



A DIALÉTICA DO LÓGICO E DO HISTÓRICO SUBSIDIANDO A SUPERAÇÃO DE DISTORÇÕES METODOLÓGICAS E HISTÓRICAS NO ENSINO DO SISTEMA NUMÉRICO HINDUARÁBICO.

José Roberto Boettger Giardinetto¹

Educação Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental

Resumo:

Utilizando-se como referencial teórico a relação dialética entre o lógico e o histórico, no âmbito da teoria marxista de conhecimento, este trabalho aponta distorções metodológicas associadas a distorções históricas, de situações de ensino em que se utilizam o ábaco, na compreensão da gênese do sistema hinduarábico e dos algoritmos das quatro operações aritméticas: a utilização de ábacos com hastes ou miçangas coloridas e a utilização de mais de um ábaco na execução das operações aritméticas. Escolheu-se, neste trabalho, analisar a divisão exemplificando, nessa operação aritmética, como nas demais operações, o uso de um único ábaco.

Palavras Chaves: Educação Matemática. História da Matemática. Lógico e Histórico. Ábaco

INTRODUÇÃO

Muitas vezes, recursos metodológicos empregados no intuito de facilitar a aprendizagem têm induzido concepções equivocadas da histórica do conceito envolvido. O objetivo desta Comunicação é alertar para este problema, muitas vezes não percebido ou considerado um problema “menor”.

Esta comunicação pretende inicialmente apontar algumas questões teóricas acerca da relação entre o lógico e o histórico (item 1) na medida em que subsidiam a reflexão na análise e superação de duas situações envolvendo o uso do ábaco que, segundo este trabalho, refletem um desconhecimento, na história, da importância do ábaco no processo de ensino e aprendizagem da gênese do sistema numérico hinduarábico e das quatro operações aritméticas (item 2)

Iniciando os subitens:

1. A relação entre o lógico e o histórico na reflexão da lógica do uso do ábaco

A relação dialética entre o desenvolvimento lógico e o desenvolvimento histórico de um conceito é oriunda dos estudos de Marx sobre economia política (MARX, 1983, pp 218-

¹ Doutor. Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Educação. Depto de Educação. E-mail: jrbgiar@fc.unesp.br



VII CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DA MATEMÁTICA

ULBRA – Canoas – Rio Grande do Sul – Brasil.

04, 05, 06 e 07 de outubro de 2017

Comunicação Científica

226). Segundo esse autor, a investigação histórica é orientada para a análise da forma mais desenvolvida do conhecimento. Denomina-se “lógica do produto”, o estágio mais desenvolvido da elaboração de um determinado conhecimento. Esse estágio revela a história de seu processo de elaboração. Em outras palavras, o lógico orienta o histórico.

Entretanto, cumpre observar que a investigação histórica não significa repetir todo o percurso histórico, mas sim, reproduzir a essência lógica das relações do conhecimento na sua forma atual, os traços essenciais que sintetizam, de forma lógica, o desenvolvimento histórico de um determinado conteúdo ou tópico matemático.

Esta lógica do produto orienta a captação dos aspectos essenciais ao longo de sua historicidade, bem como orienta a elaboração teórica de uma sequência lógica no desenvolvimento histórico, de forma que, nessa sequência, haja uma melhor compreensão de sua lógica. Trata-se da "sequência lógico-histórica" de ensino-aprendizagem que, segundo Duarte(1987, p.30), exige :

a) Analisar a estrutura lógica do conteúdo a ser ensinado. Essa análise fornecerá os pontos de desenvolvimento desse conteúdo, os antecedentes históricos (e não meramente cronológicos).

b) Com base na análise do item anterior, selecionar, da bibliografia disponível, os antecedentes históricos, isto é, as etapas essenciais da evolução daquele conteúdo.

c) Elaborar uma sequência lógico-histórica da evolução daquele conteúdo e tendo o conteúdo na sua etapa mais desenvolvida como ponto de referência, verificar se a sequência elaborada realmente é uma sequência lógico-histórica, isto é, se aquela é a sequência mais lógica da gênese daquele conteúdo.

O ensino do sistema numérico hinduarábico tem apontado uma diversidade na forma de utilização do ábaco como instrumento metodológico. Verifica-se, muitas vezes, um mau uso do ábaco, não apenas para a apropriação do sistema hinduarábico, mas também, para a compreensão do processo de incorporação por superação do ábaco na apropriação da lógica dos algoritmos das quatro operações, aspecto imprescindível nesse momento do processo de ensino-aprendizagem.

Tendo como referência a relação dialética entre o desenvolvimento lógico e o desenvolvimento histórico da gênese do sistema hinduarábico, esta aponta a relevância do ábaco como contribuição ao ensino desde conceito. O emprego do ábaco não deve ser de forma aleatória mas, coerente à lógica de seu emprego no decorrer da sua história. Trata-se de perceber que o ábaco carrega em sua estrutura e uso os traços essenciais da gênese do sistema



VII CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DA MATEMÁTICA

ULBRA – Canoas – Rio Grande do Sul – Brasil.

04, 05, 06 e 07 de outubro de 2017

Comunicação Científica

numérico hinduarábico e das quatro operações aritméticas, a saber, a correspondência “um para dez”; a lógica posicional; o zero (representação da coluna vazia); base decimal; a lógica que antecede a origem e que explica as etapas de operacionalização dos algoritmos das quatro operações aritméticas (adição, subtração, multiplicação e divisão) (GIARDINETTO, 2012, pp.37-52).

Inicialmente, de instrumento de registro, o ábaco se tornou instrumento de cálculo. A lógica dos algoritmos das quatro operações é consequência da lógica de operacionalização desses cálculos aritméticos no ábaco. O ábaco antecede o algoritmo: “somente quando a forma escrita adotou a mesma lógica da forma mecânica (o ábaco) é que se tornou possível o desenvolvimento da etapa seguinte, o cálculo escrito” (DUARTE, 1987, p.73).

Portanto, a utilização do ábaco como instrumento metodológico para a apropriação da lógica do sistema hinduarábico e das quatro operações aritméticas deveria se pautar na representação de sua lógica e sua história resultante da reflexão da relação entre o lógico e o histórico.

Entretanto, como dito acima, muitas vezes o que se vê, é um mau uso da lógica intrínseca da utilização do ábaco, percebida na investigação de sua história, não apenas para a apropriação do sistema hinduarábico, mas também, da compreensão do processo de incorporação por superação do ábaco na apropriação da lógica dos algoritmos das quatro operações. Trata-se do assunto dos próximos itens deste trabalho.

2. O uso do Ábaco no ensino: distorções metodológicas, distorções históricas

Um equívoco muito frequente do uso do ábaco, e já objeto de crítica em Duarte (1988) é sua representação via hastes e/ou miçangas coloridas. Por exemplo, é o que ocorre em Portela (2010) e Rodrigues (2013).

Em Portela (2010) os ábacos são compostos de “varetas verticais” sendo que para cada coluna utiliza-se miçangas (ou argolas) coloridas, conforme se observa na figura nº 1

Em Rodrigues (2013) os ábacos são iguais aos utilizados por Portela (2010). A diferença é que em Rodrigues (2013) cada vareta tem descrições correspondentes a “D”, “U”, “d”, “c” e “dm” (dm, porque este autor utilizou o ábaco para operar números decimais) (figura nº 2).



VII CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DA MATEMÁTICA

ULBRA – Canoas – Rio Grande do Sul – Brasil.

04, 05, 06 e 07 de outubro de 2017

Comunicação Científica

Figura n.º1 - Ábaco



Fonte: extraída de Portela (2010, p.05),

Figura n.º2 - Ábaco



Fonte: extraída de Rodrigues (2013, p.120).

Trata-se de um equívoco histórico. Na História da Matemática (o “histórico” explicando o “lógico”), não há presença de ábacos coloridos utilizados por determinadas culturas. E mais, a lógica do ábaco revela o caráter posicional dos algarismos. Seu emprego como recurso metodológico deve se pautar em evidenciar esse aspecto. Duarte (1988, p. 01) afirma:

Muita gente pergunta porque eu utilizo miçangas de mesma cor e do mesmo tamanho para todas as casas decimais do ábaco. Por que eu não utilizo, por exemplo, miçangas brancas para as unidades, azuis para as dezenas e vermelhas para as centenas (...) Essa diferenciação das casas decimais através da cor é utilizada entre os educadores, é recomendada por vários livros didáticos e por vários autores que escrevem sobre o ensino da Matemática. Outros, diferenciam as casas decimais através do tamanho das miçangas, fazendo as das dezenas de um tamanho diferente das miçangas das unidades e assim por diante.

O quadro-valor-de-lugar e o cartaz de pregas são variações do ábaco, isto é, são uma forma de ábaco utilizada pelos educadores para concretizar a lógica do sistema de numeração e de cálculo.(...)

Mas uma primeira informação que leva a se colocar em dúvida essa proposta é a de que na história da humanidade nenhum tipo de ábaco, criado enquanto instrumento de registro e de cálculo, utilizou qualquer tipo de distinção entre as miçangas de uma coluna e as de outra. E o motivo disso é muito simples: o ábaco se baseia na valorização das miçangas segundo a posição. É por isso que se diz que ele utiliza o valor posicional.



VII CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DA MATEMÁTICA

ULBRA – Canoas – Rio Grande do Sul – Brasil.

04, 05, 06 e 07 de outubro de 2017

Comunicação Científica

De registro de contagem, o ábaco transformou-se num instrumento de cálculo na medida em que

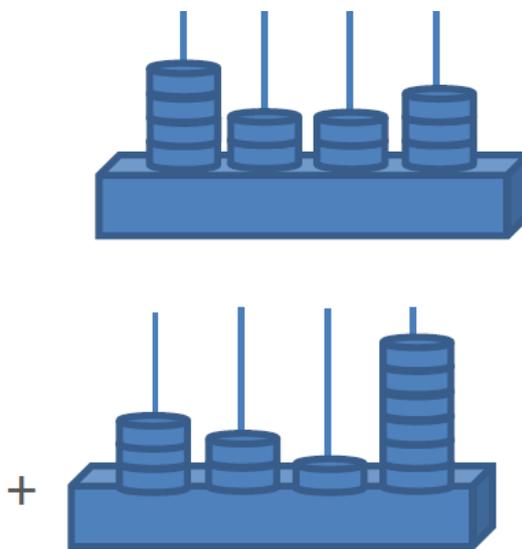
O homem percebeu que não precisaria ficar contando o novo conjunto formado pela união de dois outros. Ele poderia simplesmente "juntar" os dois registros, no ábaco, das quantidades de elementos de cada conjunto. E assim foi desenvolvendo pouco a pouco as outras operações. (DUARTE, 1987, p.59)

Importante observar o uso de apenas um ábaco para se realizar a operação da adição, assim como as demais operações aritméticas. **Um único ábaco.**

Esse fato é esquecido e constitui uma segunda distorção metodológica decorrente da não compreensão da essência lógico-histórica do ábaco: a equivocada ideia de associar, numa determinada operação, vários ábacos em correspondência ao número em operação.

Assim, uma operação de adição de duas parcelas é equivocadamente representada utilizando de dois ábacos (as vezes, até um terceiro como resultado), como se percebe na figura n.º 3 Silva (2011, p.105) (figura n.º 3)

Figura n.º3 - Representação de $4223 + 3216$ utilizando-se de dois ábacos



Fonte: extraída de Silva (2011, p.105).

Verifica-se que, em nome de uma estratégia metodológica utilizada para “facilitar” a apropriação de determinado conceito, acaba-se retratando um aspecto que não ocorreu na história e, mais, se seguisse o desenvolvimento lógico tal como realmente se deu em seu desenvolvimento histórico, a apropriação do conceito estaria garantida. Isto porque a lógica de funcionamento do ábaco é uma etapa essencial (que antecede) para a compreensão da



VII CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DA MATEMÁTICA

ULBRA – Canoas – Rio Grande do Sul – Brasil.

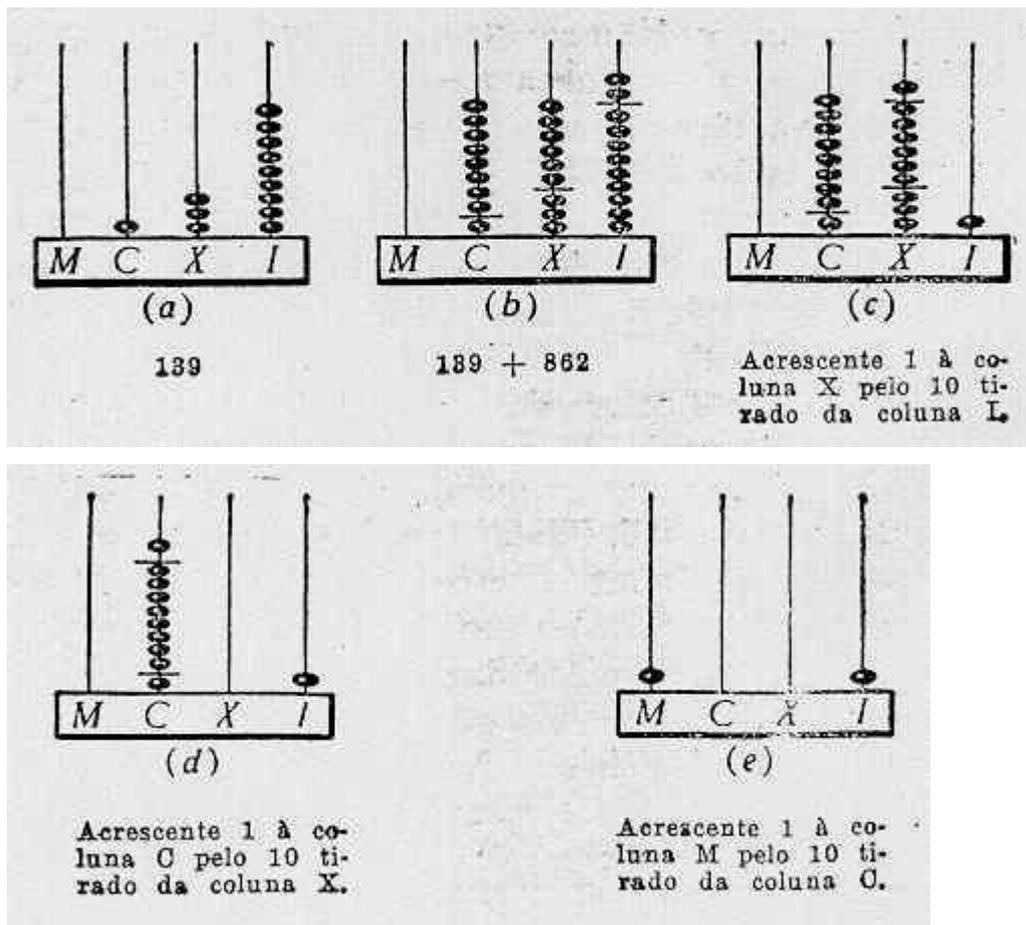
04, 05, 06 e 07 de outubro de 2017

Comunicação Científica

lógica do cálculo escrito. A lógica de cálculo no ábaco é a mesma do cálculo escrito (DUARTE,1989,p.49- 67).

Hogben (1946, p. 53) é conhecedor deste fato. Utiliza um único ábaco para efetuar as operações (figura n.º4).

Figura n.º 4 - Adição de 189 com 862 utilizando-se de um único ábaco



Fonte: extraída de Hogben (1946, p. 53).

Uma distorção decorrente desta equivocada interpretação de que para se efetuar um determinado cálculo exigem-se vários ábacos, é justificar aos alunos, o surgimento do algoritmo da divisão como superação do “problema” de ter vários ábacos como representação de divisores. Uma determinada divisão por cinco exigiriam 5 ábacos; uma divisão por 123 exigiriam 123 ábacos. Argumentam-se que tais situações teriam sido superadas pelo advento do algoritmo da divisão, pois, “dispensaria” o incômodo de utilizar vários ábacos em divisões. Por exemplo, verifica-se isso em Santos (2016, p. 86):



VII CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DA MATEMÁTICA

ULBRA – Canoas – Rio Grande do Sul – Brasil.

04, 05, 06 e 07 de outubro de 2017

Comunicação Científica

A análise deste episódio nos permitiu observar uma qualidade nova de pensamento, ao concluírem que a estratégia usada até então não era a mais eficiente, ou seja, tanto o uso de desenhos quanto o uso do ábaco não favoreciam o desenvolvimento do problema desencadeador. Esta situação favoreceu a compreensão dos estudantes diante de situações que envolvem divisão, possibilitando a formação de sentidos e significados ao compreender as relações de divisão que aparecem na situação-problema, apresentando sinais de desenvolvimento do conceito de divisão. **Ao se depararem com as limitações esperadas com as ações propostas com o ábaco, ou seja, ao utilizarem o ábaco como forma de representação de cada um dos divisores, necessitaram de muitos instrumentos para o desenvolvimento da situação-problema.** Perceberam a necessidade de qualidade nova de pensamento, numa relação de superação por incorporação, o que permitiu o entendimento da posição do algarismo no sistema de numeração e também dos agrupamentos e desagrupamentos para realizarem as divisões. (grifos nossos – JRBG)

O mesmo se verifica quando a autora realiza as divisões 426:3 e 523:5 (SANTOS, 2016, p. 88 a 89). Em relação a uma dessas divisões comenta:

No trecho do diálogo a seguir, também parte do Episódio 6, pudemos observar que Sarah já prediz um pensamento generalizante do processo de divisão com ábacos, mencionando o uso da técnica de divisão com chaves para realizar a divisão, podemos inferir que a estudante formou um sentido pessoal sobre o uso de técnica para resolver a divisão, fazendo uma relação entre a divisão que realizou, distribuindo igualmente as peças do ábaco, e a possibilidade de realizar a divisão usando algoritmo.

Entendemos, muito pelo contrário, que esse momento de superação em que se justificaria o surgimento do algoritmo, não decorre do suposto uso de tantos ábacos quanto são os divisores de uma determinada operação de divisão. Historicamente, um ábaco era utilizado para realizar todas as operações aritméticas. Bastava utilizar um único ábaco. O “histórico” esclarece o “lógico”. É como supor indivíduos se servindo de vários sorobans (ábaco japonês ainda muito utilizado, inclusive, nas escolas japonesas) para realizar divisões (ou adições, ou subtrações ou multiplicações). Portanto, não importa se o divisor é de uma quantidade maior que a unidade. Um ábaco bastava para dividir uma determinada quantidade por 5, 120, 2345, etc. Na divisão por 5, não se utilizam 5 ábacos; para 120, não se utilizam 120 ábacos. E assim sucessivamente.

Se um único ábaco realiza todas as operações, como isso seria para a divisão? Como demonstrado aos alunos o uso de um único ábaco para divisão?

Consideremos um exemplo 589 dividido por 40 (figura n.º 5).



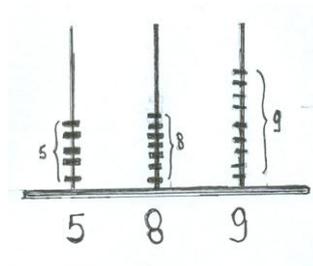
VII CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DA MATEMÁTICA

ULBRA – Canoas – Rio Grande do Sul – Brasil.

04, 05, 06 e 07 de outubro de 2017

Comunicação Científica

Figura n.º5 - Ábaco representando 589 dividido por 40

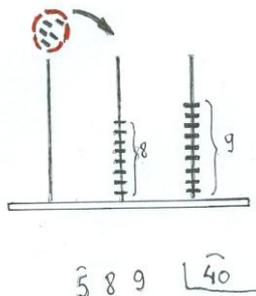


Fonte: elaborada pelo autor deste trabalho.

Explicando:

5 não é divisível por 40. É necessário transferir 5 miçangas para coluna das dezenas (figura n.º 6).

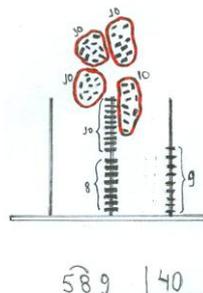
Figura n.º6 - Transferindo 5 miçangas da coluna das centenas



Fonte: elaborada pelo autor deste trabalho.

Na coluna das dezenas ficam 58 miçangas para dividir por 40 (figura n.º 7).

Figura n.º7 - 58 miçangas na coluna das dezenas



Fonte: elaborada pelo autor deste trabalho.



VII CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DA MATEMÁTICA

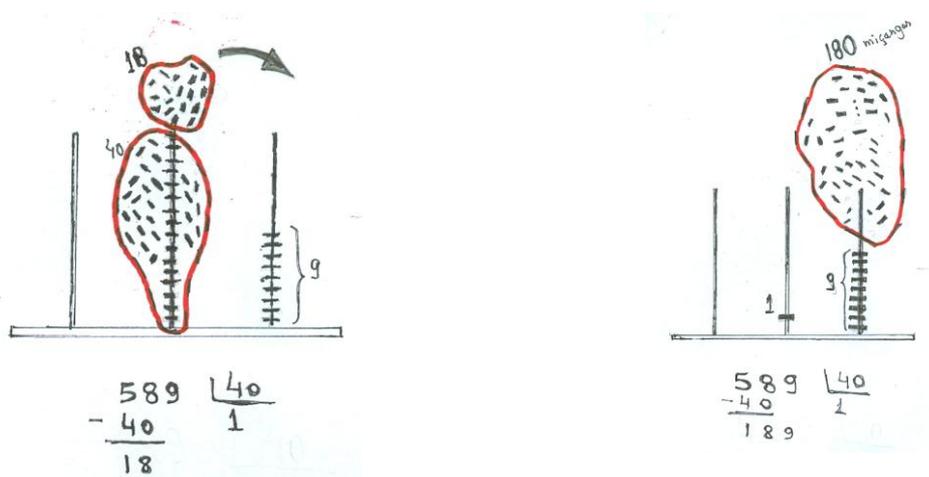
ULBRA – Canoas – Rio Grande do Sul – Brasil.

04, 05, 06 e 07 de outubro de 2017

Comunicação Científica

O que resultou a sobra de 18 dezenas. Não é possível dar prosseguimento à divisão, pois, 18 dezenas não são possíveis de dividir por 40. É necessário transferir 18 dezenas para a coluna das unidades (figura n.º 8), o que faz ter agora na coluna das unidades, 189 miçangas (figura n.º 09).

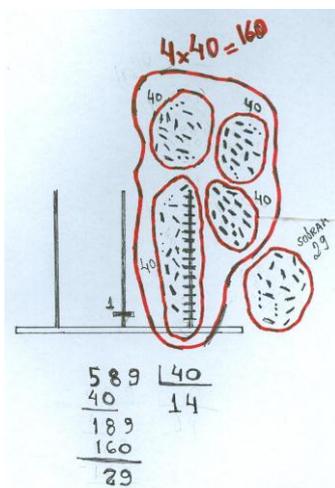
Figuras n.º 08 e 09 - Das dezenas para a coluna da unidade 189 miçangas



Fonte: elaboradas pelo autor deste trabalho.

189 miçangas dividido por 4 resulta 4 e resto 29 (figura n.º 10)

Figura n.º 10 - 189 unidades divididas por 40 resultam 4.



Fonte: elaborada pelo autor deste trabalho.



VII CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DA MATEMÁTICA

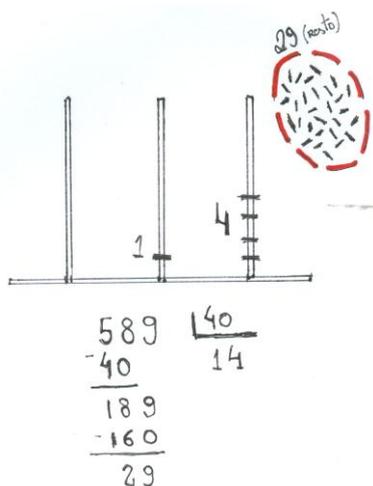
ULBRA – Canoas – Rio Grande do Sul – Brasil.

04, 05, 06 e 07 de outubro de 2017

Comunicação Científica

Mas há resto. Finalizando (figura n.º11):

Figura n.º 11 - 589 dividido por 40 resultam 14 e resto 29



Fonte: elaborada pelo autor deste trabalho.

Esse exemplo dá ideia do incômodo de operacionalização do ábaco com tantas miçangas. Incômodo contornado na História com o surgimento dos ábacos de mesa que se utilizavam de fichas, em vez de miçangas em colunas fechadas. As fichas poderiam ser “espalhadas” pela mesa (figura n.º 12).

Figura n.º 12 - Ábaco de mesa



Fonte: Ifrah (1989, p.305).

Outro exemplo: 8987 dividido por 52.



VII CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DA MATEMÁTICA

ULBRA – Canoas – Rio Grande do Sul – Brasil.

04, 05, 06 e 07 de outubro de 2017

Comunicação Científica

Só na coluna das dezenas de milhar transfere-se 80 miçangas para a coluna das centenas.

89 miçangas representando 89 centenas dividido por 52 resulta 1 e sobra de 37 centenas.

Transferindo 37 miçangas para a coluna das dezenas tem-se na coluna das dezenas 378 miçangas representando 378 dezenas !

378 dividido por 52 resulta 7 e sobram 14 miçangas que representam 14 dezenas de miçangas.

Transferindo 14 miçangas para a coluna das unidades tem-se na coluna das unidades 147 miçangas !!!!

147 dividido por 52 resulta 2 e sobras de 43 miçangas.

O resultado final é 172 com 43 de resto.

Os exemplos evidenciam como a execução do algoritmo da divisão é registro fiel dos procedimentos realizados no ábaco, passo por passo. O mesmo, nas demais operações aritméticas. A lógica intrínseca à operacionalização dos algoritmos segue a lógica de operacionalização do ábaco. E o ensino deveria retratar isso em sequências lógico-históricas coerentes à História da Matemática processada.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo deste trabalho foi apontar alguns equívocos fruto de distorções metodológicas associadas a distorções históricas. Para isso, procurou explicitar a relação dialética entre o lógico e o histórico como fundamento imprescindível para elaboração e sistematização de um ensino estruturado em sequências lógico-históricas de ensino.

REFERÊNCIAS

1. DUARTE, N. **A relação entre o lógico e o histórico no ensino da matemática elementar**. Dissertação (Mestrado). UFSCar. Centro de Educação e Ciências Humanas, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, SP, 1987.
2. _____. **Equívocos no uso do ábaco e do quadro-valor-de-lugar**. In: *Jornal do Professor de 1º Grau*, 1988.



VII CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DA MATEMÁTICA

ULBRA – Canoas – Rio Grande do Sul – Brasil.

04, 05, 06 e 07 de outubro de 2017

Comunicação Científica

3. _____. **O Ensino de Matemática na Educação de Adultos**. São Paulo: Cortez: Autores Associados, 1989.
4. GIARDINETTO, J. R. B. O ensino da Matemática na perspectiva da pedagogia histórico-crítica: sequências lógico-históricas de ensino. In ZANATA, E. M.; CALDEIRA, A. M de A.; LEPRE, R. M (orgs). **Cadernos de docência na educação básica I**. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2012.
5. HOGBEN, L. **Maravilhas da matemática**: influência e função da matemática nos conhecimentos humanos. Rio de Janeiro : Globo, 1956.
6. IFRAH, G. **Os números**: a história de uma grande invenção. Rio de Janeiro: Globo, 1989.
7. MARX, K. O método da economia política. In: MARX, K. **Contribuição à crítica da economia política**. São Paulo: Martins Fontes Editora, p. 218-226, 1983.
8. PORTELA, L. N. R. O ábaco como ferramenta de ensino em um clube de Matemática na escola. In: **XII Encontro Nacional de Educação Matemática**. São Paulo, 2016, Relato de Experiência, Anais.
9. SANTOS, S. M. P. dos. **Sentidos e significados do conceito de divisão provenientes de atividade orientadora de ensino**. Dissertação (Mestrado Profissional), Universidade Estadual Paulista, Campus de Bauru, 2016.
10. SILVA, J. B. R. da. **Formação continuada de professores que ensinam matemática**: o papel do ábaco na resignificação na prática pedagógica. Dissertação (Mestrado), RN: Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2011.
11. RODRIGUES, A. E. A. **Sistemas de numeração**: evolução histórica, fundamentos e sugestões para o ensino. Dissertação (Mestrado Profissional), Universidade Federal do Oeste do Pará, Instituto de Ciências da Educação, Programa de Pós-Graduação Matemática em Rede Nacional, Santarém, PA, 2013.
12. STRUIK, D. J. Sobre a sociologia da matemática. **Sociologia da matemática**. Lisboa: Associação dos Professores de Matemática, nº 3, 1998.