



ANÁLISE DA RELAÇÃO INSTITUCIONAL ESPERADA PARA O ENSINO DA FATORAÇÃO NUMÉRICA E ALGÉBRICA

Míriam do Rocio Guadagnini¹

Marlene Alves Dias²

Valdir Bezerra dos Santos Júnior³

Temática: Educação Matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental

Resumo: Apresentamos aqui parte de pesquisa sobre o ensino e aprendizagem da álgebra, especificamente o estudo da ecologia e praxeologias do ensino de fatoração numérica e algébrica, sobretudo das noções de mdc, mmc, produtos notáveis e fatoração presentes nas orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN). No referencial teórico da pesquisa, optamos pelas noções de praxeologia, ecologia e níveis de codeterminação didática, segundo Chevallard, que conduziram à metodologia da pesquisa documental, por meio da qual analisamos o documento acima citado. Os resultados das análises mostram não haver relação explícita entre a fatoração numérica e algébrica, favorecendo sua não utilização como um objeto protomatemático⁴.

Palavras Chaves: Fatoração. PCN. Ecologia. Praxeologia.

INTRODUÇÃO

Para a análise das relações institucionais esperadas, utilizamos os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), cuja proposta é o estudo da disciplina Matemática para o Ensino Fundamental – Anos Finais (BRASIL, 1998) – estudantes entre 11 a 14 anos. O objetivo foi analisar a proposta nacional contida na instituição PCN (BRASIL, 1998) visando compreender quais noções associadas ao conceito de fatoração numérica e algébrica são indicadas para serem desenvolvidas nos anos finais do Ensino Fundamental, considerando a possibilidade de existir diferentes formas de tratamento do saber a ensinar, os quais, mesmo sendo explicitados nos documentos, dependem da instituição “escola” que os apresenta e das necessidades dos estudantes, em particular, das frequentes macroavaliações, que interferem no desenvolvimento dos saberes a ensinar nestas instituições.

¹ Doutoranda. Universidade Anhanguera de São Paulo. miriamguadagnini@hotmail.com

² Doutora. Universidade Anhanguera de São Paulo. Maralvesdias@gmail.com

³ Doutor. Universidade Federal de Pernambuco. Valdir.bezerr@gmail.com

⁴ Os objetos protomatemáticos de acordo com Mercier (2002) são objetos que vivem na e da prática constante na Matemática.

Para atingir o objetivo acima, escolhemos como referencial teórico central da pesquisa a Teoria Antropológica do Didático, especificamente as noções de ecologia dos saberes e praxeologia, sendo a primeira definida por Chevallard (2002) como a pesquisa da vida dos saberes nas instituições, pois esses dependem de adaptações às restrições que, muitas vezes, estão associadas à economia de saberes e a segunda, como a quádrupla composta por tipo de tarefa (T), técnica (τ), tecnologia (θ) e teoria (Θ) que, segundo Chevallard (1998), corresponde à premissa básica da TAD, pois, para o pesquisador, toda atividade regular humana pode ser entendida por meio deste modelo único.

Ainda consideramos os níveis inferiores de codeterminação didática (Chevallard, 2001) como um caminho para examinar o modo como poderão ser/estar organizados os conteúdos matemáticos. Eles permitem identificar as condições e restrições das organizações matemáticas (praxeologias matemáticas) e das organizações didáticas. Obedecem a uma escala hierárquica aqui representada do nível mais baixo ao mais alto: tópicos \leftrightarrow temas \leftrightarrow setores \leftrightarrow domínios \leftrightarrow disciplinas \leftrightarrow pedagogia \leftrightarrow escola \leftrightarrow sociedade \leftrightarrow civilização \leftrightarrow humanidades.

A metodologia adotada é a da pesquisa documental à luz dos ensinamentos de Lüdcke e André (2013), a qual é desenvolvida por meio de documentos contemporâneos ou retrospectivos, considerados cientificamente autênticos.

O PARÂMETRO CURRICULAR NACIONAL (PCN)

O PCN (BRASIL, 1998) de Matemática enfoca o ensino da Matemática nos 3º e 4º ciclos (6º ao 9º Anos) do Ensino Fundamental – Anos Finais. Tem sua origem nas recomendações do National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), realizado nos Estados Unidos e publicado em 1980 na “Agenda para Ação”.

A partir deste documento, houve no Brasil muitas discussões curriculares sobre o ensino e aprendizagem da disciplina de Matemática, sinalizando a necessidade de considerar novos rumos. Em função deste estudo, em 1998, foi publicado pelo órgão governamental, norteador da educação brasileira, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), que incorporam algumas das novas ideias propostas pelo NCTM.

Para a seleção de conteúdo, o PCN (BRASIL, 1998) estabelece que os currículos de Matemática para o Ensino Fundamental devem estruturar o estudo em quatro blocos, a saber:

1. O estudo dos *números e das operações*, abrangendo o campo da Aritmética e da Álgebra;
2. O estudo *do espaço e das formas* no campo da Geometria;
3. O estudo das *grandezas e medidas*, perpassando os campos da Aritmética, Álgebra e Geometria;
4. O estudo do tratamento da informação.

O documento explicita que depois de selecionados os conteúdos para o Ensino Fundamental, devem ser organizados em ciclos e depois em projetos. O professor responsabiliza-se pela sua efetivação em sala de aula durante o ano letivo, cabendo-lhe a escolha das praxeologias a serem desenvolvidas em função do contexto e das possibilidades das tarefas consideradas a partir dos conhecimentos retrospectivos dos seus estudantes, indicando que ele pode exercer o “*topos*” que lhe é destinado como protagonista da ação didática com certa autonomia, segundo definição de Chevallard e Grenier (1997). Isso possibilita que o docente pratique seu ofício considerando as indicações da noosfera disciplinar que interfere, em geral, no nível disciplina e pedagogia, podendo assim atuar sobre os níveis inferiores da escala de codeterminação didática. Escolhe o que é mais adequado para seu grupo de estudantes e mostra como conhecimentos retrospectivos e novos conhecimentos estão relacionados e poderão ser utilizados para a introdução de novos saberes nas etapas posteriores.

Igualmente, para o terceiro e quarto ciclos, aqui focalizados, o documento detalha: objetivos, conteúdos, conceitos e procedimentos para cada bloco, ou seja, as associações possíveis com cada conceito; as atitudes – capacidade de argumentação, reflexão e compreensão diante de um dado ou solução de um problema. Por exemplo, considera que o aluno tenha a possibilidade de chegar ao quarto ciclo apto a demonstrar matematicamente uma sentença ou proposição. Pelos critérios de avaliação – que apontam as expectativas de aprendizagem de acordo com os objetivos e conteúdos propostos – verificam-se quais conteúdos são considerados fundamentais para o aluno ascender ao ciclo seguinte.

Partindo dessas considerações, fica a cargo do professor escolher o caminho a seguir, sempre atento ao contexto e às possibilidades dos estudantes, com autonomia para exercer o seu papel considerando seu grupo de alunos.

O documento enfatiza a importância da reflexão sobre as orientações didáticas para cada bloco, objetivando fornecer subsídios didáticos para o ensino da Matemática e as condições em que se formam seus conhecimentos; por isso detalha os conceitos e procedimentos e “os modos pelos quais eles se relacionam entre si, e as formas por meio das quais os alunos constroem esses conhecimentos matemáticos” (BRASIL, 1998, p. 95). Trata-se de uma apresentação geral que nos parece dar poucos elementos de ajuda aos professores que encontram estudantes em desacordo com o modelo idealizado no documento, o que pode gerar obstáculos difíceis de serem ultrapassados se esse tipo de documento não for discutido pelos docentes. Há no PCN elementos que os auxiliam a organizar e relacionar conhecimentos retrospectivos e novos conhecimentos já trabalhados e que serão desenvolvidos durante o Ensino Fundamental – Anos Finais.

ANÁLISE ECOLÓGICA

Como já indicado anteriormente, o PCN (BRASIL, 1998) estabelece quatro blocos de conhecimento para cada ciclo, supracitados, os quais se relacionam aos níveis de codeterminação propostos por Chevallard (1999) e classificados por nós no nível de domínios da disciplina Matemática.

Ainda consoante ao documento, é possível observar que o domínio composto pelo bloco “Número e Operações” divide-se em dois setores: “Números” e “Operações”. O setor “Número” é composto por quatro “temas”: Números Naturais, Números Inteiros, Números Racionais a serem desenvolvidos nos três primeiros anos do Ensino Fundamental – Anos Finais e os Números Irracionais, indicados para introdução no nono ano. O setor: “Operações” é organizado nos temas: Adição e Subtração: significados, Multiplicação e Divisão: significados, Potenciação, Radiciação, Cálculos utilizando as operações introduzidas e Álgebra. O mdc e o mmc constam no tópico pertinente ao tema Números Naturais, e a fatoração algébrica é um tópico do tema Álgebra. (Tabela 1).

TABELA 1: NÍVEIS INFERIORES DE CODETERMINAÇÃO PARA O BLOCO "NÚMEROS E OPERAÇÕES"

Domínio	Setor	Tema	Tópico	Ciclo
Número e operações	Números	Números naturais	Interpretação de suas variadas formas de representação (canônica, decomposta, fatorada, polinomial, científica).	3 e 4
		Números inteiros		3 e 4
		Números racionais		3 e 4
		Números irracionais		
	Operações	Adição e Subtração: significados		3 e 4
		Multiplicação e Divisão: significados		
		Potenciação		
		Radiciação		
		Cálculos		3 e 4
		Álgebra	Cálculo algébrico Obtenção de expressões equivalentes.	3 e 4

FONTE: O autor (2017)

Observamos que a fatoração se localiza, mais particularmente, no setor Números sob o tema Números Naturais e no setor operações, sob o tema Álgebra, nos ciclos 3 e 4, respectivamente.

Relativamente à fatoração numérica, o PCN (BRASIL, 1998, p. 66) apresenta:

Conceitos como os de “múltiplo” e “divisor” de um número natural ou o conceito de “número primo” podem ser abordados neste ciclo como uma ampliação do campo multiplicativo, que já vinha sendo construído nos ciclos anteriores, e não como assunto novo, desvinculado dos demais. Além disso, é importante que tal trabalho não se resuma à apresentação de diferentes técnicas ou de dispositivos práticos que permitem ao aluno encontrar, mecanicamente, o mínimo múltiplo comum e máximo divisor comum sem compreender as situações-problema que esses conceitos permitem resolver.

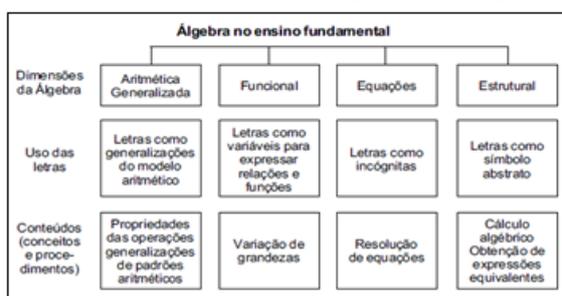
Nessa citação, encontramos elementos indicadores da importância de o professor conhecer toda a proposta de ensino e quais conhecimentos os estudantes devem ter, pois já iniciaram os estudos do campo multiplicativo. Contudo é importante lembrar que nem sempre o conceito de “campo multiplicativo” faz parte dos conhecimentos dos professores, atestando a falta de referências que possam auxiliá-los, no sentido de encontrar os domínios e setores já desenvolvidos com os estudantes de determinado ano escolar e melhorar suas aulas. Isso tornaria a proposta mais interessante.

Ademais, o documento enfatiza a necessidade de uma abordagem que ultrapasse um trabalho centrado nas técnicas de cálculo aritmético e algébrico, quando indica a possibilidade de utilização de situações-problema, mas deixa a cargo do professor a pesquisa sobre trabalhos que apresentem estas situações.

Quanto à fatoração numérica, sua função é representar uma forma de escrita alternativa para os Números Naturais “forma fatorada”, com possibilidade de ampliação do campo multiplicativo e a utilização de situações-problema onde essa nova escrita pode ser empregada, mas não existem exemplos de aplicações em diferentes campos que favoreçam o uso dessa nova escrita para o grupo de estudantes em que a noção de fatoração está sendo introduzida. Há pouca ênfase às aplicações, que se restringem a indicar a possibilidade de desenvolver situações-problema envolvendo mdc e mmc.

No tocante ao ensino da álgebra no Ensino Fundamental, o PCN (BRASIL,1998) assinala que apresenta no processo de escolarização diferentes interpretações e funções que podem ser atribuídas às letras (Figura 1).

FIGURA 1: DIFERENTES INTERPRETAÇÕES E FUNÇÕES ATRIBUÍDAS ÀS LETRAS



FONTE: PCN (BRASIL, 1998, p.116).

A partir da figura 1, verificamos que nosso estudo relativo à fatoração algébrica está situado na dimensão estrutural, na qual o uso das letras é interpretado como símbolo abstrato e os conteúdos destacados são o “*cálculo algébrico*” e a “*Obtenção de expressões equivalentes*”, os quais identificamos como tópicos na escala dos níveis de codeterminação, possibilitando trabalhar um conjunto de tarefas pontuais sem relacioná-las com conhecimentos retrospectivos ou algumas aplicações.

Observamos ainda que a álgebra na dimensão estrutural demanda conhecimentos anteriores das dimensões de aritmética generalizada, funcional e equações, o que consideramos corresponder à passagem da Aritmética para a Álgebra, visto que o documento indica a necessidade de generalizar o modelo

aritmético, utilizar as letras como variáveis e, na sequência, como incógnitas antes de introduzir o símbolo abstrato. Neste caso, são dados exemplos de conhecimentos matemáticos que se supõe tenham sido desenvolvidos anteriormente: padrões e sequências (6º e 7º ano); regra de três (7º ano); equações e inequações do primeiro grau (7º ano) e fatoração algébrica (8º ano).

Desse modo, o trabalho com as letras ganha uma nova dimensão no 8º ano, orientado por regras e propriedades das estruturas algébricas, tratadas como regras e leis do cálculo algébrico.

A partir desta reflexão, parece-nos importante elencar os objetivos do ensino de Matemática para o estudo da Álgebra, mais particularmente para o caso da fatoração nos terceiro e quarto ciclos.

QUADRO 1: OBJETIVOS DE MATEMÁTICA PARA O TERCEIRO E QUARTO CICLO

Objetivos de Matemática para o terceiro ciclo	Objetivos de Matemática para o quarto ciclo
<p><i>Do pensamento algébrico, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a:</i></p> <p>Reconhecer que representações algébricas permitem expressar generalizações sobre propriedades das operações aritméticas, traduzir situações-problema e favorecer as possíveis soluções;</p> <p>Traduzir informações contidas em tabelas e gráficos em linguagem algébrica e vice-versa, generalizando regularidades e identificar os significados das letras;</p> <p>Utilizar os conhecimentos sobre as operações numéricas e suas propriedades para construir estratégias de cálculo algébrico.</p>	<p><i>Do pensamento algébrico, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a:</i></p> <p>Produzir e interpretar diferentes escritas algébricas - expressões, igualdades e desigualdades -, identificando as equações, inequações e sistemas;</p> <p>Resolver situações-problema por meio de equações e inequações do primeiro grau, compreendendo os procedimentos envolvidos;</p> <p>Observar regularidades e estabelecer leis matemáticas que expressem a relação de dependência entre variáveis.</p>

FONTE: PCN (BRASIL, 1998).

De acordo com os objetivos expostos no quadro 1, é possível observar que a Álgebra como aritmética generalizada e funcional é proposta para ser desenvolvida no terceiro ciclo, enquanto o trabalho com a Álgebra na dimensão equações e estrutural é indicado para o quarto ciclo, o que pode gerar certo desconforto ou mesmo confusão para o aluno, se for desenvolvido de forma isolada, sem articular estas quatro diferentes dimensões.

A articulação fica a critério do professor, demandando um conhecimento dos setores e domínios da Álgebra, a ser desenvolvida no Ensino Fundamental,

considerando todas as etapas, sua introdução e sua utilização na inserção de novos conhecimentos até o final da Educação Básica, incluindo as possíveis aplicações.

Esta necessidade de articulação entre conhecimentos retrospectivos e novos conhecimentos nos parece problemática, pois a fatoração numérica é indicada para ser abordada no terceiro ciclo e não existe a proposta de revisita-la quando da introdução da fatoração algébrica no quarto ciclo.

Além disso, no PCN (BRASIL, 1998), justifica-se que a Álgebra como símbolo abstrato deve ser tratada após o estudante ter passado pelo ensino da Álgebra considerando as outras dimensões. Segundo o documento, a construção do conhecimento no trabalho com as letras auxilia na introdução e desenvolvimento da noção da Álgebra como uma linguagem, com regras e leis específicas, empregadas para a manipulação de expressões (o cálculo algébrico).

Para o caso específico da fatoração, o documento ressalta a importância de “que o aluno perceba que a transformação de uma expressão algébrica em outra equivalente, mais simples, facilita encontrar a solução de um problema” (BRASIL, 1998, p.118). Por “*outra expressão algébrica equivalente e mais simples*” subtende-se a utilização dos casos de fatoração e produtos notáveis também utilizados, por exemplo, na simplificação de frações algébricas para obter uma resposta mais simples e, especialmente, a necessidade do estudante reconhecer um objeto matemático em mais de uma forma de escrita.

Ressaltamos também que, neste documento, a função da fatoração e produtos notáveis no Ensino Fundamental – Anos Finais reside na resolução de expressões algébricas e tem como aplicação a simplificação de frações algébricas.

Mas julgamos importante observar que a fatoração e os produtos notáveis podem exercer seu papel de objetos protomatemáticos nas aplicações: resolução de equações do 2º grau, sistemas de equações, áreas e perímetros. Certamente, este trabalho compete ao professor que, dependendo do grupo de estudantes, pode propor situações-problema que proporcionem a aplicação prática da fatoração algébrica.

Desse modo, inferimos que a fatoração e os produtos notáveis enquanto objetos protomatemáticos correspondem a conhecimentos que inicialmente são ferramentas explícitas a serviço da resolução de expressões algébricas, mantendo este mesmo status quando utilizadas para simplificar o trabalho matemático em outros saberes.

Esta breve descrição da proposta de trabalho com a noção de fatoração evidencia a importância de o professor ter referências sobre as possibilidades de trabalho nos quatro níveis inferiores de codeterminação (tópicos, temas, setores e domínio) quando se consideram as noções de fatoração numérica e algébrica, pois só assim poderão utilizar esses conhecimentos como ferramentas explícitas para o desenvolvimento de novos conhecimentos, dando vida às noções de fatoração numérica e algébrica, considerando seu papel de objetos construídos nas práticas e que só podem viver como tal.

Em função dessas considerações, apresentamos na tabela 2 as possibilidades de utilização da fatoração numérica e algébrica relacionadas aos temas e domínios que podem ser considerados em cada ano, desde que se procurem situações-problemas adequadas a cada grupo de estudantes, respeitando seus conhecimentos retrospectivos.

TABELA 2: FATORAÇÃO NO ENSINO FUNDAMENTAL – ANOS FINAIS EM FUNÇÃO DOS TEMAS E DOMÍNIOS ASSOCIADOS AOS ANOS ESCOLARES NOS RESPECTIVOS CICLOS

Ciclo	Ano	Tema	Número e operações	Espaço e formas	Grandezas e medidas	Tratamento da informação
3	6 e 7	Fatoração numérica: mdc e mmc	X			
	6 e 7	Noções de álgebra (sequências)	X			
4	8 e 9	Fatoração algébrica: Produtos notáveis e Fatoração	X		X	
	8 e 9	Álgebra p. 84	X	X	X	X

FONTE: PCN (BRASIL, 1998).

Conforme a TAD, sabemos que o habitat é o lugar onde uma espécie vive, seu endereço, ou mesmo o lugar de residência do organismo e nicho, um conjunto de condições em que o indivíduo (ou uma população) vive e se perpetua. Podemos dizer que o nicho é o "modo de vida" de um organismo ou as funções que o organismo exerce.

Desse modo, a análise ecológica do documento revelou que a fatoração numérica tem seu habitat nos conjuntos dos Números Naturais, Inteiros, Racionais, Irracionais e Reais, e seu nicho está associado a uma nova escrita para os elementos do conjunto dos Números Naturais por meio de suas operações e propriedades, como a escrita de um número em fatores primos; mais especificamente, ela é considerada no tratamento de aplicações de determinação de

mmc e mdc e no estudo da equivalência das frações, ou seja, na redução ao mesmo denominador, quando o mmc é utilizado para facilitar o estudo da adição de frações. Propõe-se ainda que os professores ofereçam situações-problema para mostrar o interesse da noção de fatoração.

Para a fatoração algébrica, o habitat corresponde ao conjunto dos polinômios com coeficientes reais e seu nicho está associado às simplificações de expressões algébricas e de aplicações de diversos domínios, o que equivale às possibilidades de aplicação desse objeto protomatemático em situações-problemas de modo a simplificar a solução.

Apesar da orientação de associar os objetos fatoração numérica e algébrica às possibilidades de aplicação, essas não são explicitadas, cabendo ao professor pesquisar e encontrar, em função dos conhecimentos retrospectivos de seus estudantes, diferentes tipos de situações que mostrem a importância da fatoração na prática da resolução de tarefas matemáticas.

Assim, de acordo com o PCN (BRASIL,1998, p.22), “muitas vezes os conteúdos matemáticos são tratados isoladamente e são apresentados e exauridos num único momento”. Observamos isto no documento, com relação às noções de mdc e mmc, restritas ao início do terceiro ciclo sem ser revisitadas, e as noções de fatoração e produtos notáveis, apresentadas no início do quarto ciclo, só utilizadas como conhecimento retrospectivo disponível quando da introdução da noção de equação do segundo grau, o que é indicado explicitamente no documento. Embora dando ênfase à fatoração como ferramenta facilitadora da resolução de situações-problema, o documento não aponta outros domínios e setores que os professores poderiam pesquisar para encontrar este tipo de situação.

Na sequência, apresentamos elementos da análise praxeológica dos PCN.

ANÁLISE PRAXEOLÓGICA

Para a análise praxeológica do PCN (BRASIL,1998), optamos por apresentar a prescrição do tópico “conceitos e procedimentos”, por não constarem explicitamente no documento os tipos de tarefas programadas para cada conteúdo. Entendemos que este tópico representa os conceitos a serem trabalhados em cada ciclo, gerando praxeologias pontuais da noção apresentada, que correspondem a um complexo de técnicas, tecnologias e teorias organizadas pertinentes a um tipo de

tarefa. É por meio de conexões e associações entre conteúdos que será possível a integração de tipos de tarefas diversificadas, construindo novas praxeologias.

No quadro 2 subsequente, apontamos os quatro blocos de conhecimento, destacando “Números Naturais”, onde vivem os tópicos mmc e mdc e o tema álgebra, que traz os tópicos fatoração e produtos notáveis, constituindo um resumo do desenvolvimento proposto para o tema.

Para os Números Naturais, no terceiro ciclo, recomendam-se as noções de múltiplo e divisor de um número e, em consequência, a resolução de problemas que envolvem o mdc e mmc e, no quarto ciclo, prossegue a resolução de problemas com os Números Naturais. Já para o bloco da Álgebra no terceiro ciclo, encontramos generalizações sobre propriedades das operações aritméticas e, no quarto ciclo, indica-se a obtenção de expressões equivalentes a uma expressão algébrica por meio de fatorações e simplificações e, em seguida, a resolução de situações-problema envolvendo equações do segundo grau, cujas raízes possam ser obtidas pela fatoração. Faltam propostas praxeológicas explícitas, para as quais pudéssemos identificar a(s) técnica(s) e tecnologias privilegiadas.

QUADRO 2: CONCEITOS E PROCEDIMENTOS PARA OS NUMEROS NATURAIS E ÁLGEBRA NO 3 E 4 CICLO

Números Naturais	
Bloco: Números e Operações	
3 Ciclo	4 Ciclo
<p>Reconhecimento dos significados dos números naturais em diferentes contextos e estabelecimento de relações entre números naturais, tais como “ser múltiplo de”, “ser divisor de”.</p> <p>Análise, interpretação, formulação e resolução de situações-problema, compreendendo diferentes significados das operações, envolvendo números naturais, inteiros e racionais, reconhecendo que diferentes situações-problema podem ser resolvidas por uma única operação e que eventualmente diferentes operações podem resolver um mesmo problema.</p> <p>Cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) envolvendo operações com números naturais, inteiros e racionais -, por meio de estratégias variadas, compreensão dos processos nelas envolvidos, utilizando a calculadora para verificar e controlar resultados.</p> <p>Compreensão da potência com expoente inteiro positivo como produto reiterado de fatores iguais, identificando e fazendo uso das propriedades da potenciação em situações-problema.</p> <p>Resolução de problemas de contagem, incluindo os que envolvem o princípio multiplicativo, por meio de estratégias variadas, como a construção de esquemas e tabelas.</p> <p>Utilização de representações algébricas para expressar generalizações sobre propriedades das operações aritméticas e regularidades observadas em algumas sequências numéricas.</p>	<p>Análise, interpretação, formulação e resolução de situações-problema, compreendendo diferentes significados das operações, envolvendo números naturais, inteiros, racionais e irracionais aproximados por racionais.</p>

Álgebra	
Bloco: Números e operações	
3 ciclo	4 ciclo
<p>Utilização de representações algébricas para expressar generalizações sobre propriedades das operações aritméticas e regularidades observadas em algumas sequências numéricas</p> <p>Compreensão da noção de variável pela interdependência da variação de grandezas.</p> <p>Construção de procedimentos para calcular o valor numérico de expressões algébricas simples.</p>	<p>Identificação da natureza da variação de duas grandezas diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não proporcionais (afim ou quadrática), expressando a relação existente por meio de uma sentença algébrica e representando-a no plano cartesiano.</p> <p>Tradução de situações-problema por equações ou inequações do primeiro grau, utilizando as propriedades da igualdade ou desigualdade, na construção de procedimentos para resolvê-las, discutindo o significado das raízes encontradas em confronto com a situação proposta.</p> <p>Resolução de situações-problema por meio de um sistema de equações do primeiro grau, construindo diferentes procedimentos para resolvê-lo, inclusive o da representação das equações no plano cartesiano, discutindo o significado das raízes encontradas em confronto com a situação proposta.</p> <p>Construção de procedimentos para calcular o valor numérico e efetuar operações com expressões algébricas, utilizando as propriedades conhecidas.</p> <p>Obtenção de expressões equivalentes a uma expressão algébrica por meio de fatorações e simplificações.</p> <p>Resolução de situações-problema que podem ser resolvidas por uma equação do segundo grau cujas raízes sejam obtidas pela fatoração, discutindo o significado dessas raízes em confronto com a situação proposta.</p>
Bloco: Grandezas e medidas	
-	Cálculo da área

FONTE: PCN (BRASIL, 1998).

No quadro 2, fica evidente o fato de a fatoração numérica fazer parte do domínio Números e Operações, cuja proposta é de que seja trabalhada no sexto ano do terceiro ciclo, cabendo ao professor revisitá-la se necessário, assim como sua aplicação em outros domínios.

Já para o campo da Álgebra da disciplina Matemática, propõe-se iniciar por: observação de regularidades em sequências; estudo da relação de interdependência entre grandezas; introdução das equações, sistemas de equações, inequações e expressões algébricas e os cálculos possíveis de serem efetuados com estes objetos matemáticos para futura aplicação em situações-problema, mas é impossível identificar as praxeologias a serem desenvolvidas, ficando sob a responsabilidade do professor e dos materiais didáticos elaborar ou desenvolver tarefas que contemplem as orientações.

Observamos ainda que para a fatoração algébrica, após a introdução das expressões algébricas e do cálculo do valor numérico destas expressões, é proposto o estudo das expressões equivalentes por meio de fatoração e simplificação, porém o seu desenvolvimento não é considerado explicitamente.

Como exemplo explícito de situação-problema, consta apenas o da determinação das raízes de uma equação do segundo grau via fatoração. Este exemplo corresponde a uma praxeologia pontual, que pode ser analisada considerando: o *gênero* da tarefa: determinar (um verbo que indica a ação), o *tipo de tarefa*: determinar as raízes de uma equação do segundo grau, a *técnica*: fatoração algébrica, a *tecnologia*: as noções de equação do segundo grau, raízes da equação e fatoração algébrica e a *teoria*: elementos de álgebra elementar associados ao anel dos polinômios.

Outro exemplo de praxeologia pontual é o da equivalência de expressões algébricas, passível de ser analisada considerando: o *gênero* de tarefa: determinar, o *tipo de tarefa*: determinar a expressão algébrica equivalente à, as *técnicas*: os casos de fatoração, produtos notáveis e desenvolvimento, a *tecnologia*: regras e leis do cálculo algébrico, *teoria*: elementos de álgebra elementar associados à estrutura algébrica do corpo dos Números Reais.

Os exemplos apresentados mostram os limites do documento, que indica estas aplicações a partir do nono ano. Desse modo, compete ao professor propor diferentes exemplos dos casos de fatoração, podendo ser feito no oitavo ano, quando da introdução deste objeto protomatemático.

A fatoração numérica se detém ao domínio “Números e Operações” no setor “Números” e tema “Números Naturais”, durante o processo de escolarização no Ensino Fundamental – Anos Finais, vivendo apenas como técnica auxiliar na resolução de cálculos, especialmente para a adição de Números Racionais.

Observamos também que não existe relação entre a fatoração numérica e algébrica de forma explícita nas propostas indicadas neste documento, são noções independentes, desenvolvidas sem conexão, mesmo se no caso da fatoração algébrica, muitas vezes, utilizamos implicitamente a fatoração numérica como se fosse um conhecimento naturalizado.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O documento assinala a importância da reflexão sobre as orientações didáticas para cada bloco, objetivando fornecer subsídios para o ensino da Matemática e as condições em que se formam seus conhecimentos. Para isso, detalha os conceitos e procedimentos e “os modos pelos quais eles se relacionam

entre si, e as formas por meio das quais os alunos constroem esses conhecimentos matemáticos” (BRASIL, 1998, p. 95). No entanto, como já mencionamos acima, trata-se de uma apresentação geral que dá poucos elementos de ajuda aos professores no que se refere a grupos de estudantes diferentes dos idealizados nos documentos, implicando possíveis dificuldades.

O estudo por meio da escala hierárquica dos níveis de codeterminação permitiu reconhecer que é preciso articular tópicos, temas, setores e domínios para evitar a atomização do material de estudo que contrasta com a ambição original, que é ensinar Matemática (CHEVALLARD, 2002).

O estudo das relações institucionais esperadas via PCN (BRASIL, 1998) por meio da análise ecológica e praxeológica evidencia que, quando o estudante é chamado a utilizar a fatoração numérica e algébrica, é preciso que o professor esteja atento para revisitar a noção de fatoração, pois as noções de mdc, mmc e suas aplicações como a resolução de problemas que os envolvem são consideradas somente no sexto ano. Produtos notáveis e fatoração, resolução de expressões algébricas e simplificações de frações algébricas são enfatizadas apenas para o quarto ciclo, especialmente para o oitavo ano.

Observamos que no PCN (BRASIL, 1998), o nicho da fatoração numérica reside nas aplicações de determinação de mmc e mdc e no estudo da equivalência das frações e o nicho da fatoração algébrica corresponde às possibilidades de aplicação desse objeto em situações-problemas de maneira que a solução possa ser simplificada. Entretanto o documento não indica uma relação explícita entre a fatoração numérica e a algébrica, tratadas como noções independentes. Nesse caso, insistimos na necessidade de o professor atuar pelo menos nos níveis inferiores de codeterminação (tópicos, temas, setores e domínios) a fim de que possa juntar todas estas peças para formar um mosaico relativo aos saberes em torno da fatoração que garanta sua utilização como objeto protomatemático.

REFERÊNCIAS

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais*. Ensino de quinta a oitava séries. Brasília: MEC/SEF, 1998.

CHEVALLARD, Y. *Organiser l'étude 3: Ecologie e Régulation*. 2002. Disponível em: <http://yves.chevallard.free.fr>. Acesso em: 17 de março de 2017.

_____. *Les TPE comme problème didactique*. 2001. Disponível em:
<http://yves.chevallard.free.fr>. Acesso em: 2 de setembro de 2016.

_____. L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19(2), pp. 221-266, 1999.

_____ ; GRENIER, D. Le topos de l'élève. *Actes de la IX école d'été de didactique des mathématiques*, Houlgate, França, 1997.

_____. *Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques: l'approche anthropologique*. 1998. Disponível em:
<http://yves.chevallard.free.fr>. Acesso em: 2 de outubro de 2016.

LUDKE, M.; ANDRÉ, M.E.D.A. *Pesquisa em educação: abordagens qualitativas*. São Paulo: EPU, 2013.

MERCIER, A. La transposition des objets d'enseignement et la définition de l'espace didactique, en mathématiques. *Revue Française de Pédagogie*, n° 141, p.135-171, 2002.