



## O SOFTWARE GEOGEBRA COMO AUXILIAR NO ENSINO DAS FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS A PARTIR DA CONSTRUÇÃO E VISUALIZAÇÃO DO CIRCULO TRIGONOMÉTRICO

**Romildo Pereira da Cruz**<sup>1</sup>

**Marli Teresinha Quartieri**<sup>2</sup>

**Geovana Luiza Kliemann**<sup>3</sup>

**Andreia Spessatto de Maman**<sup>4</sup>

### Educação Matemática, Tecnologias Informáticas e Educação à Distância

**Resumo:** O relato pretende socializar resultados decorrentes do uso do *GeoGebra*, particularmente para o estudo das Funções Trigonométricas. A aplicabilidade ocorreu durante a disciplina de Estágio Docência no Ensino Superior em uma turma com 34 alunos na disciplina Introdução às Ciências Exatas em uma Instituição de Ensino Superior do interior do RS/Brasil. O objetivo foi utilizar o *software* para fazer análise de funções ondulatórias. Neste, foram analisados os comportamentos e as percepções dos alunos a partir da utilização da ferramenta. A pesquisa de cunho qualitativa utilizou a observação sistemática. Os resultados apontam que na turma investigada, a participação em tarefas que envolveram uso de tecnologia e manipulação de materiais potencializou o aprendizado. Verificou-se ainda, que a interatividade proporcionada pelo *Software* contribuiu para que os alunos articulassem melhor o raciocínio lógico na busca de solução para as situações propostas.

**Palavras Chaves:** *GeoGebra*. Funções trigonométricas. Percepção dos alunos.

### INTRODUÇÃO E REFERENCIAL TEÓRICO

As tecnologias digitais têm emergido na sala de aula constantemente, muito em decorrência de que os alunos de hoje carregam, vestem, se comunicam, pesquisam, e realizam outras inúmeras ações por meio das tecnologias. Diante do contexto, propôs-se o desenvolvimento de atividades relacionadas às funções trigonométricas utilizando o *GeoGebra*.

O público alvo foi um grupo de 34 alunos dos cursos de Engenharias de uma instituição de Ensino Superior no interior do Rio Grande do Sul. A intervenção sucedeu-se em um breve intervalo de tempo (três encontros, com 3h30min cada).

Como consequência da proposta busca-se, analisar e interpretar as percepções dos alunos em relação ao uso do *software* nos processos de ensino e de aprendizagem. O pressuposto é de que a ferramenta proporciona aos alunos

---

<sup>1</sup> Mestre em Ensino. Centro Universitário Univates. [cruz-romildo@hotmail.com](mailto:cruz-romildo@hotmail.com)

<sup>2</sup> Doutora em Educação. Centro Universitário Univates. [mtquartieri@univates.br](mailto:mtquartieri@univates.br)

<sup>3</sup> Mestre em Ensino de Ciências Exatas. Centro Universitário Univates. [geovanakliemann@universo.univates.br](mailto:geovanakliemann@universo.univates.br)

<sup>4</sup> Mestre em Ensino de Ciências Exatas. Centro Universitário Univates. [andriah2o@univates.br](mailto:andriah2o@univates.br)

vivência de novas experiências que se acredita, serem diferentes das vivenciadas no ensino tradicional.

Durante os encontros foram exploradas, problematizadas e desenvolvidas atividades com o auxílio de *tablets* e/ou *notebooks*. Quanto à metodologia, optou-se pela qualitativa e, do ponto de vista dos procedimentos, pode-se classificar o estudo em pesquisa-ação. Para a coleta de dados, utilizou-se a observação sistemática. Por fim, realizou-se a análise de conteúdo dos depoimentos acerca das percepções dos alunos em relação à utilização da ferramenta.

Com intuito de fundamentar a investigação, buscou-se apoio nas concepções de autores que já investigam a temática. De acordo com Borba (2010), o uso de *softwares* na área da educação, especialmente na área da Matemática, pode tornar a tarefa de ensinar mais fácil, podendo ser utilizados de diferentes maneiras pelo professor. Além disso, atraem a atenção dos estudantes, por serem mais interativos e dinâmicos que atividades que envolvam apenas lápis e papel.

Em relação ao conteúdo das funções trigonométricas, muitos alunos apresentam dificuldades para visualizar e absorver as diversas informações advindas de aulas puramente expositivas. Nesse sentido, supõe-se que o uso das TDIC<sup>5</sup> pode contribuir para uma melhor compreensão dos conceitos, uma vez que os alunos podem observar e elaborar simulações, percebendo as relações existentes em cada caso. Infere-se ainda, que participando da construção com uso do *software*, o estudante pode colocar em prática os conhecimentos sobre o conteúdo, e ainda reparar dúvidas em relação ao mesmo.

De acordo com Grando (2004), a utilização de *softwares* é importante no contexto das aulas de Matemática, pois permite ao aluno fazer conjecturas, simulações, experimentações, antecipações, aumentar a criatividade, o senso crítico e as estratégias para a resolução de problemas. Bortolossi (2012), salienta que o *GeoGebra* proporciona a articulação entre registros algébricos e gráficos das funções, especialmente permitindo a interação, dificilmente realizável através de papel e lápis.

De acordo com Bortolossi (2012), o *software* tem a vantagem didática de apresentar, ao mesmo tempo, duas representações diferentes de um mesmo objeto que interagem entre si: sua representação geométrica e sua representação

---

<sup>5</sup> Tecnologias Digitais da Informação e da Comunicação

algébrica. A interatividade com as interfaces do mesmo proporcionam a manipulação do objeto matemático “Função” de maneira diferente, possibilitando ao aluno agir sobre o mesmo num contexto abstrato.

De acordo com Santos (2005), no caso específico do conteúdo “Funções”, destaca-se que as TICs<sup>6</sup> oportunizam um ambiente mais dinâmico. O mesmo autor escreve que as atuais tecnologias oferecem possibilidades para que a representação passe a ter caráter ativo, e isto tem reflexos nos processos cognitivos.

Para Borba e Penteadó (2007), o ensino tradicional de funções enfatiza, sobremaneira, a dimensão algébrica, com destaque para a expressão analítica de uma função, sem quase fazer referência à sua dimensão tabular (numérica) e gráfica (geométrica). Ainda, segundo os autores (2007, p. 30): “Conhecer sobre funções passa a significar saber coordenar representações. Essa nova abordagem só ganha força com ambientes computacionais que geram gráficos vinculados a tabelas e expressões algébricas”.

Nesse sentido, acredita-se que a utilização das TICs prescinde de transformação na maneira de planejar e executar as aulas, pois esses recursos impõem novos ritmos e dimensões à tarefa de ensinar e de aprender. De acordo com Borba (2010), o aprender exige participação, motivação e interesse do aluno, o que determina, muitas vezes, o desenvolvimento de habilidades cognitivas.

## **CONTEXTUALIZAÇÃO DAS ATIVIDADES**

Inicialmente, fez-se uma explanação sobre o estudo das funções *seno*, *cosseno* e *tangente* ressaltando a importância das mesmas e, de como são percebidos os fenômenos periódicos no dia a dia. Logo após, efetivou-se a exploração das potencialidades do *GeoGebra* com os alunos, a partir dos seguintes questionamentos:

Vocês conhecem algum *software* matemático livre?

Alguém conhece o *software GeoGebra*? Já utilizou em alguma atividade?

Vocês acham que a utilização de recurso computacional nas aulas de Matemática facilita a compreensão dos conteúdos?

Observou-se que do total de alunos apenas três responderam a primeira pergunta e disseram que conheciam e, citaram o *GeoGebra*, mas nunca tinham

---

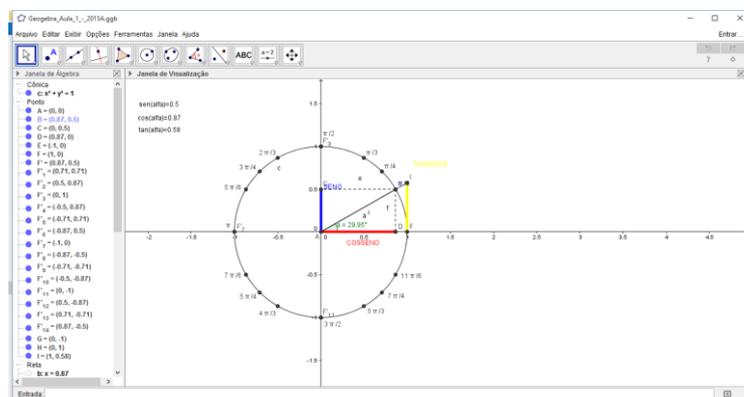
<sup>6</sup> São Tecnologias usadas para reunir, distribuir e compartilhar informações.

trabalhado com o mesmo para explorar as funções trigonométricas. Sobre a importância de utilizar um recurso computacional nas aulas de Matemática, a maioria respondeu ser interessante, pois é uma forma de diversificar as aulas e torná-las mais dinâmicas. Sobre sua utilização no estudo das funções *seno*, *coosseno* e *tangente*, incitaram que poderia facilitar a construção de gráficos e possibilitar melhor compreensão do conteúdo.

Após a conversa inicial, foi mostrado um vídeo “Tutorial *GeoGebra*” de aproximadamente seis minutos, disponível em: <http://www.youtube.com/watch>. A exposição do vídeo teve como objetivo apresentar aos alunos as possibilidades de usabilidade do *software*. Posteriormente, propôs-se a utilização do tutorial de construção do círculo trigonométrico escrito por Maman; Ziegler e Pritsch (2014), disponibilizado no ambiente virtual<sup>7</sup> da disciplina.

Em seguida, utilizando um projetor multimídia, mostrou-se o passo a passo, da construção do círculo trigonométrico (Figura 1), como também, da construção dos gráficos das funções, a partir da circunferência de raio unitário, considerando o intervalo de 0° a 360°.

Figura 1: construção do ciclo trigonométrico pelo professor



Fonte: os autores.

Cabe ressaltar que as construções dos triângulos retângulos e do círculo trigonométrico foram realizadas em *notebooks* e *tablets*. O intuito da utilização das diferentes plataformas ocorreu para que os discentes percebessem os distintos meios que poderiam ser utilizados em suas aulas. Durante o processo, os alunos demonstraram interesse e entusiasmo com a construção e animação do círculo e dos gráficos das funções mencionadas.

<sup>7</sup> Plataforma virtual pedagógica desenvolvida para auxiliar o professor na promoção de ensino/aprendizagem mediado por tecnologia.

Nesse contexto, algumas atividades foram propostas, a exemplo do quadro 1. Estas foram desenvolvidas com a mediação do pesquisador. As intenções eram revisitar conceitos relacionados às funções *seno*, *coseno* e *tangente*. A seguir apresentam-se algumas atividades desenvolvidas durante o processo.

Quadro 1 – Atividades propostas inicialmente

Utilizando o ciclo trigonométrico que acabamos de construir no *Geogebra*, observe as relações existentes e desenvolva os exercícios a seguir.

1. Como o ponto **B** é um ponto do Plano Cartesiano e do ciclo trigonométrico, ele é um par ordenado  $(x; y)$ . Então:

A medida do segmento  $\overline{AC}$ , representado sobre o eixo  $Oy$ , indica o(a) **SENO** do ponto **B**.

A medida do segmento  $\overline{AD}$ , representado sobre o eixo  $Ox$ , indica o(a) **COSENO** do ponto **B**.

A medida do segmento  $\overline{FI}$ , representado pela reta perpendicular ao eixo  $Ox$ , indica o(a) **TANGENTE** do ponto **B**.

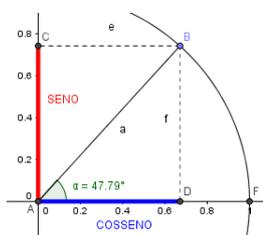
2. Utilize seu ciclo trigonométrico construído no *Geogebra*, para localizar os arcos e verifique os valores do seno, coseno e tangente de cada ângulo.

Âng/ $f(x)$	$0$ ou $0^\circ$	$\frac{\pi}{2}$ ou $90^\circ$	$\pi$ ou $180^\circ$	$\frac{3\pi}{2}$ ou $270^\circ$	$2\pi$ ou $360^\circ$
<b>Sen(x)</b>					
<b>Cos(x)</b>					
<b>Tg(x)</b>					

3. Observando a figura a seguir, retirada do ciclo trigonométrico que você acabou de construir, é possível observar um triângulo retângulo, que relaciona os valores de seno e coseno.

a) Você consegue enxergar alguma relação conhecida?

b) Explique seu pensamento matematicamente.



4. Utilizando *GeoGebra* construa os gráficos e determine a imagem, o domínio e o período das funções seno, coseno e tangente a seguir:

a)  $f(x) = \text{sen } x$

f)  $f(x) = 2 \cos x$

b)  $f(x) = 2 \text{ sen } x$

g)  $f(x) = 3 \cos x$

c)  $f(x) = 3 \text{ sen } x$

h)  $f(x) = \frac{1}{2} \cos x$

$$d) f(x) = \frac{1}{2} \operatorname{sen} x$$

$$i) f(x) = \operatorname{tg} x$$

$$e) f(x) = \operatorname{cos} x$$

$$j) f(x) = 2 \operatorname{tg} x$$

Fonte: CRUZ, 2016.

Ao término das atividades, alguns alunos relataram que acharam a aula interessante e, demonstraram interesse em utilizar o *GeoGebra* em outras atividades. Este fato pode ser observado como uma consequência por vez que o mesmo oferece uma série de recursos que podem dinamizar os conteúdos e, dar autonomia na busca pela construção do conhecimento. Os depoimentos a seguir, evidenciam tais percepções:

*Que legal profe! O uso do software torna a aula dinâmica, o entendimento do conteúdo melhor. É fácil de usar. [ALUNO 11].*

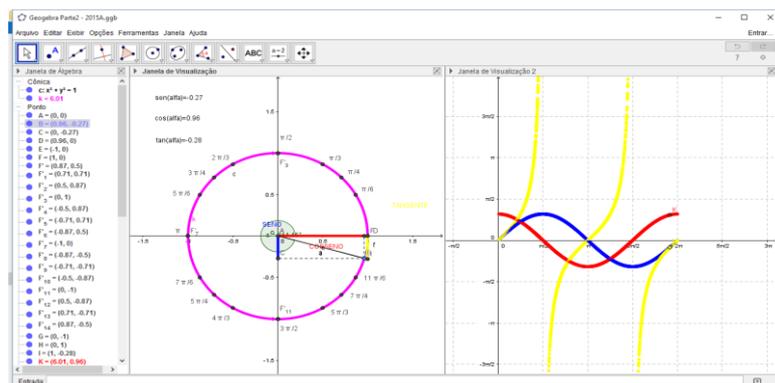
*Acho bom utilizar o computador para construir gráficos no GeoGebra. [ALUNO 15].*

*O GeoGebra será bastante útil para a realização das demais atividades propostas. Além de propiciar a construção de conhecimento individual. [ALUNO 22].*

No seguimento das aulas, os alunos foram instigados a construir os gráficos das funções *seno* e *cosseno* por meio do *software*, utilizando os vários recursos que o mesmo oferece. No interim disponibilizou-se a parte II do tutorial. As atividades que se seguiram, destinaram-se a determinação do seno, do cosseno e da tangente de um ângulo no círculo trigonométrico, por meio de projeções nos eixos das funções utilizando o *GeoGebra*.

Com intuito de verificar as ações colaborativas propôs-se que a realização desta atividade fosse desenvolvida em duplas, pois nem todos os alunos da turma dispunham de um recurso computacional, *notebook* ou *tablet*. Sendo assim, foi possível fazer com que todos os alunos participassem do momento de construção e também da discussão das possíveis soluções das atividades propostas. Ressalta-se que eles se sentiram bastante empolgados durante a utilização dos recursos que permitem a animação dos gráficos (Figura 2).

Figura 2 – Animação do ciclo trigonométrico



Fonte: os autores, 2016.

O desempenho da leitura gráfica no *software*, na construção da segunda parte do círculo trigonométrico, para calcular as funções trigonométricas, foi o foco da atividade. Para reforçar, procurou-se apresentar tarefas que preconizassem os arcos na representação em graus e também em radianos. Esta atividade objetivou sistematizar algumas razões trigonométricas que são obtidas por meios de fórmulas ou projeções.

Nas atividades seguintes, os alunos observaram o comportamento do gráfico no *software* e o reproduziram no papel para reforçar a observação e a compreensão desta representação das funções. As atividades foram encerradas com alguns questionamentos que serviram como sistematização do conteúdo abordado.

Percebeu-se durante a realização das atividades, a interação entre os alunos. E que os mesmos desenvolveram-nas sem maiores dificuldades. Quando necessário, solicitavam a presença do professor/estagiário para esclarecer eventuais dúvidas. Um fato interessante que chamou a atenção foi quando um aluno comentou que, nunca havia imaginado que seria possível aprender Matemática de forma diferente que do método tradicional. Em consonância com explicitado seguem os depoimentos:

*O GeoGebra é muito útil para o entendimento do conteúdo por nós alunos, facilita a compreensão e também facilita para o professor não ficar explicando e explicando o mesmo assunto. Tira dúvidas e pesquisa mais rápido! [ALUNO 6].*

*Nunca imaginei que um aplicativo pudesse ser tão útil quanto à explicação de um professor, e melhor, nele podemos repetir o procedimento tantas vezes quanto quiser, até entender. Isso é incrível, muito diferente do ensino tradicional. [ALUNO A16].*

Por meio desta atividade teve-se a oportunidade de avaliar o desempenho e interesse dos alunos. Os resultados alcançados foram satisfatórios, pois a maioria sentiu-se motivado em explorar com mais afinco o conteúdo, o que repercutiu em um melhor aproveitamento do mesmo. Desse modo, infere-se que o objetivo

principal da proposta de trabalhar as funções trigonométricas por meio da inserção de recursos computacionais foi atingido.

## **CONSIDERAÇÕES**

Considerando a experiência de anos anteriores ministrando o mesmo conteúdo, onde o estudo das funções trigonométricas era desenvolvido sem fazer uso de recursos computacionais, percebeu-se que houve uma evolução nos processos de aprendizagem. Isto é, houve uma maior aproximação do entendimento da interpretação gráfica. Como justificativa, destaca-se a participação da turma na realização das atividades propostas e substancial compreensão dos conceitos das funções trigonométricas abordados.

Verificou-se ainda, que a interatividade proporcionada pelo *software GeoGebra* contribuiu para que os alunos articulassem melhor o raciocínio lógico na busca de solução para as situações propostas, sendo assim, um facilitador entre a compreensão da teoria e da prática. Contudo é importante salientar que, quando o professor se dispõe a trabalhar com uma tecnologia deve estar ciente de que essa, por si só, não é suficiente para garantir sucesso nos processos de ensino e de aprendizagem, mas que pode possibilitar avanços significativos. Dependendo da forma em que é utilizada. Deste modo, consideramos que o objetivo proposto inicialmente foi atingido.

Portanto, espera-se que este trabalho possa contribuir não somente para formação destes autores, mas que possa servir como um convite à reflexão para outros professores de Matemática. Em particular, para aqueles que desejam aprimorar seus conhecimentos e entendam que ensinar e aprender dentro de uma sociedade em constante transformação requer a necessidade de trabalhar com novas estratégias e diferentes metodologias de ensino.

## **REFERÊNCIAS**

BORBA, M. de C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

BORBA, M. S. **Professores que utilizam tecnologias em suas aulas: como expressam situações pedagógicas de suas práticas?** 2010. Dissertação (mestrado) – Universidade Federal de Pelotas. Pelotas, 2010.

BORTOLOSSI, H. J. **GeoGebra. Software de Matemática Dinâmica Gratuito**. Disponível em <http://www.professores.uff.br/hjbortol/GeoGebra/index.html>. Acesso em: 15 de abr. 2017.

CRUZ, R. P. da.; MAMAM, A. S. de. **O ensino de funções trigonométricas com a utilização do software Geogebra**. (Org): OLIVEIRA, E. C.; QUARTIERI, M. T. In:

Práticas docentes no ensino de Ciências e Matemática: possibilidades, reflexões e quebra de paradigmas. Lajeado/RS: ed. UNIVATES, 2016.

GRANDO, R. C. **O jogo e a matemática no contexto da sala de aula**. São Paulo: Paulus, 2004.

MAMAN, A. S. De Maman; ZIEGLER, J. de R.; PRISTSCH, R. A.I. **Tutorial: Construção do Ciclo Trigonométrico e Funções**. Disponível: os autores, 2015.

SANTOS, E. P. **Função afim  $y=ax+b$ : a articulação entre os registros gráficos e algébricos com o auxílio de um *software* educativo**. Dissertação Mestrado em matemática. Puc. São Paulo, 2005.

VALENTE, J. A. **Diferentes usos do computador na educação**. 1995. Disponível em:

<http://www.mrherondomingues.seed.pr.gov.br/redeescola/escolas/27/1470/14/arquivos/File/PPP/Diferentesusosdocomputadoreducacao.PDF>. Acesso em: 01 mai. de 2017.