as operações de adição e multiplicação, no que tange à estrutura; não obstante, é diferente em relação aos significados, sobretudo porque a adição envolve uma relação ternária e grandezas iguais, enquanto a multiplicação envolve, em sua maioria, relações quaternárias.

Vergnaud (2009) apresenta duas categorias para o estudo do Campo Conceitual Multiplicativo: a do Isomorfismo de Medidas (relação quaternária) e a do Produto de Medidas (relação ternária). As estruturas multiplicativas comportam uma relação quaternária, como no caso da proporcionalidade, “onde a multiplicação relaciona-se a dois conjuntos e quatro medidas, sendo três conhecidas e uma a ser encontrada através de operações matemáticas”, Pessoa e Borba (2009, p.113).

Nessa pesquisa, trabalhou-se com elaboração/resolução de atividades multiplicativas (relação quaternária), isto é: com multiplicação e divisão do tipo 1 (Divisão Partitiva) e do tipo 2 (Divisão Quotitiva), (VERGNAUD, 2009).

Procedimentos Metodológicos

Segundo Yin (2012), esta pesquisa é um estudo de caso, pois envolve uma escola da Rede Pública e sete professoras do 5º ano escolar.

Das escolas onde os sujeitos dessa pesquisa exercem as suas atividades didáticas, 290 alunos fizeram a prova Brasil 2015, e desses, apenas 20% tiveram aproveitamento suficiente em Matemática; 45%, pouco aprendido; e 35%, quase nenhum aprendizado (dados informados pelas secretarias das escolas pesquisadas, 2016). Este resultado constituiu-se motivo para o desenvolvimento desta pesquisa, pois se acredita proporcionar aos participantes uma nova maneira de ver e de ensinar Matemática, visando à melhoria do desempenho escolar dos alunos.

Os dados foram constituídos através de Sessões Reflexivas, realizadas em outubro de 2016, com duração de 15 horas, distribuídas em cinco momentos, conduzidas à luz da Teoria Psicológica Cognitivista Vergnausiana e dos registros semióticos, para analisar as competências das professoras na elaboração/resolução de sentenças multiplicativas.

No primeiro momento, trabalhou-se sobre a identificação de tipos de problemas, suas características e relações enredadas à luz da Teoria dos Campos Conceituais. Depois, tratou-se de representações matemáticas diferentes, Duval (2007), enfocando estratégias de elaboração e de resolução, ou seja, fazendo a mudança de um registro para outro registro e as operações necessárias para construir a resposta requerida. Segundo Neres (2010), essas operações são necessárias para estabelecer uma conexão entre a forma de enunciado de partida e de chegada.

Todavia, o ensino das matemáticas nos Anos Iniciais da Educação Básica, em geral, não são desenvolvidos com o rigor que a Matemática exige. Para Curi (2006), isso ocorre em função da superficialidade com que alguns pedagogos conhecem determinados assuntos da Matemática, bem como de conhecimentos didáticos e curriculares a ela relacionados. Esse desconhecimento, em geral, influi em aspectos relevantes no ensino “ninguém aprende com aquele que não conhece e ninguém ensina o que não sabe”. (LORENZATO, 2006, p.3).

O reflexo de uma formação frágil é observado nos indicadores de desempenho das avaliações nacionais como a Avaliação Nacional do Rendimento Escolar (ANRESC) por meio da PROVA BRASIL, parte integrante do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB). Assim sendo, aponta-se a relevância desta

pesquisa em âmbito social, em contraposição às avaliações realizadas que afetam os alunos tendo por foco a aprendizagem, desconsiderando o processo didático.

Elaboração/Resolução e Análise

A investigação foi norteadada pela articulação entre conteúdo e didática, seguindo-se uma abordagem exploratória no espaço de realização da docência envolvendo conteúdos, conceitos, tarefas, debates e análise das situações trabalhadas.

Para que haja aprendizagem em Matemática, exige-se trabalhar com pelo menos dois registros simultaneamente, ou seja, o sujeito deve fazer a mudança de enunciado da sentença matemática e fazer o desenvolvimento necessário para construir sua resolução. Portanto, é necessário, segundo Damm (2007), fazer um levantamento dos dados relevantes na sentença dada, identificá-los e montar sua estratégia de resolução.

Os dados foram registrados numa planilha, pois esta facilitaria aos pesquisadores emitir opiniões quanto ao procedimento e quanto à aprendizagem, e poder-se-ia verificar *in loco* se estava havendo apropriação quanto ao uso de registros semióticos.

Foram trabalhadas várias atividades envolvendo as estruturas multiplicativas vergnausiana. Na figura 1, apresenta-se um exemplo de situações de Isomorfismo de Medidas, no qual foi requerido dos sujeitos fazer, inicialmente, a mudança da sentença dada em forma de texto para uma representação numérica e, em seguida, fossem efetuadas as operações necessárias para encontrar a solução. Esta atividade foi elaborada pelas professoras sem a ajuda dos pesquisadores.

Registro dado em forma de texto	Mudança para representação numérica
José tinha cem reais, foi a uma loja, comprou três brinquedos, cada um por trinta e dois reais. Repassou para seu irmão um dos brinquedos pelo mesmo preço que comprou. Com quantos reais ele ainda ficou?	Resolução com a ajuda dos pesquisadores. $[100 - (3 \times 32)] + 32 = ?$ Tratamento: $[100 - 96] + 32 = 4 + 32 = 36$. Portanto, José ainda tem R\$ 38,00 Ou $1 \rightarrow 32$ e $100 - ? = ?$ $3 \rightarrow ?$ e $? + 32 =$

Figura 1 – Mudança de Registro da linguagem natural para numérica
 Fonte: Dados dos Pesquisadores (2016).

Todas as professoras demonstraram, inicialmente, insegurança para trabalhar com essa metodologia, mas perceberam que, usando registros semióticos, em alguns casos, como o da mudança da expressão numérica, para outro tipo de representação, poderiam desenvolver vários enunciados para o mesmo registro de partida.

Após discussão na elaboração de alguns enunciados e resoluções, elas observaram que, com essa dinâmica, aguçariam bastante o pensar matematicamente sobre resolução de problemas multiplicativos.

Na figura 2, apresenta-se uma atividade, também de situações de Isomorfismo de Medidas, em que solicitou-se das professoras elaboração de atividades, multiplicativa -1, divisão partitiva -2 e divisão quotitiva -3, usando registros em forma de textos.

Multiplicação – 1	Divisão Partitiva – 2	Divisão Quotitiva – 3
Uma caixa de bombom sortido custa quinze reais. Quanto custam quatro caixas deste mesmo bombom?	Juca pagou por quatro caixas de bombom oitenta reais. Quanto custa uma caixa de bombom?	Elabore um enunciado de problema usando o registro numérico: $(18 - 6) \div 3 = ?$

Figura 2 – Situações de Isomorfismo de medidas usando registros semióticos

Fonte: Dados dos pesquisadores (2016).

Na atividade multiplicativa – 1, queria-se a mudança do registro dado em forma de texto para uma representação numérica e depois fizesse o tratamento da sentença encontrada para chegar ao resultado.

Na atividade de divisão partitiva – 2, requeria-se a mudança do registro de partida dado em forma de texto, também, para um registro numérico e depois desenvolvê-lo para chegar à resposta.

Na atividade divisão quotitiva – 3, solicitava-se a mudança da sentença numérica dada de partida para um registro em forma de texto.

As construções das resoluções apresentadas na figura 3 foram realizadas pelas professoras sem a ajuda dos pesquisadores. Registre-se que as professoras demonstraram dificuldades em elaborar a situação problema referente à divisão quotitiva 3. Entretanto, foi considerado pelos pesquisadores uma situação normal, dada a novidade em se trabalhar com este tipo de metodologia.

<p>1 caixa → 15,00</p> <p>4 caixas → ?</p> <p>$4 \times 15 = 60$</p> <p>Logo 4 caixas custam R\$ 60,00</p>	<p>4 caixas → 80</p> <p>1 caixa → ?</p> <p>$80 \div 4 = 20$</p> <p>Logo 1 caixa de bombom custa R\$ 20,00</p>	<p>José ganhou de seu tio 18 bolinhas de gude, ficou com 6 e dividiu o restante com seus 3 irmãos. Quantas bolinhas cada um dos seus irmãos ganhou?</p>
---	--	---

Figura 3 – Resoluções baseadas em registros semióticos
 Fonte: Dados dos pesquisadores (2016).

Por outro lado, observa-se com base no quadro referente à divisão partitiva – 2, que o enunciado, elaborado pelas professoras, leva o leitor a fazer várias interpretações do problema, tais como: As caixas eram iguais? Eram da mesma marca? Tinham a mesma quantidade de bombom? Essa foi uma das situações que se teve de retomar com as professoras, enfatizando os cuidados que elas deveriam ter na elaboração de problemas, para que não deixassem dúvidas ao leitor.

Da mesma forma, chamou-se a atenção quanto à resolução dada para o problema referente à divisão quotitiva 3. Se não for dito que a divisão é em partes iguais, não se refere ao enunciado do problema proposto, uma vez que este se refere a uma divisão em partes iguais (aplicação do algoritmo euclidiano).

Com esses tipos de problemas trabalhados, as professoras puderam constatar a riqueza de detalhes e perceber as dificuldades específicas que cada uma poderia levantar. A escolha de valores numéricos, que transforma um problema relativamente fácil em um problema mais difícil, normalmente, aumenta a curiosidade do aluno. Isso pode encorajá-lo a descobrir outros procedimentos de resolução de problemas.

Para Vergnaud (2007), o ato de ensinar é de alguma forma uma provocação, e como tal, as explicações não são suficientes para que haja aprendizagem e desenvolvimento das competências, pois elas complementam a aprendizagem.

Focando-se nos aspectos cognitivos, na análise, buscou-se também verificar, em cada atividade de Matemática desenvolvida, a operação utilizada na resolução e o tipo de situação, as grandezas envolvidas e os valores numéricos envolvidos. Nesse contexto, constatou-se que o conjunto dos problemas elaborados/resolvidos pelas professoras contemplou todas as classes pertencentes à categoria de Isomorfismo de Medidas, fator relevante para o aprofundamento das competências das professoras envolvidas nessa pesquisa.

Conclusão

Espera - se que esta pesquisa possa fortalecer o conhecimento didático das professoras partícipes em função da classificação de problemas segundo Vergnaud, e de elaboração/resolução segundo Duval, no seu ambiente escolar, uma vez que a exploração deste material didático favorece a compreensão e, portanto, o desenvolvimento cognitivo do sujeito.

Além disso, no processo de pesquisa, ao explorar-se a utilização da classe de problemas multiplicativos para elaborar e resolver atividades usando registros semióticos, observou-se que os sujeitos desenvolvem mais habilidades matemáticas, o que lhes permite descobrir novas maneiras de resolver um problema matemático. Observou – se, também, a preocupação das docentes, antes de eleger os dados de uma sentença matemática, como deveriam selecionar e montar uma estratégia de resolução, de forma a poder desenvolver um raciocínio para chegar à resposta.

Esse fato, segundo Damm (2009), é necessário, pois, quando as informações acerca dos elementos – incógnitas e os números - estão indicados claramente, isto poderá facilitar para que a construção da resposta possa ser executada. Em relação aos problemas multiplicativos, isso ocorre porque se dispõe da mudança de várias representações semióticas.

Na pesquisa desenvolvida, observou-se que as professoras desenvolveram conhecimento - aprendizagem, os quais, segundo Duval (2011), se o aluno consegue mobilizar, pelo menos, dois registros semióticos e operá-los, é porque houve aprendizagem, fato observado e constatado nesta pesquisa.

Em suma, a pesquisa revela que todos os participantes mostraram-se capazes de trabalhar, com habilidade, a conversão, o que lhes proporcionou o conhecimento de mais uma metodologia, até então, não conhecida por elas. No entanto, não se deve considerar que os problemas da Educação serão resolvidos com a mobilização pelo aluno dessa metodologia de ensino. Encare-se, portanto, designar-se, como mais uma alternativa de ensino.

Referências

BRUNER, J. S. **O processo da educação**. São Paulo: Nacional, 1978.

CURI, E. A formação Matemática de professores dos anos iniciais do ensino fundamental face às novas demandas brasileiras. **Revista Iberoamericana de educación** (on line), n. 37/4, jan. 2006.

DAEP/INEP. **RESULTADO SAEB**, Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anízio Teixeira – Inep, 2015. Disponível em [www.inep.gov.br/resultados - 2015](http://www.inep.gov.br/resultados-2015). Acesso em: 2015.

DAMM, R. F. Representação, Compreensão e Resolução de Problemas Aditivos. In: MACHADO, S. D. A. **Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica**. 3ª ed. Campinas/SP: Papirus, 2007, p. 35-47.

_____. Educação Matemática: uma (nova) introdução. In: MACHADO, S. D. A. **Registros de Representação**. 3ª ed. revista. São Paulo: EDUC, 2009, p. 167-188.

DUVAL, R. Registro de representação semiótica e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, S. D. A. **Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica**. 3ª ed. Campinas/SP: Papirus, 2007, p.11-33.

_____. **Semiósis e Pensamento Humano**: Registros semióticos e aprendizagens intelectuais. Tradução: Lênio Fernandes Levy e Maria R. A da Silva. 1ª ed. São Paulo/SP: Editora Livraria da Física, 2009, 115p.

_____. **Ver e Ensinar a Matemática de Outra Forma - entrar no modo matemático de pensar**: os registros de representações semióticas. Organização: Tânia M. M. Campos. Tradução: Marlene Alves Dias. 1ª ed. São Paulo: PROEM, 2011, 160p.

GASPARIN, João Luiz. **Aprender, Desaprender, Reaprender**. 2005. Texto digitalizado

GITIRANA, Verônica et al. **Repensando a Multiplicação e a Divisão**: contribuições da Teoria dos Campos Conceituais. Ed. PROEM Ltda, São Paulo, 2014.

LORENZATO, S. **Para aprender matemática**. Campinas: Autores Associados, 2006.

MAGINA, Sandra Maria Pinto et al. **Repensando Adição e Subtração**: contribuições da Teoria dos Campos Conceituais. Ed. PROEM Ltda, São Paulo, 2001.

NERES, R. L. **Aplicação dos registros de representação semiótica no ensino - aprendizagem da matemática**: um estudo com alunos do sexto ano do ensino fundamental. 2010. 196 f. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Filosofia e Ciências, Universidade Estadual Paulista, Marília /SP, 2010.

OTERO, Maria Rita. La Notion de Situation: analysée depuis la Théorie des Champs Conceptuels, laThéorie des Situations, la Dialectique Outil-Object et la Théorie Anthropologique du Didactique. **Rev. electrón. investig. educ. cienc.** [online]. 2010, vol.5, n.1, pp. 42-53.

PESSOA, Cristiane; BORBA, Rute. Quem dança com quem: o desenvolvimento do raciocínio combinatório de crianças de 1ª a 4ª série. **ZETETIKÉ-Revista de Educação Matemática**, v.17, n. 31, p.105-150, janeiro-junho 2009.

VALE, I; PIMENTEL, T.; BARBOSA, A. Ensinar matemática com resolução de problemas. **Quadrante – Revista de investigação em Educação Matemática**, Lisboa/Portugal, v. XXIV, n.2, p. 40-60, 2015.

VERGNAUD, Gerárd. Teoria dos campos conceituais. In NASSER, L. (Ed.) **Anais do 1º Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro**, p. 1-26. 1993.

_____. A teoria dos campos conceituais. In: BRUN, Jean (dir.). **Didáctica das matemáticas**. Trad. Maria José Figueiredo. Lisboa: INSTITUTO PIAGET, 1996, p. 155–191.

_____. ¿Enqué sentido la teoría de los Campos Conceptuales puede ayudarnos para facilitar aprendizaje significativo? **Investigações em Ensino de Ciências**, v.12, n. 2, p. 285-302, 2007.

_____. **A criança, a Matemática e a realidade**: problemas do ensino da Matemática na escola elementar. Curitiba: Ed. da UFPR, 2009.

_____. A Matemática além dos números. **Revista Pátio**, ano 4, n. 13, p. 25, junho-agosto 2012. Entrevista concedida à Prof^a. Katia Regina Ashton Nunes.

YIN, Robert K. **Estudo de Caso**: planejamento e método. 5ª ed. Porto Alegre: Bookman, 2012.