



## OBSTÁCULO DIDÁTICO NO ENSINO DE TRIGONOMETRIA NO CICLO TRIGONOMÉTRICO

Neilson Ferreira de Lima<sup>1</sup>

### Educação Matemática no Ensino Médio

**Resumo:** Ensinar matemática não é uma tarefa simples ou fácil, requer dedicação, esforço, planejamento, inteligência e conhecimento do professor. O docente que leciona inseguro pode causar muitos obstáculos ao progresso dos seus discentes. Por exemplo, um conceito ou definição de forma equivocada passada ao aluno formará em desenvolvimento cognitivo barreiras para o aprendizado. Um objeto de saber a ensinar precisa, de fato, estar claro na mente de quem vai transformá-lo no objeto de ensino. Constatamos que no ensino de trigonometria no ciclo trigonométrico os docentes repetem, simplesmente, o que está nos livros. Afirmamos isso pelas observações das ministrações das aulas, realizadas por professores, nos ensinos médio e superior. Nos livros de matemática o ensino do seno, cosseno e tangente de um arco aborda, apenas, o caso da circunferência trigonométrica de raio 1. E eles definem o seno de um arco como sendo a projeção ortogonal e perpendicular da imagem no eixo das ordenadas e o cosseno como a projeção sobre o eixo das abscissas, ou seja, em uma circunferência dado um arco  $AP$  de medida  $\alpha$  o seno é a ordenada do ponto  $P$  e o cosseno a abscissa do ponto  $P$ . Essa definição é válida quando o raio mede 1, mas se o raio for diferente de 1 esta definição não é válida. Isso causa no aluno o que Chevallard chama de obstáculo epistemológico e didático. Neste artigo investigamos esses obstáculos no ensino de trigonometria no ciclo trigonométrico.

**Palavras Chaves:** Obstáculo. Didático. Epistemológico. Ensino. Professor.

### Introdução

Ser didático não é uma tarefa fácil, porque requer tempo, esforço, conhecimento, dedicação, sabedoria e inteligência. Ser didático ou um didata significa ser dinâmico, eficiente e eficaz naquilo que faz e desenvolve (ALVES, 2016), (ANJO, 2015), (ABAR, 2016). Mais do que transmitir conhecimento, ser didático é levar os educandos ao aprendizado e reflexão do objeto de saber a ensinar.

Por carência dessas habilidades didáticas muitos docentes deixam a “desejar” em suas aulas, tornando a matemática como uma ciência acessível a poucos. Ser didático é uma das necessidades dos professores para tornarem suas aulas atraentes e com um melhor rendimento (BACHELARD, 1996), (BARROSO, 2010), (CALDEIRA, 2015). Estou ciente que não basta ser didático, não estou considerando isto como a condição suficiente do aprendizado, mas afirmando que é importante ser uma didata, porque a responsabilidade do aprendizado não é apenas do professor, mas de um conjunto de acontecimentos, depende, também, de um conjunto

---

<sup>1</sup> Doutor. IFRN. Neilson.lima@ifrn.edu.br

multidimensional de variáveis ocorrendo simultaneamente ou em sequências (DA SILVA, 2016), (GONÇALVES, 2015).

Se formos investigar as possíveis causas do não aprendizado do educando, chegaríamos a conclusão que é tão complexo, mas tão complexo ... que tal pesquisa chegaria a resultados inéditos, dignos de uma tese de doutorado. E as hipóteses e conclusões das causas do não aprendizado de um discente não seria, necessariamente, as causas do não aprendizado do outro educando (CEDRAN, 2017). Portanto, isto torna mais ainda complexo as investigações do aprendizado dos alunos, pois isso é muito relativo; tão relativo quanto os diferentes fusos horários existentes no mundo todo (PAIS, 2016).

As dificuldades (CURY, 2008) do aprendizado podem estar ligadas a obstáculos didáticos. Tais obstáculos são apresentados pelos livros ou até mesmo pelo professor quando não comenta as limitações e relatividade de certo conhecimento. Um dos exemplos, onde se vê um obstáculo didático são nos livros de matemática quando abordam o conteúdo de trigonometria, em particular, do seno, cosseno e tangente de um arco. Eles trabalham, apenas com o raio do ciclo igual a 1, e não apresenta nenhum exemplo com raio diferente de 1.

Por sua vez, muitos professores, apenas, repetem o que está nos livros da mesma forma, isto é, só falar do seno, cosseno e tangente de um arco com raio igual a 1. Assim não há reflexão do conteúdo, nas se discute os casos quando o raio for diferente de 1 (menor que 1 e maior que 1). Por não haver essa discussão, tal ensino causa no discente um obstáculo didático (BRUM, 2015). Porque o caso de raio 1, é um caso particular do estudo do seno, cosseno e tangente de um arco. Mas esse estudo pode ser extensivo a outras medidas de raio.

Diante disso, esse estudo visa discorrer sobre os obstáculos da aprendizagem no ensino de trigonometria no ciclo trigonométrico. Mas especificamente dos obstáculos didáticos existentes nos livros de matemática do ensino médio, e a repetição destes obstáculos pelos professores.

### **Revisão de Literatura**

Há os que pensam que obstáculos didáticos evidenciam carência ou falta de conhecimento, mas na verdade não tem nada relacionado com isso. Os obstáculos didáticos são conhecimentos adquiridos limitados e relativos a um determinado conteúdo, cristalizados pelo tempo, que resistem à instalação de novas concepções

e conceitos, reduzindo a estabilidade intelectual de quem detém esse conhecimento (ARAÚJO, 2017), (BROUSSEAU, 1989).

Alguns pesquisadores definem obstáculos didáticos como uma espécie de barreira que dificulta o acesso a um novo conhecimento. Essa barreira pode ser uma compreensão limitada ou até mesmo errônea de um conhecimento que é base para a construção de outro (SOUZA & SILVA, 2013). Cury (2008) afirma que a dificuldade de compreender o mesmo conhecimento em diferentes contextos é o que pode ser compreendido como obstáculo didático (BARROSO & FRANCO, 2010).

Pesquisadores classificam os obstáculos didáticos consoante sua origem:

- Obstáculos didáticos de origem didática: quando o professor fundamentou a concepção na mecanização. Concepção esta, que era válida em um determinado contexto e inapropriada em outro contexto (NEGRÃO, 2016);
- Obstáculos didáticos de origem cultural: quando o professor reagiu a determinadas situações usando suas crenças, respostas do senso comum, simplistas, baseados em experiências não-científicas;
- Obstáculos didáticos de origem ontogênica: quando os professores demonstraram memorização e domínio de uma técnica desprovidos de compreensão por não terem as estruturas (no sentido piagetiano) plenamente construídas, no momento em que aprenderam determinado conteúdo (SOUSA, 2013).
- Obstáculo didático de origem epistemológica: podemos encontrá-los na própria história dos conceitos tornando possível que ele se reproduza em meio escolar.

Os obstáculos didáticos, bem como os obstáculos epistemológicos são denominados de erros no processo de ensino aprendizagem. Os obstáculos epistemológicos pode ser de diferentes tipos:

- Obstáculo do conhecimento geral ou da opinião: quando o professor usou ideias baseadas em sua opinião sobre questões que não compreende (MARTINS, 2016), (MOREIRA, 2016);
- Obstáculo da experiência primeira: quando o professor pensou ter compreendido um conceito, usando principalmente, os materiais do Laboratório (SOARES, 2017);

- Obstáculo verbal: quando o professor usou uma falsa explicação apoiada em uma palavra explicativa;

Bachelard, filósofo e professor de química e física, conceituou o obstáculo epistemológico, ( BARROSO, 2010). Ele fala sobre a necessidade de o professor conhecer bem o que ensina.

Os professores de ciências imaginam que o espírito começa como uma aula, que é sempre possível reconstruir uma cultura falha pela repetição da lição, que se pode fazer entender uma demonstração repetindo-a ponto por ponto. Não levam em conta que o adolescente entra na aula de física com conhecimentos empíricos já construídos: não se trata, portanto, de adquirir uma cultura experimental, mas sim de mudar de cultura experimental, de derrubar os obstáculos já sedimentados pela vida cotidiana (BACHELARD, 1996, p.23).

Segundo Bachelard (1996), a noção de obstáculo epistemológico pode ser analisada, estudada e observada no desenvolvimento histórico do pensamento científico e na prática da educação. Brousseau (1989), para diagnosticar esses obstáculos da aprendizagem, define um método de pesquisa que consiste em três fases: a) encontrar erros sistemáticos e concepções em torno das quais esses erros se agrupam; b) encontrar obstáculos na história da matemática; c) confrontar os obstáculos históricos com os obstáculos na aprendizagem.

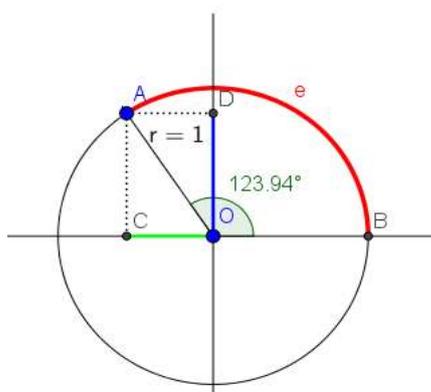
### **Resultados e discussões**

Os livros de matemática do ensino médio (DE ALMEIDA, 2017), (FÁVERO, 2017) discorrem sobre o saber a ensinar do seno, cosseno e tangente de uma arco no ciclo trigonométrico considerando a circunferência com raio igual 1. Isto é o que é visto nos seguintes livros *fundamentos da matemática elementar vol 3, trigonometria – Gelso Iezzi* (IEZZI, 2004), *Matemática: contexto e aplicações – Dante*, (DANTE, 2009), *Matemática do ensino médio – Kátia Stocco Smole e Maria Ignez Diniz*, PAIVA, *Matemática Paiva* – (PAIVA, 2013), entre outros livros. Consultando sites, apostilhas, livros, ..., verificamos que o ensino desses trigonometria no ciclo trigonométrico é sempre abordado na circunferência de raio 1. Em nenhum desses livros supra citados consideram, ou fizeram menção de casos do seno ou cosseno de um arco de circunferência com raio menor ou maior que 1.

Todas as definições para seno, cosseno, tangente de um arco são feitos com circunferência de raio 1 (Figura 1). Paiva (2013) define seno e cosseno de um arco trigonométrico  $BA$  de medida  $\alpha$ , como sendo a ordenada e abscissa do ponto  $A$ ,

respectivamente. Isto é, o  $\text{sen } \alpha = \text{ordenada de } A$  e  $\text{cos } \alpha = \text{abscissa de } A$ . Não só Paiva define dessa maneira, mas muitos outros autores de livros, professores, etc fazem a mesma coisa. Esta definição não é falsa, porque consideraram o raio da circunferência igual a 1, porém isto pode causar obstáculos epistemológicos e didáticos no discente. Por exemplo, se o professor não mencionar outros casos com raios diferente de 1, e o aluno se deparar com uma circunferência com raio igual a 2 (Figura 2). Neste último caso a definição acima não é válida e o que ele aprendeu torna-se em obstáculo a sua aprendizagem.

Figura 1: Circunferência trigonométrica com raio igual a 1.

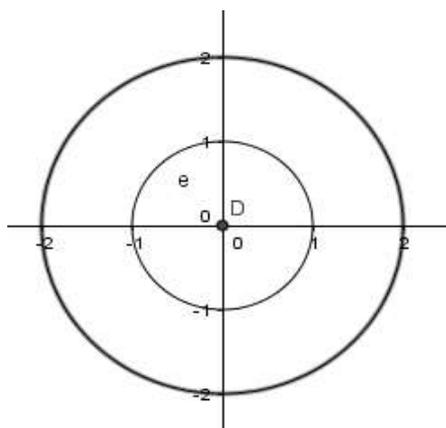


Fonte: Elaborada pelo autor.

Se ele se utilizar a definição do Paiva (2013) e fosse calcular o seno de um arco de  $90^\circ$  ele chegaria a conclusão que o valor desse seno seria 2. O que é um absurdo, pois o seno de um arco varia entre -1 e 1.

Para corrigi isso seria necessária uma melhor definição do seno e cosseno do arco trigonométrico (CRUZ, 2015). Se utilizasse a razão entre a medida algébrica da projeção sobre o eixo das ordenadas ou abscissas e o raio para definir seno e cosseno respectivamente, então o aluno não se deparariam com esse obstáculo didático. Com essa definição ele não cometeria o erro citado anteriormente para o seno de um arco de  $90^\circ$ . Pois ele teria sempre uma razão entre duas medidas em que o numerador desta razão é menor ou igual que o seu denominador.

Figura 2: circunferências concêntricas com raio igual a 1 e 2.



Fonte: Autor.

## Conclusão

As definições do seno e cosseno de um arco como sendo, simplesmente, a projeção ortogonal de um ponto sobre o eixo das ordenadas e abscissas respectivamente, pode causar obstáculos na aprendizagem do aluno. Essas definições são encontradas nos livros didáticos e sites de ensino de matemática, bem como são repassadas pelos docentes aos seus educandos (GOUVÊA, 1998). Para prevenir o acontecimento de tais obstáculos na aprendizagem seria melhor definir o seno e o cosseno de um arco como a razão entre as medidas das projeções nos eixos ordenados (ordenada e abscissa) e o raio do círculo trigonométrico, respectivamente.

## Referências

ABAR, Celina AAP; DE SOUZA, Flávio Cabral. *Números inteiros e suas operações: uma proposta para alunos do 6º ano com o auxílio de tecnologia integers numbers and their operations: a proposal for students from 6th grade with the aid of technology*. Ensino da Matemática em Debate. ISSN ISSN 2358-4122, v. 2, n. 2, 2016.

ALVES, Francisco Regis Vieira. DIDÁTICA DE MATEMÁTICA: SEUS PRESSUPOSTOS DE ORDEM EPISTEMOLÓGICA, METODOLÓGICA E COGNITIVA. INTERFACES DA EDUCAÇÃO, v. 7, n. 21, p. 131-150, 2016.

ANJOS, Antonio Jorge Sena dos; GRECA, Ileana María; MOREIRA, Marco Antonio. As equações matemáticas no ensino de Física: Uma análise de conteúdos em livros didáticos de Física. Revista electrónica de enseñanza de las ciencias. Ourense. Vol. 14, no. 3 (2015), p. 312-325, 2015.

ARAÚJO, David Velanes de. A Noção de ruptura epistemológica no pensamento de Gaston Bachelard. 2017.

BACHELARD, Gaston. A formação do espírito científico. Rio de Janeiro: Contraponto, 1996.

BARROSO, Mariana Moran; FRANCO, Valdeni Soliani. O laboratório de ensino de matemática e a identificação de obstáculos no conhecimento de professores de matemática. 2010.

BROUSSEAU, Guy. Les obstacles épistémologiques et la didactique des mathématiques. In: BEDNARZ, Nadine & GARNIER, Catherine. Construction des savoirs: obstacles & conflicts. Colloque International obstacle épistémologique et conflit sócio-cognitif. Montreal: Agence d'ARC inc. – CIRADE, 1989. (pp. 41-63).

BRUM, Wanderley Pivatto; DA SILVA, Sani de Carvalho Rutz. OBSTÁCULOS NO ENSINO DE MATEMÁTICA: O POSICIONAMENTO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA SOBRE A FONTE DE OBSTÁCULOS DURANTE A APRESENTAÇÃO DO TEMA PROBABILIDADE. Itinerarius Reflectionis, v. 11, n. 1, 2015.

CALDEIRA, Ademir Donizeti. Modelagem Matemática, Currículo e Formação de Professores: obstáculos e apontamentos. Educação Matemática em Revista, p. 53-62, 2015.

CEDRAN, Débora Piai et al. A NATUREZA DA CIÊNCIA E O ERRO: REFLEXÕES SOBRE O CONTO “ÓTIMA É A ÁGUA” POR ALUNOS DE ENSINO MÉDIO. Góndola, Enseñanza y Aprendizaje de las Ciencias.(Bogotá, Colombia), v. 12, n. 1, p. 43-56, 2017.

CRUZ, Fatima Maria Leite; MONTEIRO, Carlos Eduardo Ferreira. Processos formativos de avaliação da aprendizagem de matemática segundo licenciandos e professores formadores. Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática, v. 6, n. 2, 2015.

CURY, H.N. *Análise de erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos*. Belo Horizonte: Editora Autêntica. 2008.

DA SILVA, Dileize Valeriano. Reflexões sobre obstáculos epistemológicos e níveis de representação na aprendizagem do conceito de equilíbrio químico. ENSINO & PESQUISA-Revista Multidisciplinar de Licenciatura e Formação Docente, v. 14, 2016.

DANTE, Luiz Roberto. Matemática: contexto e aplicações. São Paulo: Ática, v. único, 2009. 504p.

DE ALMEIDA BIZARRIA, Fabiana Pinto et al. **CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO E ANÁLISE FÍLMICA: O Jogo da Imitação nas Ciências Sociais. Perspectivas Contemporâneas**, v. 12, n. 1, p. 125-146, 2017.

FÁVERO, Altair Alberto; TONIETO, Carina. **Docência universitária e formação do espírito científico: uma abordagem a partir da epistemologia de Gaston Bachelard. Roteiro**, v. 42, n. 1, p. 155-172, 2017.

GONÇALVES, Harryson Júnio Lessa; DIAS, Ana Lúcia Braz; PERALTA, Deise Aparecida. **O que dizem professores de uma instituição de educação profissional sobre interdisciplinaridade no ensino de matemática. Ciência & Ensino (ISSN 1980-8631)**, v. 4, n. 1, p. 24-41, 2015.

GOUVÊA, Filomena Aparecida Teixeira et al. **Aprendendo e ensinando geometria com a demonstração: uma contribuição para a prática pedagógica do professor de matemática do ensino fundamental. Aprendendo e ensinando geometria com a demonstração: uma contribuição para a prática pedagógica do professor de Matemática do ensino fundamental**, 1998.

IEZZI, Gelson; MURAKAMI, Carlos. **Fundamentos de Matemática Elementar–Trigonometria–Vol. 3. 7ª edição. São Paulo: Atual Editora Ltda**, v. 2, 2004.

MARTINS, André Ferrer P.; JESUINA, L. de A. **O conceito de tempo entre estudantes de ensino fundamental e médio: uma análise à luz da epistemologia de Gaston Bachelard. Investigações em ensino de ciências**, v. 10, n. 3, p. 299-336, 2016.

MOREIRA, Marco Antonio; MASSONI, Neusa Teresinha. **INTERFACES ENTRE VISÕES EPISTEMOLÓGICAS E ENSINO DE CIÊNCIAS. Ensino, Saúde e Ambiente**, v. 9, n. 1, 2016.

NEGRÃO, Felipe da Costa; NETO, Alcides de Castro Amorim. **REFLEXÕES ACERCA DOS OBSTÁCULOS EPISTEMOLÓGICOS PRESENTES NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA. Revista Areté| Revista Amazônica de Ensino de Ciências**, v. 9, n. 19, 2016.

PAIS, Luiz Carlos. **CONSIDERAÇÕES SOBRE AS QUESTÕES DE MÉTODO NA PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Anais do Seminário Sul-Mato-Grossense de Pesquisa em Educação Matemática**, v. 10, n. 1, 2016.

PAIVA, Manoel. **Matemática Paiva. 2ª. edi. São Paulo. Moderna. Volume 2. 2013.**  
SOARES, Maria Helena. **O aspecto social das ciências e a defesa da educação: Uma leitura contemporânea da epistemologia histórica de Gaston Bachelard. Em Construção**, n. 1, p. 51-68, 2017.

SOUSA, Benedito; SILVA, Caio. **ERROS E OBSTÁCULOS DIDÁTICOS EM MATEMÁTICA: OS LICENCIANDOS DE MATEMÁTICA EM FOCO. Revista Ponto de Partida**, n. 1, 2013.