NÚMEROS INTEIROS: UMA PROPOSTA DE ATIVIDADE INVESTIGATIVA

Gleicielle Neiva de Souza Fonseca[1]

Renata Arruda Barros[2]

Magno Luiz Ferreira[3]

Educação Matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental

Este trabalho tem como objetivo apresentar uma proposta metodológica para o ensino de números inteiros, baseada no referencial teórico de Campos Conceituais e no de Obstáculos Epistemológicos. Os alunos sentem dificuldades em aceitar o conceito de negativo e também de diferenciar as operações de adição e multiplicação de números inteiros, o que nos levou a crer que seja necessária uma reflexão sobre a forma como o assunto é tradicionalmente ensinado. Acreditamos que, conhecendo os obstáculos epistemológicos envolvidos no processo histórico de construção do conceito de números inteiros, e entendendo os campos conceituais aditivo e multiplicativo, poderemos propor uma atividade investigativa que auxilie os alunos a enfrentar as dificuldades encontradas na aprendizagem deste conceito. A proposta foi aplicada a alunos do 7º ano do Ensino Fundamental da rede pública de ensino e os resultados obtidos são analisados qualitativamente sob a luz da teoria de obstáculos epistemológicos e campos conceituais. Com a análise dos resultados obtidos, acredita-se que conseguimos alcançar o objetivo do trabalho e superar os obstáculos epistemológicos apresentados.

Palavras-chave: Números Inteiros. Obstáculos epistemológicos. Atividades investigativas. Campos conceituais.

1 – INTRODUÇÃO

No decorrer da nossa prática pedagógica, percebemos que alguns alunos apresentam dificuldades ao se depararem com as diferentes características dos diversos conjuntos numéricos. Pode-se observar que os alunos apresentam dificuldades na aprendizagem dos números negativos. Alguns alunos não conseguem compreender a possibilidade da existência de um número que seja negativo, fazem perguntas do tipo “mas o que significa isso?”; não aceitam que pode ser realizada uma operação “a- b”, onde b > a, para eles isso não é possível; e, por fim, querem utilizar o algoritmo da adição de números negativos também para efetuar as operações de multiplicação e divisão.

Esse trabalho irá se dedicar a discutir dificuldades relacionadas a esses números e as operações com eles realizadas. Mais especificamente, como dito anteriormente, estamos interessados em compreender as dificuldades na aprendizagem do conceito de número negativo e das mudanças existentes entre os algoritmos de adição/subtração para os de multiplicação/divisão.

1- Especialista em Ensino de Ciências e Matemática. Instituto Federal do Rio de Janeiro. gleici_23@hotmail.com.
2- Doutora em Ciências. Instituto Federal do Rio de Janeiro. renata.barros@ifrj.edu.br.
3- Mestre em Ensino de Matemática. Instituto Federal do Rio de Janeiro. magno.ferreira@ifrj.edu.br.

2- FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1- Campos Conceituais

A teoria de campos conceituais foi desenvolvida por Vergnaud, que era discípulo de Piaget, sua teoria é uma teoria cognitivista neopiagetiana. Vergnaud toma como premissa que o conhecimento está organizado em campos conceituais cujo domínio, por parte do sujeito, ocorre ao longo de um largo período de tempo, através de experiência, maturidade e aprendizagem (MOREIRA, 2002,p.8). Campo conceitual é, para ele, um conjunto informal e heterogêneo de problemas, situações, conceitos, relações, estruturas, conteúdos e operações de pensamento, conectados uns aos outros e, provavelmente, entrelaçados durante o processo de aquisição (ibid.)

Vergnaud define conceito como um tripleto de três conjuntos (MOREIRA, 2002, p.10), C = (S, I, R) onde:

> S é um conjunto de situações que dão sentido ao conceito;
>
> I é um conjunto de invariantes (objetos, propriedades e relações) sobre os quais repousa a operacionalidade do conceito, ou o conjunto de invariantes operatórios associados ao conceito, ou o conjunto de invariantes que podem ser reconhecidos e usados pelos sujeitos para analisar e dominar as situações do primeiro conjunto;
>
> R é um conjunto de representações simbólicas (linguagem natural, gráficos e diagramas, sentenças formais, etc.) que podem ser usadas para indicar e representar esses invariantes e, consequentemente, representar as situações e os procedimentos para lidar com elas.

Para Vergnaud, situação significa tarefa que pode ser didática ou algo que o aluno vivencia em seu dia a dia. Ao se deparar com uma situação, o aluno começa a criar esquemas a fim de resolver a tarefa. Para isso, ele irá utilizar os invariantes operatórios que ele possui (I) que serão representados usando os símbolos e a linguagem que ele desenvolveu no campo conceitual em questão (R).

O conceito de esquemas utilizado por Vergnaud foi introduzido por Piaget.“Vergnaud chama de esquema a organização invariante do comportamento para uma determinada classe de situações.” (MOREIRA, 2002, p.12)

Esquema, portanto, é a forma como cada pessoa reage a uma determinada situação, a maneira como cada pessoa resolve uma tarefa. Pessoas diferentes podem usar esquemas diferentes.

Conhecendo um pouco dos campos conceituais, vamos entender agora os dois campos conceituais que serão utilizados nesse trabalho, são eles o campo conceitual aditivo e o campo conceitual multiplicativo.

Para Vergnaud (Moreira, 2002),

> [...] o campo conceitual das estruturas multiplicativas consiste de todas as situações que podem ser analisadas como problemas de proporções simples e múltiplas para os quais geralmente é necessária uma multiplicação, uma divisão ou uma combinação dessas operações. [...] Analogamente, o campo conceitual das estruturas aditivas é o conjunto de situações cujo domínio requer uma adição, uma subtração ou uma combinação de tais operações.

O campo conceitual da multiplicação ou da adição não possuem esquemas apenas para atividades específicas dessas operações, eles estão relacionados com qualquer situação que envolva adição ou multiplicação para se chegar a um resultado final. Os alunos irão utilizar esses campos por toda a vida acadêmica e também em outras áreas como, por exemplo, biologia, química, entre outras.

Portanto, os alunos devem compreender claramente que esses campos são distintos e devem possuir seus esquemas, invariantes operatórios e representações para cada um deles.

2.2- Obstáculos Epistemológicos

Segundo Igliori (2010), um obstáculo de origem epistemológica é verdadeiramente constitutivo do conhecimento, é aquele do qual não se pode escapar e que se pode, em princípio, encontrar na história do conceito.

Sendo assim, não se pode evitar um obstáculo epistemológico. Pelo contrário, deve-se conhecê-los e buscar meios de enfrentá-los, usando-os a favor da aprendizagem do aluno. Um obstáculo epistemológico tem suas bases históricas quando está ligado ao processo de construção do conhecimento, e sua parte social quando está relacionado à aprendizagem do aluno. Corroborando com a ideia de PAIS:

> Se, por um lado, os obstáculos epistemológicos têm raízes históricas e culturais, por outro estão relacionados também à dimensão social da aprendizagem. Muitos deles estão próximos de representações elaboradas pelo imaginário do sujeito cognitivo. É nesse quadro que surgem dificuldades decorrentes de conhecimentos anteriores, bloqueando a evolução da aprendizagem. (p.44)

Os números inteiros surgiram para complementar os números naturais.

Segundo Sá e Anjos (2005), "os números negativos, os irracionais e os complexos têm sua trajetória originada nas necessidades da própria matemática, mais particularmente das manipulações algébricas", o que dificultava a aceitação desses números. Além disso, muitos povos utilizavam a geometria para resolver seus problemas, e por isso tiveram muita dificuldade em aceitar a existência de um valor negativo.

Durante muitos séculos, os números negativos não eram totalmente aceitos, eles eram chamados de falsos números. Muitos matemáticos importantes tiveram dificuldades de aceitar e trabalhar com números negativos, como por exemplo, Viéte, Descartes, Leibniz, Fermat, entre outros. Nesse sentido, é de se esperar que crianças de 11 anos também apresentem dificuldades para compreender esses números e a aceitação do conceito de negativo apresenta-se como um obstáculo epistemológico histórico.

O primeiro obstáculo epistemológico social que podemos identificar é a dificuldade que alguns alunos possuem em aceitar as operações do tipo "$a - b$" com $b > a$. Essa é decorrente de conhecimentos anteriores pois, até o 6º ano, os alunos aprendem os algoritmos da adição e da subtração, com relação a esse último sabemos que para o algoritmo funcionar o número maior deve vir antes do número menor, com isso os alunos acabam internalizando que não pode existir a operação: "$a - b$" com $b > a$.

Outro obstáculo de ordem social que pode-se observar está ligado a forma como os alunos aprendem soma e multiplicação no contexto dos números naturais. Na maioria das vezes, quando os professores ensinam multiplicação, mostram aos alunos seus diversos significados, e mostram também que a multiplicação pode ser obtida através de uma soma sucessiva. Por exemplo, $3 \cdot 4 = 4 + 4 + 4$. Assim, os estudantes querem sempre resolver a multiplicação através da soma, o que não funciona com os números inteiros. Isso porque, como dito anteriormente, adição e multiplicação são campos conceituais diferentes e quando os alunos querem usar o algoritmo da adição na multiplicação estão transformando tudo em um único campo conceitual.

Com as atividades espera-se que os alunos superem esses obstáculos, e assim criem novos esquemas para interpretar e resolver situações que envolvam números inteiros.

2.2- Atividades Investigativas

Esse trabalho irá usar a definição de Ponte (2009, p.01) no que se refere ao termo investigar. Segundo o autor investigar, seja o que for, "é procurar conhecer o que não se sabe".

As atividades investigativas permitem que o aluno reflita sobre a questão que está desenvolvendo, descobrindo suas dúvidas e meios de saná-las, julgando qual será eficiente e qual deve ser descartado.

> Nas investigações matemáticas, o aluno é convidado a agir como um matemático, não só na formulação de questões e conjecturas e na realização de provas e refutações, mas principalmente na apresentação dos seus resultados e na sua discussão e argumentação com os colegas e o professor (PONTE, 2009, p.23).

Segundo Ponte (2009), existem quatro momentos principais nas Atividades Investigativas:

- Exploração e formulação de questões investigativas (ou situações problemáticas);
- Organização de dados e construção de conjecturas;
- Realização de testes e refinamento e sistematização das conjecturas; e

- Construção de justificativas, argumentações ou demonstrações, tendo em vista a validação dos resultados.

A primeira parte, de exploração e formulação de questões, caberá ao aluno. Nessa etapa, os alunos devem ler a questão inicial e refletir sobre ela para que possam começar a formular questões e/ou gerar mais dados sobre a questão de arranque. Dentro da teoria de campos conceituais, essa parte está relacionada às situações que o aluno terá que confrontar.

Na parte de organização de dados e construção de conjecturas, os alunos vão começar a organizar os dados presentes na atividade, procurar algo familiar ou então procurar padrões que possam existir nesses dados. Dessa forma, acabam surgindo as conjecturas, ou seja, o aluno começa a usar os invariantes operatórios e as representações simbólicas que possui para criar esquemas que solucionem aquela situação.

Quando as conjecturas se formam na cabeça do aluno, começa então a fase de realização de testes e refinamento e sistematização das conjecturas. Aqui o aluno começa a pensar se a conjectura que ele criou funciona para várias situações ou se apenas para uma em específico. É nesse momento que o aluno começa, de forma inconsciente, a validar ou não seus esquemas.

Na última etapa das construções de justificativas e validação, o aluno procurará meios eficazes de explicar suas conjecturas e "convencer" seus colegas de que elas realmente são válidas. Caso os alunos não tenham bem definido as representações simbólicas dos campos conceituais terá dificuldades em criar as justificativas, mesmo que tenha resolvido o problema. Além disso, por meio da construção das justificativas, os esquemas que os estudantes possuem vão se fortificando ou se reorganizando e podem até mesmo surgir novos esquemas.

As atividades investigativas foram escolhidas como proposta metodológica desta pesquisa por acreditarmos que irão auxiliar na superação dos obstáculos epistemológicos e também no aprimoramento dos esquemas e dos campos conceituais que os alunos possuem.

A atividade realizada no momento 1 (anexo 1) possui os 4 momentos descritos por Ponte. Na questão 1 o estudante irá explorar e formular a questão, além de organizar os dados e construir conjecturas. Essa atividade foi escolhida como questão de arranque por permitir que o aluno sinta a necessidade de construir novos conceitos, e por ser uma situação que sempre é noticiada. Assim, o aluno já tem conhecimento prévio sobre esse tipo de situação. Durante as demais questões da atividade, o aluno irá realizar os testes e refinar e sistematizar as conjecturas, terá que confirmar se o que desenvolveu na questão 1 funciona corretamente em outras situações. Já a construção de justificativas, argumentações ou demonstrações, tendo em vista a validação dos resultados, são feitas no momento de discussão entre toda a turma e o professor.

3- DISCUSSÕES SOBRE AS ATIVIDADES

Neste capítulo, serão discutidas as atividades que foram realizadas com os alunos, analisando o comportamento e as respostas que eles encontraram para os problemas propostos. Inicialmente, descreve-se alguns imprevistos que ocorreram no decorrer da aplicação das atividades:

- Como a Secretária de Educação do Estado do Rio de Janeiro dividiu a matemática em duas disciplinas: matemática e resolução de problemas matemáticos (RPM). O que aconteceu durante a proposta foi que o professor de RPM ensinava o conteúdo através de fórmulas, indo na contramão do que propõe o trabalho, o que gerou, em determinados momentos, uma resistência dos alunos em refletir sobre o assunto.
- Outra dificuldade foi fazer com que os alunos repetentes quisessem "reaprender" o conteúdo sem a memorização de fórmulas.

Acredita-se assim que os resultados das atividades poderiam ter sido melhor avaliados se não houvesse contato, por parte dos alunos, com nenhum outro método.

No primeiro momento, foi desenvolvida a atividade 1 que foi feita pensando em como introduzir o conceito de número negativo de forma a enfrentar o obstáculo epistemológico histórico de aceitação da existência dos números negativos. A atividade foi montada como uma atividade investigativa e os alunos, em um primeiro momento foram solicitados a descrever o que poderiam perceber sobre as temperaturas na imagem a seguir.

A seguir, foi solicitado que fizessem a correlação entre as frases que possuíssem sentido contrário em uma tabela. A tabela trazia combinações do tipo: “Luiz fez uma trilha e subiu 1000 metros.” e “Clara estava passando férias na Serra e desceu 700 metros.” Essas questões têm como objetivo mostrar a necessidade de um outro tipo de número, bem como mostrar a diferença entre esses números. Posteriormente, o aluno tem o significado da palavra negação para que ele comece a associar os números que acabou de ver com essa ideia. Questionamos então como os alunos representariam os valores de cada uma das colunas. Dessa forma, espera-se que os alunos criem uma representação para as situações vistas anteriormente.

Vale ressaltar que o aluno fica livre para fazer a representação que quiser, como números, escrita ou mesmo desenhos. Nesse momento, o estudante estará aprimorando seu campo conceitual aditivo, visto que ele estará acrescentando o conceito de números negativos neste campo conceitual. No fim da atividade, após as discussões em grupo pôde-se perceber uma reflexão por parte deles, como podemos observar na seguinte fala: “pra quem quer aprender a atividade faz pensar”.

As dúvidas dos alunos foram sanadas durante a exposição e discussão das respostas, que ocorreu na segunda aula. Ao final da aula, os alunos chegaram à conclusão de que os números negativos representam a falta, e também compreenderam intuitivamente o significado de oposto aditivo.

O segundo momento serviu para definir números inteiros, o conceito de simétrico, a reta numérica e seu módulo. A aula iniciou-se com uma revisão oral de tudo que foi visto no primeiro momento.

A seguir, iniciamos uma nova atividade. As duas primeiras perguntas da atividade: “Será que existem vários números infinitos negativos, assim como os números positivos? Será que cada número positivo possui um correspondente nos números negativos?” têm como objetivo levar o aluno a refletir como seria esse conjunto de números negativos, além de leva-los a pensar sobre o oposto aditivo dos números. Os alunos responderam às duas primeiras perguntas sem apresentar dúvidas, o que nos mostra que eles conseguiram compreender que os números negativos representam o contrário dos números positivos, acreditamos assim que o obstáculo epistemológico histórico de aceitação dos números negativos tenha sido superado.

A questão 3 solicita que os alunos façam a construção da reta numérica com os números inteiros, usando o conceito de oposto aditivo. Os alunos conseguiram montar a reta numérica. No início, alguns alunos disseram que o -1 deveria vir ao lado do 1, e outros que deveria vir antes do 0, os próprios estudantes convenceram uns aos outros de como deveria ser a ordem.

Além disso, foram aplicadas também questões com a finalidade de levar o aluno a perceber que os números positivos e negativos se equidistam do ponto zero, para que seja introduzido o conceito de módulo dos números além de questões mais contextualizadas para que o aluno assimile melhor o conceito de módulo.

O terceiro momento foi para introduzir a adição e subtração. Um dos obstáculos epistemológicos que foi evidenciado é o de que os alunos têm tendência a utilizar o algoritmo da adição para resolver multiplicações. Para tentar minimizar esse obstáculo e aprimorar os campos conceituais dos alunos, antes de iniciar as atividades de adição fez-se uma discussão com os alunos sobre essas operações.

Na discussão foi perguntado a eles: “O que você entende por adição?” e “O que você entende por multiplicação?”. Discutiu-se as respostas dos alunos e apresentou-se alguns significados de adição: juntar, acrescentar; e de multiplicação: adição de parcelas iguais, combinação, proporcionalidade. Foram feitos alguns exemplos desses significados e destacou-se que a multiplicação algumas vezes pode ser uma adição porém ela é uma *adição apenas de parcelas iguais*. Após essa discussão, acredita-se que os estudantes compreenderam que são operações diferentes, e que cada uma delas tem suas propriedades e maneira de resolver.

Para iniciar essa atividade foi elaborada uma reta numérica, onde cada ponto era um imóvel da rua que os alunos usam para chegar na escola, optou-se iniciar esse momento com uma atividade mais contextualizada para facilitar o entendimento dos estudantes. Os próprios alunos foram dizendo onde deveria ficar cada lugar na reta numérica. Iniciamos com as questões:

Imagine que a sorveteria é o ponto zero da nossa rua, que indo na sorveteria para o posto estamos subindo a rua e que pro lado contrário estamos descendo a rua. A partir daí, os alunos foram solicitados a responder uma série de questões como esta: “Carla estava na sorveteria, ela foi ao Material de Construção e voltou para casa, quanto ela andou?”

Nessas questões, que foram feitas para introduzir a adição de números inteiros, todas possuem a mesma estrutura: uma situação onde pessoas andam pela rua e depois quatro questões. A letra ‘a’ sempre pergunta o sentido da rua em que a pessoa parou, assim o aluno já terá indiretamente contato com o sinal do resultado da operação. A letra ‘b’ pergunta quando a pessoa andou subindo a rua e quanto ela andou descendo a rua, com isso ele terá os números inteiros que representam essa operação, lembrando que nesse momento o aluno está apenas escrevendo as respostas sem utilizar os números. A letra ‘c’ pergunta o ponto em que a pessoa parou, temos aqui o resultado da operação. E por fim, na letra ‘d’ o aluno é convidado a transformar as informações que obteve nas letras anteriores em uma operação matemática.

A seguir, foram apresentadas questões diversas que envolvem números inteiros, a diferença dessas para as demais questões é que elas não possuem o passo a passo das primeiras questões, levando o aluno a começar o processo de abstração.

Por último, temos uma questão onde não há nenhuma contextualização, pretende-se que o aluno consiga observar as operações e resolvê-las, usando sua abstração.

Esse momento durou uma média de quatro a cinco aulas, pois houve a introdução e vários exercícios diferentes, crê-se que exercícios diversificados estimulam o aluno a pensar e agregam na aprendizagem. Corroborando com essa ideia Moreira (2002) diz que, “um conceito torna-se significativo através de uma variedade de situações, os conhecimentos dos alunos são moldados pelas situações que encontram e, progressivamente, dominam.”

O último momento foi relacionado com a multiplicação dos números inteiros, houve uma nova conversa com os alunos sobre a diferença da adição e multiplicação. Para introduzir a multiplicação dos números inteiros, escolheu-se atividades parecidas com as de adição, isso porque pretendeu-se que os alunos percebessem a diferença entre as operações, e assim não tivessem dúvidas na hora de utilizar os algoritmos.

Durante as atividades, foi relembrado com eles o significado de negativo, para que fossem percebendo como os sinais influenciam na multiplicação. Assim, puderam perceber que o sinal do primeiro número é o sentido que temos, e o sinal do segundo número determina se iremos inverter o sentido ou não.

Dedicar um tempo a mais introduzindo o conceito de número negativo, e discutindo com os alunos esse conceito foi importante, pois assim o obstáculo epistemológico de que "a operação a – b com b > a não existe" não surgiu durante as aulas. O primeiro momento auxiliou também para que, mesmo tendo contato com atividades de cunho financeiro, os alunos não associassem números negativos apenas à dívida, tendo uma visão mais geral do assunto.

Assim como a discussão descrita acima, a reflexão sobre as operações de adição e multiplicação e as atividades desenvolvidas influenciaram positivamente no aprendizado dos alunos, tendo em vista que eles não tentaram utilizar o algoritmo da adição na multiplicação e não questionaram o porquê de serem algoritmos diferentes.

Com todas as atividades desenvolvidas e com os resultados obtidos nas avaliações, acredita-se que os alunos foram desenvolvendo e aprimorando seu campo conceitual aditivo e seu campo conceitual multiplicativo, e os esquemas que utilizam para resolver atividades desses campos.

De acordo com a teoria de campos conceituais, as situações facilitam a compreensão dos alunos. Durante a prática isso se evidenciou porque os alunos possuíam mais facilidade em resolver os problemas do que em resolver as atividades não contextualizadas.

Durante o desenvolvimento das atividades alguns alunos fizeram o seguinte questionamento:

Aluno 2: "Mas professora como eu vou saber se o sinal é de subtração ou de negativo?".

Através desse questionamento, percebeu-se que os alunos agiam como se houvesse um campo conceitual para subtração, surgindo assim um novo obstáculo epistemológico social.

1- CONCLUSÕES

Esta análise nos leva a crer que as atividades auxiliaram no enfrentamento do obstáculo epistemológico histórico de aceitação dos números negativos. Através da atividade investigativa, os estudantes sentiram a necessidade de um novo número, não tendo esse conceito sido imposto a eles.

Observou-se também que as discussões sobre adição e multiplicação auxiliaram no aprimoramento dos campos conceituais aditivo e multiplicativo. Os alunos, no decorrer das atividades, não fizeram confusão entre essas operações e conseguiram perceber e criar campos conceituais diferentes. Não reduzindo as duas operações a um único campo conceitual, eles não tentaram utilizar o mesmo algoritmo nas duas operações.

Além disso, vimos surgir um novo obstáculo epistemológico social. Os alunos tiveram dificuldade em perceber que a subtração é, na verdade, a adição de um número positivo e um número negativo pertencendo, portanto, ao mesmo campo conceitual. Devido ao tempo limitado, não foi possível tentar superar esse obstáculo com esta turma. Pretende-se, em futuro próximo, realizar novamente a pesquisa de campo com a inclusão dessa atividade.

Espera-se que este trabalho contribua para o ensino de números negativos e seja de grande valia para os profissionais e pesquisadores em Educação Matemática interessados na utilização das teorias de Campos Conceituais, Obstáculos Epistemológicos e Atividades Investigativas, tanto em sala de aula como em produções científicas.

2- REFERÊNCIAS

BRASIL. ***Orientações Curriculares para o Ensino Médio***. Brasília: MEC,2006.

BRASIL. ***Parâmetro Curricular Nacional do Ensino Fundamental***. Brasília: MEC,1997.

BRASIL. ***Parâmetro Curricular Nacional do Ensino Médio***. Brasília: MEC,2000.

FIORENTINI, Dario; FERNANDES, Fernando Luis Pereira;CRISTOVÃO, Eliane Matesco**,** (2004). ***Um estudo das potencialidades pedagógicas das investigações matemáticas no desenvolvimento do pensamento algébrico.*** Projeto de pesquisa desenvolvido com auxílio da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP).

IGLIORI, S. B. C. **Obstáculo epistemológico e Educação Matemática**. In: Silvia D.A. Machado. (Org.). Didática da Matemática: Uma Introdução. 1ed.São Paulo: EDUC, 2010, v. 1, p. 89-113.

MOREIRA, M. A.. **A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e a pesquisa nesta área.** Investigações em Ensino de Ciências (UFRGS), Porto Alegre, v. 7, n.1, 2002.

PITOMBEIRA, J.B. **O Sistema de Numeração Decimal**. Caderno 5, Roteiro 1, p. 26-27. Multicurso Matemática Ensino Médio. FRM,2005.

PONTE, João Pedro da. BOCARDO, Joana. OLIVEIRA, Hélia. ***Investigações matemáticas na sala de aula***. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2003. Capítulo 2.

PONTE, João Pedro da. BOCARDO, Joana. OLIVEIRA, Hélia. ***Investigações matemáticas na sala de aula***. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2009. 160 p.

SA, P. F. ; ANJOS, L. J. S. . **Números Negativos: uma trajetória histórica.** In: IX Seminário Nacional de História da Matemática, 2011, Aracaju. Anais do IX Seminário Nacional de História da Matemática, 2011.