



SITUAÇÕES DE ENSINO DA FUNÇÃO EXPONENCIAL NOS LIVROS DIDÁTICOS

Adnielson Lima da Silva¹

Maria Lucia Panossian²

Educação Matemática no Ensino Médio

Resumo: Esta comunicação tem como objetivo mostrar os dados de uma pesquisa, em andamento e que se fundamenta nos pressupostos da teoria da atividade e psicologia histórico-cultural. Aqui, serão apresentados os resultados das análises de algumas situações de ensino de funções exponenciais encontradas em livros didáticos do PNL-2015, a partir de critérios criados com base na literatura e no movimento histórico e lógico dessa função. Os resultados mostram que os livros didáticos possuem um excessivo número de situações de ensino que envolve a substituição de valores numéricos nas variáveis das funções exponenciais, com estabelecimento da lei da função a partir de valores previamente organizados, o que nem sempre encaminha para a compreensão da noção de função exponencial e os nexos conceituais envolvidos.

Palavras-chave: Funções exponenciais. Situações de ensino. Livros didáticos.

INTRODUÇÃO

O conceito de função é considerado um dos mais importantes para a Matemática e também para a ciência em geral. Apesar disso, o processo de ensino e aprendizagem de funções vem se tornando sistematicamente motivo de grande preocupação para professores e pesquisadores, devido às dificuldades dos estudantes em entender tal conceito, como está relatado nas dissertações de Silva (2014) e Pereira (2010). No caso específico do conceito de função exponencial observa-se a dificuldade dos estudantes em reconhecer situações de crescimento exponencial considerando que muitas vezes o que se destaca no ensino é a substituição de valores numéricos nas variáveis, o estabelecimento da lei da função a partir de valores previamente organizados ou ainda a construção de gráficos mecanicamente.

Como professor há dez anos na rede pública do estado do Paraná, foi possível constatar o que é evidenciado pela literatura. A busca de condições para superar essa dificuldade desencadeou a necessidade dessa pesquisa de mestrado.

¹ Mestrando. UFPR - Curitiba. adnielson@ufpr.com.br

² Doutora. UTFPR - Curitiba. mlpanossian@utfpr.edu.br

Essa necessidade dirige-se a um objeto de pesquisa, no caso as situações de ensino de função exponencial. A partir deste objeto definiu-se o objetivo da pesquisa: investigar as situações de ensino de função exponencial considerando seu movimento histórico e lógico.

Para atingir o objetivo da dissertação, que ainda está em andamento, foram necessários diversos estudos bibliográficos referentes a princípios da teoria da atividade e da teoria histórico-cultural procurando compreender a função exponencial como produção humana em seu movimento histórico; pesquisas sobre o ensino de função exponencial; estudos de documentos curriculares; e obtenção de dados empíricos com professores da rede, entre outros. Neste artigo, definiu-se um recorte da pesquisa e serão apresentados apenas os procedimentos de análise de algumas situações de ensino da função exponencial obtidas em Livros Didáticos do Plano Nacional do Livro Didático (PNLD-2015)³.

Dessa forma, nos próximos itens, serão apresentadas a metodologia empregada; os critérios para análise das situações de ensino, e exemplos das situações analisadas.

1 AÇÕES METODOLÓGICAS E ELABORAÇÃO DE CRITÉRIOS DE ANÁLISE

As situações de ensino sobre função exponencial que fazem parte desta pesquisa foram selecionadas a partir dos livros didáticos indicados no PNLD (2015) e pretendeu-se estabelecer critérios que conduzissem a um modo geral de análise de tais situações que futuramente servissem como parâmetro para a prática dos professores da educação básica.

As coleções de livros didáticos de matemática, do Ensino Médio, escolhidas para análise das situações de ensino, foram as duas mais solicitadas pelas escolas do Brasil, que são: Dante (2014) e Iezzi et al. (2010)⁴, todos pertencentes ao Plano Nacional do Livro Didático (PNLD-2015) do Ensino Médio. Optou-se em escolher situações diferenciadas, que envolvessem aplicações de propriedades das funções

³ Disponível em: <<http://www.fnde.gov.br/programas/livro-didatico/livro-didatico-dados-estatisticos>>. Acesso em: 12 dez. 2016.

⁴ Não foi possível encontrar a edição deste livro do ano de 2014, citada no PNLD, por isso foi usada uma edição anterior 2010.

exponenciais; aplicações em situações do cotidiano e em outras ciências; que conduzissem à formação do conceito de funções exponenciais, etc.

Foram usados como referência as pesquisas de Moura e Moretti (2003); Vinner e Dreyfus (1989); Lima (1999) e Oliveira (2008) para a criação dos critérios e posterior análise das situações de ensino dos livros didáticos.

Lima (1999) propõe que o ensino de matemática deve respeitar três componentes fundamentais, que são: Conceituação, Manipulação e Aplicações. A Conceituação compreende a formulação correta e objetiva das definições matemáticas. A Manipulação tem caráter principalmente algébrico, no qual o uso, se faz essencialmente da habilidade na resolução de exercícios da teoria. Aplicações são empregos das noções e teorias da Matemática para obter resultados, conclusões e previsões em situações do dia a dia, em áreas científicas, tecnológicas e sociais.

Já Oliveira (2008) em sua análise feita em coleções de livros didáticos de ensino médio, além de considerar os três componentes de Lima (1999), também insere outras duas categorias, qualidades didáticas e adequação do livro à realidade atual. As qualidades didáticas dos livros-textos são analisadas a partir de situações problemas, que facilitam a compreensão dos conteúdos matemáticos. A categoria adequação do livro à realidade atual, o autor refere-se à necessidade de eliminar os conteúdos (ou parte deles) já saturados, dedicando maior atenção aos conceitos relevantes, deixando-se de lado os cálculos excessivos e as fórmulas para dar mais destaques aos algoritmos e métodos aproximativos.

Vinner e Dreyfus (1989) investigaram a “imagem do conceito” (ou imagem conceitual) em estudantes universitários e professores da escola secundária que têm para o conceito de função, ou seja, foram coletadas as imagens mentais que eles tinham ao ouvirem sobre o conceito de função. Nesse trabalho Vinner e Dreyfus (1989, p. 356) elaboraram seis categorias, que são: Correspondência, Relação de Dependência, Lei, Operação, Representação e Fórmula.

Os pesquisadores Moura e Moretti (2003, p. 67-72) realizaram uma investigação, com estudantes do 9º ano de uma escola pública, sobre o papel dos conhecimentos prévios e das interações sociais na aprendizagem do conceito de função. As categorias criadas por Moura e Moretti (2003) levaram em conta a

história do conceito, baseados nos estágios históricos de Youschkevitch⁵ (1976) e por situações de ensino em que os estudantes já tinham passado no ensino formal, baseados nos estudos de Vinner e Dreyfus (1989). As categorias construídas por estes pesquisadores foram: Aritmetização, Particularização; Uso de tabelas; Compreensão com ausência de linguagem analítica e Uso de expressões algébricas.

Além da definição de critérios a partir da leitura de outras pesquisas, também foi realizado o estudo do movimento histórico e lógico do conceito de função exponencial. A partir dele foi possível observar dois critérios, o primeiro aqui chamado de “Nexo interno – PA (Progressão Aritmética) e PG (Progressão Geométrica)” considerando que segundo Maor (2008) em uma função exponencial os expoentes estão em progressão aritmética e as potências estão em progressão geométrica; e o segundo critério “Nexo externo – Juros compostos” foi reconhecido em Boyer (1996) e Maor (2008) considerando que por volta de 1700 a. C., mercadores já usavam a forma da função exponencial para o cálculo de rendimentos.

Na pesquisa consideramos o movimento histórico como parte dos conhecimentos científico e cotidiano, tanto um quanto o outro estão impregnados de cultura, história e práticas sociais. Assim, como o movimento lógico de determinado conhecimento se constitui da história.

Desta forma, definiu-se para esta pesquisa **oito** critérios: contextualização; representação em linguagem gráfica; uso de tabelas; lei de formação; conceituação; manipulação; conexão com outros conceitos matemáticos; movimento histórico e lógico, que serão descritos a seguir.

- I. **Contextualização:** Esse critério foi criado com base na categoria de Oliveira (2008) das “qualidades didáticas dos livros-textos”, que facilitam a compreensão dos conteúdos matemáticos, através de situações-problemas, especialmente se contextualizadas, fazendo relações com outras disciplinas ou em outras ciências. Neste critério é descrito a disciplina ou a área do conhecimento que a situação de ensino está sendo contextualizada.

⁵ YOUSCHKEVITCH, A. P. The concept of function. In: **Archive for History of exact sciences**, v. 16, n. 1, p. 37-85, 1976.

A situação de ensino apresentada na figura 1 é contextualizada com a área de Química. Nesse caso relaciona a quantidade de antibiótico acetilcefuroxima presente no organismo em um determinado tempo, que se caracteriza como uma função exponencial.

Figura 1 - Situação analisada pelo critério de "contextualização"

58. Química

Os átomos de um elemento químico radioativo têm uma tendência natural a se desintegrar (emitindo partículas e se transformando em outros elementos). Dessa forma, com o passar do tempo, a quantidade original desse elemento diminui. Chamamos de meia-vida o tempo que o elemento radioativo leva para desintegrar metade de sua massa radioativa. O antibiótico acetilcefuroxima apresenta meia-vida de 3 horas. Se uma pessoa tomou 50 mg desse medicamento, qual é a quantidade de antibiótico ainda presente no organismo:

- após 12 horas de sua ingestão?
- após t horas de sua ingestão?

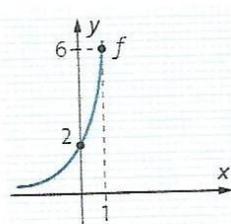
Fonte: DANTE (2014, p. 172)

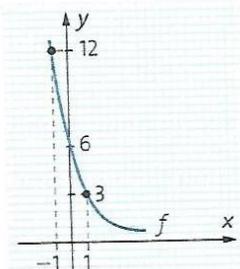
II. **Representação em linguagem gráfica:** Este critério foi escolhido pois a função exponencial pode ser representada e reconhecida por sua forma gráfica. Os gráficos são particularmente importantes, pois além do apelo visual, favorecem a observação de determinados comportamentos que, em outras representações (numéricas, algébricas e por tabelas), são difíceis de serem percebidos.

Nesse caso (figura 2) é dado o gráfico e a situação de ensino pede a lei de formação, nessa situação não foi realizada uma contextualização, sendo um típico exemplo de interpretação de coleta de informações de um gráfico de função exponencial, mas que exige elementos de algebrização.

Figura 2 - Critério "representação em linguagem gráfica"

31. Cada gráfico abaixo representa uma função exponencial do tipo $f(x) = b \cdot a^x$. Identifique a lei de formação de cada uma delas.

a) 

b) 

Fonte: DANTE (2014, p.161)

III. **Uso de tabelas:** Nesse critério a situação de ensino leva o estudante a compreensão de variação da função exponencial através da construção de tabelas. Esse critério foi retirado dos estudos de Vinner e Dreyfus (1989); Moura e Moretti (2003). Deve-se destacar que nesse tipo de situação de ensino a construção de tabela, faz com que o estudante verifique e analise o crescimento/decrescimento não linear da função exponencial/logarítmica.

Na situação de ensino apresentada na figura 3 pede no item **a**, a construção de uma tabela que representa a variação do tempo com a variação do crescimento de bactérias. Esse tipo de questão faz com que o estudante verifique o crescimento exponencial das bactérias na deterioração de alimentos.

Figura 3 - Critério "uso de tabelas"

21. Em uma experiência sobre deterioração de alimentos, constatou-se que a população de certo tipo de bactéria dobrava a cada hora. No instante em que começaram as observações, havia 50 bactérias na amostra.

a) Faça uma tabela para representar a população de bactérias nos seguintes instantes (a partir do início da contagem): 1 hora, 2 horas, 3 horas, 4 horas, 5 horas.

b) Obtenha a lei que relaciona o número de bactérias (n) em função de tempo (t).

Fonte: IEZZI et al. (2010, p.143)

IV. **Lei de Formação:** Neste critério a situação de ensino emprega no seu desenvolvimento e solução a lei de formação da função exponencial/logarítmica. Este critério está dividido em três partes: a primeira está designada como "Dada", é o caso do exemplo da figura 4 quando vem estabelecida a lei de formação da função exponencial/logarítmica no enunciado da situação; a segunda parte está designada como "Intermediária", é quando alguns dados já estão presentes no enunciado para a formação da lei da função exponencial/logarítmica como na figura 5; a terceira parte está designada como "Criada", é o caso quando a situação pede a criação da lei de formação da função exponencial/logarítmica, (figura 6).

Neste critério somente foi aproveitado a definição da “Lei de Formação” dos pesquisadores Vinner e Dreyfus (1989); Moura e Moretti (2003), já os nomes das três partes foram criados para realizar uma melhor análise da situação de ensino que emprega a lei de formação da função exponencial/logarítmica.

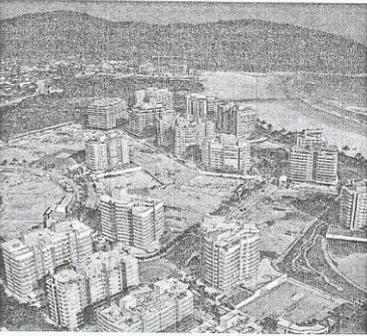
No caso da figura 4, a situação de ensino fornece a lei de formação, e com a expressão analítica o estudante resolve a situação. O caso foi contextualizado com a área de biologia, relacionando a quantidade estimada de pássaros (n) em t (anos), com a crescente construção de edifícios, através da lei de formação da função exponencial. Entende-se que quando a lei de formação está expressa basta ao estudante substituir valores, o que não garante a compreensão do crescimento exponencial.

Figura 4 - Critério "lei de formação - dada"

31. Em uma região litorânea estão sendo construídos edifícios residenciais. Um biólogo prevê que a quantidade de pássaros de certa espécie irá diminuir segundo a lei:

$$n(t) = n(0) \cdot 4^{-\frac{t}{3}}$$

em que $n(0)$ é a quantidade estimada de pássaros antes do início das construções e $n(t)$ é a quantidade existente t anos depois.



Qual é o tempo necessário para que a população de pássaros dessa espécie se reduza:

- à metade da população existente no início das construções?
- à oitava parte da população existente no início das construções?
- a 1,5625% da população existente no início das construções?

Fonte: IEZZI et al. (2010, p. 147)

No caso da figura 5 são fornecidos elementos da lei de formação da função exponencial, e pede-se para o estudante montar uma tabela que representa o valor do sofá com os anos da aquisição. Com as informações iniciais do preço com que foi comprado o sofá e com a porcentagem de depreciação deste imóvel com o passar do ano, o mesmo pode escrever a lei de formação dessa situação, ainda que esta não seja explícita no enunciado.

Figura 5 - Critério "lei de formação - intermediária"

25. Um conjunto de sofás foi comprado por R\$ 2000,00. Com o tempo, por descuido do comprador, o sol foi queimando o tecido do sofá, que perdeu a cor original. Um comerciante do ramo informou ao comprador que em uma situação desse tipo, a cada ano o sofá perde 20% do valor que tinha no ano anterior.

a) Faça uma tabela para representar o valor do sofá depois de 1, 2, 3 e 4 anos da data de sua aquisição.

b) Sabendo que o comprador se informou com o comerciante 7 anos depois da compra, que valor o sofá teria nesta data, segundo o comerciante?



CULTURADIOMEDIA.COM

Fonte: IEZZI et al. (2010, p.143)

Na próxima situação de ensino (figura 6) pede-se que o estudante elabore a lei de formação (item c).

Figura 6 - Critério "lei de formação - criada"

23. Imagine que a população de sua cidade cresça à taxa de 5% ao ano. Nessa taxa, já estão computados os índices de mortalidade, natalidade, migrações etc. A exemplo do que vimos no problema introdutório deste capítulo, página 129, para saber a população da cidade em determinado ano, basta acrescentar à população do ano anterior 5% de seu valor! Ou ainda, a população em certo ano, é 1,05 vez a população do ano anterior. Vejamos:



JOÃO RAMÍDIA/AMAZON IMAGE BANK

Parintins (AM), cidade onde ocorre o tradicional desfile dos bois Caprichoso e Garantido, possui pouco mais de 107 mil habitantes.

a) Imagine uma cidade com 100 000 habitantes que cresça à taxa de 5% ao ano. Faça uma tabela para representar a população dessa cidade daqui a um, dois, três, quatro e cinco anos (contados a partir desta data).

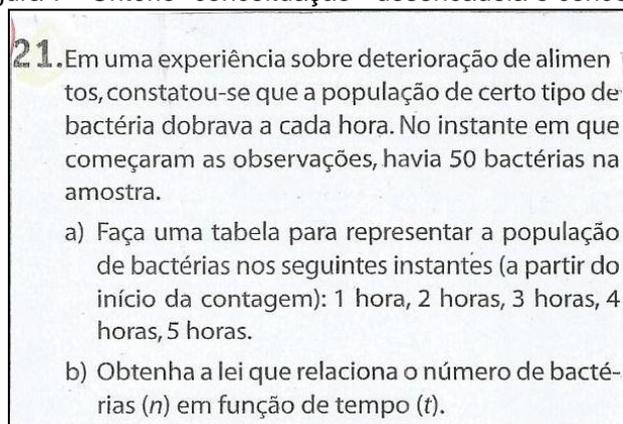
b) Qual é a lei da função que representa o número de habitantes (y) que essa cidade terá daqui a x anos?

Fonte: IEZZI et al. (2010, p. 143)

V. **Conceituação:** Este critério é diferente do significado que tem para Lima (1999), pois o mesmo compreende que a formulação correta e objetiva das definições da matemática, indica se a situação tem o conceito ou não. Enquanto para a nossa análise, nos interessa se a situação de ensino pode levar ao conceito de função exponencial, ou se o estudante já tem que saber este conceito, para tanto, separamos esse critério em duas partes, a primeira “Desencadeia o conceito” e a segunda “Pressupõe que o conceito já foi aprendido”.

No exemplo da figura 7 a situação leva ao conceito da função exponencial, através da criação da tabela no item **a**, que leva a variação desta função e depois no item **b** a elaboração da lei da função exponencial da situação de ensino.

Figura 7 - Critério "conceituação - desencadeia o conceito"



21. Em uma experiência sobre deterioração de alimentos, constatou-se que a população de certo tipo de bactéria dobrava a cada hora. No instante em que começaram as observações, havia 50 bactérias na amostra.

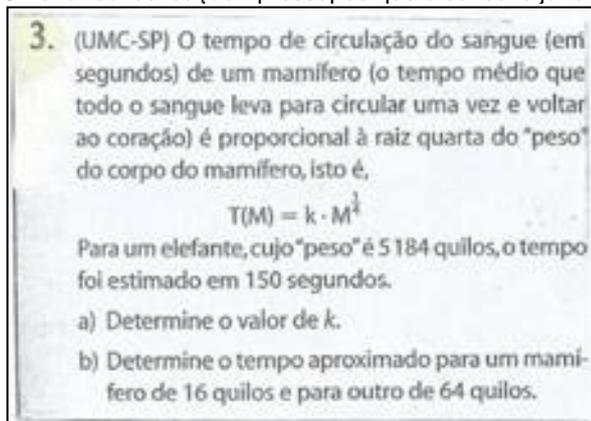
a) Faça uma tabela para representar a população de bactérias nos seguintes instantes (a partir do início da contagem): 1 hora, 2 horas, 3 horas, 4 horas, 5 horas.

b) Obtenha a lei que relaciona o número de bactérias (n) em função de tempo (t).

Fonte: IEZZI et al. (2010, p. 143)

Na situação da figura 8, é dada a lei da função e pressupõe que o estudante já saiba o conceito de função exponencial, para que o mesmo possa resolver as questões da situação de ensino.

Figura 8 - Critério "conceituação - pressupõe que o conceito já foi aprendido"



3. (UMC-SP) O tempo de circulação do sangue (em segundos) de um mamífero (o tempo médio que todo o sangue leva para circular uma vez e voltar ao coração) é proporcional à raiz quarta do "peso" do corpo do mamífero, isto é,

$$T(M) = k \cdot M^{\frac{1}{4}}$$

Para um elefante, cujo "peso" é 5 184 quilos, o tempo foi estimado em 150 segundos.

a) Determine o valor de k .

b) Determine o tempo aproximado para um mamífero de 16 quilos e para outro de 64 quilos.

Fonte: IEZZI et al. (2010, p. 149)

VI. **Manipulação:** Nesse critério a situação leva o estudante a resolver a operação algébrica “mecanicamente” sem que haja necessidade de buscar o conceito de função exponencial. Usamos o conceito de Lima (1999) sobre esta categoria, que tem caráter algébrico, embora que para este pesquisador, a habilidade da resolução das situações de ensino, permite o estudante perder pouco tempo e energia com detalhes secundários, permitindo que o mesmo se atente nos pontos cruciais, neste ponto divergirmos, pois não temos certeza se o aluno sabe ou não o conceito de função exponencial. Então, nos restringimos nesse critério em indicar se a situação leva a simples substituição (mecanicamente) de valores na lei de formação da função exponencial.

Na figura 9 mostra uma situação de ensino que se resolve mecanicamente, substituindo os valores propostos no itens da situação.

Figura 9 - Critério "manipulação"

29. Dada a função exponencial $f(x) = 4^x$, determine:

a) $f(0)$;	d) $f\left(\frac{1}{2}\right)$;
b) $f(3)$;	e) $f\left(-\frac{1}{2}\right)$;
c) $f(-1)$;	f) m tal que $f(m) = 1$.

Fonte: DANTE (2014, p. 159)

VII. **Conexão com outros conceitos matemáticos:** A situação de ensino envolve outros conceitos matemáticos, indicamos quais são eles.

Na figura 10 mostra uma situação que envolve outros conceitos de matemática, por exemplo, o conceito de porcentagem.

Figura 10 - Critério "conexão com outros conceitos matemáticos"

24. Admita que, em certo município, a população cresça a taxa de 20% ao ano. Classifique como V ou F a afirmação a seguir e justifique sua resposta: "Em quatro anos a população do município já terá dobrado em relação a seu valor atual".

Fonte: IEZZI et al. (2010, p. 143)

VIII. **Movimento Histórico e Lógico:** nesse critério busca-se nas situações de ensino o “nexo interno – progressão aritmética (PA) e progressão geométrica

(PG)” ou o “nexo externo – juros compostos”, que tem como objetivo revelar a essência do conceito da função exponencial.

Na figura 11 a situação de ensino trás todo o aspecto simbólico da função exponencial no corpo do seu enunciado, com a fórmula dos juros compostos, caracterizando como um nexo externo da função exponencial. Para resolver o estudante deve saber a operação inversa da exponencial a função logaritma.

Figura 11 - Critério "Nexo Externo – Juros Compostos"

ATIVIDADE EM DUPLA A expressão $M = C(1 + i)^n$ nos permite calcular o montante M , resultante da aplicação do capital C a juros compostos, à taxa anual i , ao completar um período de n anos. Nessas condições, se o capital de R\$ 800 000,00 for aplicado a juros compostos e à taxa anual de 12%, após quanto tempo da aplicação serão obtidos juros no valor de R\$ 700 000,00?

Fonte: DANTE (2014, p.185)

Na figura 12 a situação de ensino que possui o “Nexo interno – PA (Progressão Aritmética) e PG (Progressão Geométrica)”. É uma situação que leva uma PA a uma PG e nos revela a uma função exponencial do tipo $f(x) = ba^x$, para descobrirmos o valor de a e b na função exponencial.

Figura 22 – Critério “Nexo Interno – PA e PG”

40. Seja f uma função que leva a uma PA 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, ..., n , $n + 1$, ... a uma PG 9, 27, 81, 243, 729, 2 187, ..., escreva a função exponencial do tipo $f(x) = ba^x$, determinando os valores de a e b .

Fonte: DANTE (2014, p. 65)

2 ANÁLISE DAS SITUAÇÕES DE ENSINO EM LIVROS DIDÁTICOS

Analisando as duas coleções de livros, foram selecionadas 40 situações de ensino, e considerando-se as situações e os critérios estabelecidos para a análise, foi elaborada a seguinte tabela 1.

Tabela 1 - Situações de ensino de função exponencial apresentadas em materiais didáticos

(continua)

LIVRO	N°	Contextualização	Representação em linguagem gráfica	Uso de tabelas	Conceituação			Manipulação	Conexão com outros conceitos matemáticos	Movimento histórico e lógico da função exponencial	
					Dada	Intermediária	Criada			Desencadeia o conceito	Pressupõe que o conceito já foi aprendido
Matemática - Ciência e Aplicações - Iezzi; Dolce; Degenszajn; Périgo; Almeida (2010)	1	Biologia		X			X	X			
	2				X			X	X		
	3	Geografia		X			X	X		Porcentagem	
	4	Geografia		X		X		X		Porcentagem	
	5	Financeira		X		X		X		Porcentagem	
	6	Pedagogia			X			X	X		
	7	Química	X				X	X			
	8	Biologia			X				X	X	Estimativa, eq. exponenciais
	9	Indústria	X		X				X	X	Desigualdade, eq. exponenciais
	10								X		Eq. exponenciais
	11	Biologia			X				X	X	Eq. exponenciais
	12	Biologia					X	X		X	
	13	Rede social				X		X		X	Eq. exponenciais
	14	Biologia			X				X	X	Porcentagem
	15									X	Eq. exponenciais
	16									X	Eq. exponenciais
	17	Financeira			X				X	X	Eq. exponenciais
	18									X	Eq. exponenciais
	19	Geografia			X				X	X	Desigualdade, eq. exponenciais
	20	Indústria			X				X	X	Eq. logarítmicas, estimativa
	21		X			X					Cálculo de área, eq. logarítmicas
	22	Geografia				X		X		X	Eq. logarítmicas
	23	Trânsito			X				X	X	Eq. logarítmicas
	24	Arte			X				X	X	Eq. logarítmicas
	25	Biologia				X		X		X	Eq. logarítmicas
	26	Biologia				X		X		X	Eq. logarítmicas
	27	Biologia(contin.)			X				X	X	Eq. logarítmicas

Fonte: O autor (2017)

Tabela 1 - Situações de ensino de função exponencial apresentadas em materiais didáticos

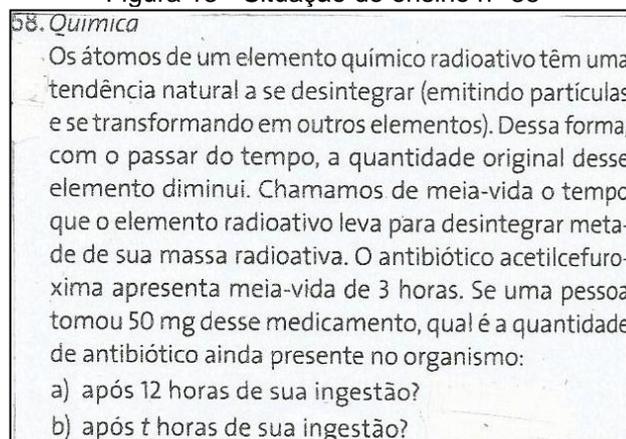
(conclusão)

LIVRO	N°	Contextualização	Representação em linguagem gráfica	Uso de tabelas	Lei de Formação			Conceituação		Manipulação	Conexão com outros conceitos matemáticos	Movimento histórico e lógico da função exponencial	
					Dada	Intermediária	Criada	Desencadeia o conceito	Pressupõe que o conceito já foi aprendido			Quais?	Nexo interno: PA e PG
Matemática - Contexto e Aplicações - Dante (2014)	28	Geografia			X				X	X	Eq. exponenciais		
	29	Biologia			X				X	X	Eq. exponenciais		
	30	Financeira			X				X	X	Porcentagem, eq. logarítmica		X
	31	Química			X			X		X	Eq. exponenciais		
	32				X					X	Eq. exponenciais		
	33	Química			X				X	X	Eq. exponenciais		
	34	Biologia			X				X	X	Eq. exponenciais		
	35	Química				X		X		X	Eq. exponenciais		
	36	Biologia			X				X	X	Eq. exponenciais		
	37				X			X			Progressões Aritméticas e Geométricas	X	
	38				X			X			Progressões Aritméticas e Geométricas	X	
	39				X			X			Progressões Aritméticas e Geométricas	X	
	40						X	X			Progressões Aritméticas e Geométricas	X	

Fonte: O autor (2017)

Para explicar como foram registrados os critérios de análise na tabela, será apresentada a análise completa de algumas dessas situações de ensino encontradas.

Figura 13 - Situação de ensino n° 35



Fonte: DANTE (2014, p. 172)

Na figura 13 temos uma situação “contextualizada” (critério I) com a área de química. No seu enunciado define o que é meia-vida, e como se apresenta no antibiótico acetilcefuroxima.

Para a resolução do item **a** o aluno pode criar uma “tabela” (critério III), com valores de tempo e de massa do antibiótico, lembrando que o elemento radioativo leva para desintegrar a metade de sua massa a cada 3 horas, mas isso não está sendo solicitado pela situação, dependeria da ação do professor, por isso não foi assinalado no critério “tabela”.

Já o item **b** leva o aluno a analisar em qual função a situação se modela. Não pode ser a função afim, pois essa levaria à conclusão de que, ao final de 6 horas, não haveria mais antibiótico presente no organismo, o que é falso. A quantidade de antibiótico eliminada é controlada pela função exponencial $f(t) = a^t$, onde ocorre um decrescimento na forma exponencial. Desta forma, essa situação “desencadeia ao conceito” (critério V).

A lei da função não foi indicada nesta situação, mas alguns elementos foram dados, como a quantidade do antibiótico e o tempo da meia vida, se encaixando no critério IV que se refere à lei de formação, nesta pesquisa definido como “intermediária”.

No item **b** a situação faz “conexão com outro conceito matemático” (critério VII), que é a equação exponencial para a sua resolução.

Figura 14 - Situação de ensino n° 29

2º) (FMJ-SP) O número de bactérias de uma cultura, t horas após o início de certo experimento, é dado pela expressão $N(t) = 1200 \cdot 2^{0,4t}$. Nessas condições, quanto tempo após o início do experimento a cultura terá 38400 bactérias?

Fonte: DANTE (2014, p. 170)

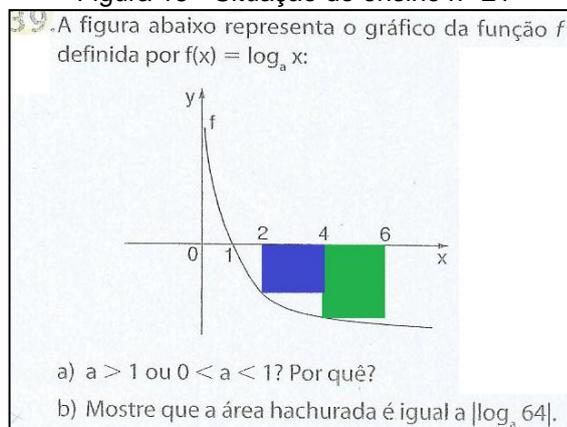
Na figura 14 é a lei de formação é “dada” (critério IV) referente à situação de ensino, $N(t) = 1200 \cdot 2^{0,4t}$.

A situação leva o estudante a fazer a substituição “manipulação” (critério VI) do valor de bactérias 38400, para a obtenção do tempo (t) obtido.

Para o estudante resolver essa função exponencial, “pressupõe que o conceito já foi aprendido” (critério V).

Está situação de ensino faz “conexão com outro conceito matemático” (critério VII) que é a equação exponencial.

Figura 15 - Situação de ensino n° 21



Fonte: IEZZI et al. (2010, p. 171)

A situação de ensino da figura 15 tem a “representação em linguagem gráfica” (critério II) da função logarítmica, o aluno retira os elementos dessa função a partir do gráfico.

É fornecido o modelo da Lei da função logarítmica, o aluno deve retirar os dados do gráfico para a construção da lei de formação da situação, logo fica no critério IV “intermediária”.

Para responder o item **a** “Pressupõe-se que o conceito já foi aprendido” (critério V), tanto de função logarítmica como função em geral.

Já o item **b** tem “conexão com outros conceitos de matemática” (critério VII), são eles, cálculo de área e de equações logarítmicas.

Figura 163 - Situação de ensino n° 39

39. Um pesquisador encontrou em suas investigações a seguinte relação entre os valores de x e y :

x	1	3	5	7
y	4	8	16	32

Que tipo de função expressa y em função de x ? Justifique.

Fonte: IEZZI et al. (2010, p. 65)

A situação de ensino da figura 16 tem o “nexo interno – PA e PG” (critério VIII), pois os valores de X estão em PA de razão 2 e os valores de y estão em PG de razão 2, e são nexos internos da função exponencial.

3 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Encontramos na análise das situações de ensino dos livros didáticos do PNLD-2015, de Dante (2014) e Iezzi (2010) um excessivo número de situações de ensino que envolve a substituição de valores numéricos nas variáveis das funções exponenciais, com o estabelecimento da lei da função a partir de valores previamente organizados, mas também se revelam mudanças em relação a edições anteriores, o livro de Dante (2015) conta com uma seção que faz conexão da função exponencial com as progressões aritméticas e geométricas, reconhecidos nesta pesquisa como nexos internos dessa função.

Também observou-se a predominância da manipulação nas situações de ensino dos livros didáticos, em detrimento a apropriação do conceito da função exponencial.

Destaca-se que não se pretende analisar o livro didático em si, mas as situações indicadas nos livros para o ensino de função exponencial. Entende-se que esta ação metodológica em conjunto com outras ações previstas na dissertação nos trará elementos para investigar o ensino de função exponencial considerando seu movimento histórico e lógico, com a intenção de melhorar o ensino desse conceito, tornando-o significativo para os professores e estudantes.

REFERÊNCIAS

- BOYER, C. B. **A História da Matemática**. Tradução de: GOMIDE, E. F. 2. ed. São Paulo: Editora Edgard Blucher LTDA, 1996. Título original: A History of Mathematics.
- DANTE, L. R. **Matemática: contextos & aplicações**. 2. ed. São Paulo: Editora Ática, 2014.
- IEZZI, G.; DOLCE, O.; DEGENSZAJN, D.; PERIGO, R.; ALMEIDA, N. **Matemática: ciências e aplicações**. 6. ed. São Paulo: Editora Saraiva, 2010.
- MAOR, E. **e: A história de um número**. Tradução de: CALIFE, J. 5. ed. Rio de Janeiro: Record, 2008. Título original: e: The Story of a number.
- MOURA, M. O.; MORETTI, V. Investigando a aprendizagem do conceito de função a partir dos conhecimentos prévios e das interações sociais. **Ciência & Educação**, v. 9, n.1, p. 67-87. 2003.
- OLIVEIRA, F. D. **Análise de Textos Didáticos: Três Estudos**. 2008. 222 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Campus de Rio Claro, SP, 2008.
- PEREIRA, J. G. A. **Abordagem das funções exponencial e logarítmica numa perspectiva conceitual e gráfica no Ensino Médio**. 2010. 121 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática). Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática. PUC-MG, Belo Horizonte, 2010.
- SILVA, S. T. T. **O Ensino das Funções Exponenciais e Logarítmica por atividades**. 2014. 220 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade do Estado do Pará. Belém, 2014.
- TRINDADE, J. A. O. Obstáculos epistemológicos à aprendizagem do conceito de função. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPESUL, II., 1999, Curitiba. **Anais...** Curitiba: ANPESUL, 1999, p.2.
- VINNER, S.; DREYFUS, T. Images and definitions for the concept of function. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 20, n. 4, p. 356-366, 1989.