



RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: ANÁLISE DAS DIFICULDADES DE LICENCIANDOS EM MATEMÁTICA

Amanda Stefani¹

Marcelo Carlos de Proença²

Educação Matemática no Ensino Superior

Resumo: O presente estudo teve como objetivo investigar as dificuldades na resolução de problemas de 27 licenciandos em Matemática, do terceiro semestre, de uma universidade pública. Trata-se de uma pesquisa descritiva que teve como instrumentos de coleta de dados uma prova de Matemática. A análise dos dados mostrou que a nota média obtida na resolução dos problemas propostos foi de 6,29. Na prova de Matemática, verificamos que a maior dificuldade ocorreu na etapa de monitoramento. Além disso, encontramos lacunas em aspectos conceituais e de uso de cálculos. Contudo, as dificuldades na resolução de problemas precisam ser consideradas no curso de Licenciatura em Matemática para que, assim, seja oferecida uma formação adequada sobre essa temática.

Palavras-chave: Resolução de Problemas. Licenciatura em Matemática. Pesquisa Descritiva.

Introdução

Os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (BRASIL, 1998, 2002) indicam como estratégia didática a resolução de problemas e o problema como ponto de partida no ensino. Schroeder e Lester (1989) já afirmavam que o trabalho por meio da resolução de problemas, considerando o problema como ponto de partida, favorece a relação entre diversas ideias matemática, contribuindo à compreensão dos alunos da Matemática.

Nesse sentido, tal estratégia precisa ser conhecida pelo futuro professor de Matemática. Porém, pesquisas recentes como a de Proença e Pirola (2010), Proença e Pirola (2011) e Leite et al. (2012) apontaram dificuldades de estudantes de curso de Licenciatura em Matemática para resolver problemas. Os dois primeiros estudos mostraram que ao resolverem a mesma prova, contendo problemas de Matemática, 35 licenciandos do segundo semestre e 17 licenciandos do sexto semestre, de uma IES pública, obtiveram nota média de 4,57 pontos e 5,58 pontos, respectivamente, em uma escala de zero a dez pontos.

De modo específico, o estudo de Proença e Pirola (2010) mostrou que a maior dificuldade de quem estava no início do curso era a falta de domínio e uso de

¹ Licenciada em Matemática. Universidade Estadual de Maringá. amandastefani_tuneiras@hotmail.com

² Doutor. Universidade Estadual de Maringá. mcproenca@uem.br

conhecimentos conceituais e uma interpretação inadequada dos enunciados. Nessa mesma direção, a pesquisa de Leite et al. (2012) mostrou que 22 licenciandos do quarto semestre e 13, do oitavo semestre de uma IES pública sentiram dificuldade na utilização da linguagem matemática e apresentaram pouco conhecimento em relação aos conteúdos de funções e geometria do ensino básico e dificuldades na interpretação dos problemas.

As pesquisas citadas acima evidenciaram dificuldades de licenciandos em Matemática quando o assunto é a resolução de problemas. Assim, com o intuito de explorar essa temática, buscamos investigar as dificuldades na resolução de problemas de futuros professores de Matemática.

A resolução de problemas de Matemática

O tema resolução de problemas implica em dois significados importantes. Um deles é sobre o que vem a ser um problema. O segundo está relacionado ao processo de resolução do problema.

No que diz respeito ao significado de problema, de acordo com Chi e Glaser (1992, p. 253), “um problema é uma situação na qual o solucionador está tentando alcançar um objetivo e deve encontrar um meio de chegar lá”. Na visão de Sternberg (2000, p. 306) “[...] se pudermos recuperar rapidamente uma resposta da memória, não temos um problema. Se não pudermos recuperar uma resposta imediata, então temos um problema para ser resolvido”.

O problema é uma situação diferenciada em relação às tarefas aplicadas como os exercícios em sala de aula. Para Echeverría (1998, p. 49), “[...] os exercícios servem para consolidar e automatizar certas técnicas, habilidades e procedimentos necessários para posterior solução de problemas”.

Esses tipos de exercícios não estão próximos de serem problemas, pois para Echeverría (1998, p. 48) “[...] para que possamos falar da existência de um problema, a pessoa que está resolvendo essa tarefa precisa encontrar alguma dificuldade que a obrigue a questionar-se sobre qual seria o caminho que precisaria seguir para alcançar a meta”.

Esse caminho estaria relacionado às etapas de resolução de problemas. Em seu livro, *Psicologia Cognitiva*, Sternberg (2000) apresentou etapas de resolução, sendo que, ao tentar resolver um problema, a pessoa se envolveria no seguinte ciclo de resolução de problemas:

- Identificação: temos que identificar a questão principal do problema, o que implica em se reconhecer qual objetivo queremos alcançar.
- Definição e representação: essa etapa é crucial para resolução de um problema, pois após identificá-lo, deve-se defini-lo e representá-lo para se ter condições de resolvê-lo corretamente.
- Formulação da estratégia: nessa etapa deve-se elaborar uma estratégia de resolução ao problema, não existindo apenas uma, pois isso vai depender do sujeito que vai tentar resolvê-lo.
- Organização da informação: após ter percorrido por essas etapas acima, é necessário uma organização dos dados obtidos, de maneira que se encontre uma representação que capacite o sujeito a executar uma melhor estratégia planejada.
- Alocação de recursos: neste caso, temos que o sujeito que busca métodos, formas, planejamentos para resolver um problema, terá mais facilidade, agilidade e ganhar tempo para resolvê-lo, evitando inícios equivocados e outros tipos de erros.
- Monitorização: nesta etapa o solucionador deve verificar cada passo tomado para resolver o problema, analisando se não há nenhum indício de erros ou estratégias erradas.
- Avaliação: essa etapa é a meta final, sendo que após o término do problema, o solucionador deve avaliar seu procedimento e a solução antes de concluí-lo definitivamente. Ela permite reconhecer novos problemas, redefinir o problema em questão, enxergar novas estratégias e passar a ter disponíveis novos recursos ou ampliar os existentes.

Com relação à etapa de definição e representação do problema, na perspectiva de Chi e Glaser (1992), citam que:

A representação de um problema consiste essencialmente da interpretação ou compreensão do problema por aquele que o soluciona. Os pesquisadores descobriram que a representação é muito importante como determinante da facilidade de solução de problemas. (CHI; GLASER, 1992, p. 265).

Outro aspecto importante sobre o processo de resolução de problemas está relacionado à estratégia. De certo modo, alguns aspectos importantes para a

resolução de problemas requerem um conjunto de estratégias, táticas e etapas para encontrar a solução, ou seja, para conseguir resolver o problema.

Para Musser e Shaughnessy (1997), algumas estratégias que poderiam ser utilizadas na sala de aulas são:

- Tentativa-e-erro: essa estratégia é a mais simples para resolução de problemas. É necessário escolher uma maneira possível de executar a operação com os dados fornecidos e, por fim, verificar se a meta foi alcançada.
- Padrões: esta estratégia é considerada, partindo-se de casos particulares de determinados dados do problema, possibilitando, assim, a obtenção da solução desejada.
- Resolver um problema mais simples: neste caso, quando o solucionador tem um problema mais complicado, trabalhoso, onde é necessário planejar as etapas, pode-se utilizar de um problema mais simples que já foi resolvido anteriormente, ou seja, como uma estratégia para se chegar a uma solução.
- Trabalhar em sentido inverso: o que difere essa estratégia das outras é que nesta o problema começa a ser explorado, resolvido a partir do seu objetivo, aonde quer chegar e não dos dados iniciais que se tem no problema.
- Simulação: para solucionar um problema é necessária uma coleta de dados, ou seja, como se fosse um experimento, pois você rascunha o seu planejamento e depois finaliza se estiver correto.

Diante disso, os autores supracitados apontaram que devemos analisar a situação que estamos tentando solucionar, pois essas estratégias podem ser modificadas e utilizadas quando necessárias, porque cada pessoa planeja, cria sua estratégia, conforme o entendimento do problema. A flexibilidade deve ser considerada.

Assim, é importante que o futuro professor de Matemática compreenda que a temática da resolução de problemas envolve aspectos sobre o que é um problema e sobre as etapas de resolução. Isso o ajudaria a organizar situações de Matemática para exercer um ensino de qualidade em sala de aula.

Metodologia

De acordo com o nosso objetivo, realizamos uma pesquisa descritiva que tem “[...] como meta primordial a descrição das características de determinada população ou fenômeno ou o estabelecimento de relações entre variáveis” (GIL, 2012, p. 28).

A pesquisa foi desenvolvida no período de agosto de 2013 a julho de 2014 e, para coletar dados sobre as dificuldades dos participantes na resolução de problemas, utilizamos uma prova de Matemática que foi aplicada a 27 licenciandos do segundo ano (terceiro semestre) de um curso de Licenciatura em Matemática, sendo 12 licenciandos da turma da manhã e 15 licenciandos da turma da noite, de uma Universidade Pública do Estado do Paraná.

Tal prova teve como base algumas atividades de Matemática apresentadas e discutidas no documento “Plano de Desenvolvimento da Educação/ Prova Brasil (2011)” e na prova do Exame Nacional do Ensino Médio – ENEM da edição de 2013. Selecionamos três problemas de geometria, três de aritmética e um de álgebra, totalizando os 7 problemas utilizados na nossa investigação.

A quantidade de problemas selecionados nessas três áreas da Matemática se justifica porque foram as únicas que entendemos possuir características do que seria um problema, uma vez que atividades de álgebra, por exemplo, se enquadravam apenas à avaliação de natureza conceitual. Além disso, como as atividades nessas provas possuíam alternativas a serem escolhidas como respostas, retiramos esta opção, substituindo por uma pergunta, o que caracterizou a atividade como um problema dentro de nossa perspectiva teórica. Segue abaixo a prova de Matemática.

Quadro 1 – Atividades da prova de Matemática.

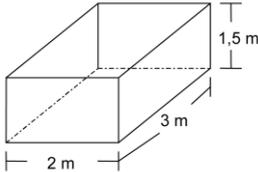
- 1) Ao escolher lajotas para o piso de sua varanda, Dona Lúcia falou ao vendedor que precisava de lajota que tivessem os quatro lados com a mesma medida. Quais seriam os desenhos e os nomes dessas possíveis figuras geométricas?
- 2) O contribuinte que vende mais de R\$ 20 mil de ações em Bolsa de Valores em um mês deverá pagar Imposto de Renda. O pagamento para Receita Federal consistirá em 15% do lucro obtido com a venda das ações. Um contribuinte que vende por R\$ 34 mil um lote de ações que custou R\$ 26 mil terá que pagar qual valor de Imposto de Renda à Receita Federal?
- 3) Um polígono regular possui a medida do ângulo central igual a 40° . Qual o número de lados desse polígono?
- 4) A avó de Patrícia mora muito longe. Para ir visitá-la a menina gastou 36 horas de viagem. Quantos dias durou a viagem de Patrícia?
- 5) Na aferição de um novo semáforo, os tempos são ajustados de modo que, em cada ciclo completo (verde-amarelo-vermelho), a luz amarela permaneça acesa por 5 segundos, e o tempo em que a luz verde permaneça acesa seja igual a $\frac{2}{3}$ do tempo em que a luz vermelha fique acesa. A luz verde fica acesa, em cada ciclo, durante x segundos e cada ciclo dura y segundos. Qual é a expressão que representa a relação em x e y ?
- 6) Para o reflorestamento de uma área, deve-se cercar totalmente, com tela, os lados de um terreno, exceto o lado margeado pelo rio, conforme a figura. Cada rolo de tela que será comprado para confecção da cerca contém 48 metros de comprimento.



Qual a quantidade mínima de rolos que deve ser comprada para cercar esse terreno?

7) Uma caixa d' água, com forma de um paralelepípedo, mede 2m de comprimento por 3m de largura e 1,5m de altura. A figura abaixo ilustra essa caixa.

Qual é o volume da caixa d' água em m³?



Fonte: Os autores.

A análise dos dados foi realizada com base nas dificuldades dos participantes na resolução de problemas. Realizamos a análise da prova de matemática com foco nas dificuldades dos alunos nas etapas de resolução, as quais, com base em Sternberg (2000), sintetizamos da seguinte forma: a) compreensão – correspondendo à compreensão e interpretação do problema; b) estratégia – elaboração de um caminho para a resolução do problema; c) execução – executar a estratégia proposta, tendo em vista cálculos e desenhos; d) monitoramento – avaliar o processo de resolução seguido e a resposta encontrada. Desse modo, ilustramos tais dificuldades por meio de Tabelas e Figuras que revelaram o processo de resolução seguido.

Análise e discussão das dificuldades na resolução de problemas

A média geral dos 27 participantes da pesquisa (turmas da manhã e da noite) na realização da prova de Matemática foi 6,29, numa escala de zero a dez pontos. Destaca-se que a nota média adquirida pela turma da manhã foi 5,5 e a adquirida pela turma da noite foi de 7,07.

Uma nota média próxima a de nosso estudo foi justamente a da pesquisa de Proença e Pirola (2011), apresentada anteriormente, que mostrou que o desempenho de 17 licenciandos do sexto semestre de um curso de Licenciatura em Matemática na resolução de problemas revelou uma nota de 5,58 pontos numa escala de zero a dez. No entanto, estes alunos deveriam ter apresentado nota superior aos do nosso estudo, pois estavam mais adiantados nos semestres do curso.

No que se refere ao processo de resolução de problemas, na Tabela 1, abaixo, mostra-se as dificuldades dos participantes do nosso estudo nas quatro etapas de resolução, elencadas para análise desta pesquisa. Nessa Tabela, os problemas 1, 3 e 6 são de geometria, os problemas 2, 4 e 7 são de aritmética e o problema 5, de álgebra.

Quadro 1 – Dificuldades verificadas nas etapas de resolução de problemas.

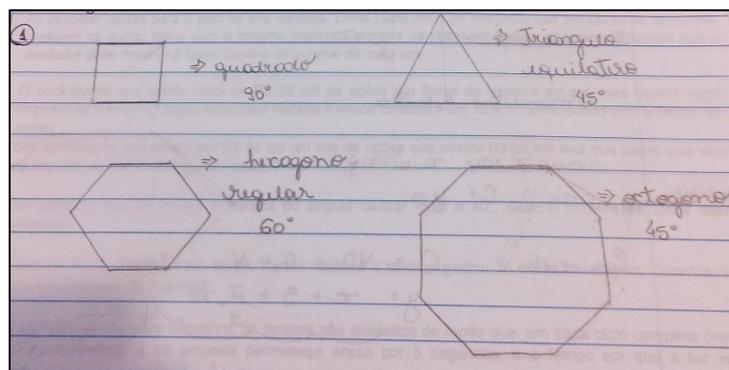
Problema	Compreensão (%)	Estratégia (%)	Execução (%)	Monitoramento (%)	Total (27 = 100%)
1	18,52	0,00	0,00	0,00	18,52
2	7,41	0,00	0,00	37,04	44,44
3	18,52	0,00	0,00	3,70	22,22
4	3,70	0,00	7,41	3,70	14,81
5	0,00	0,00	25,93	25,93	51,85
6	3,70	3,70	11,11	22,22	40,73
7	0,00	0,00	0,00	7,41	7,41

Fonte: Os autores.

Com base na Tabela 1, na etapa de compreensão, foram nos problemas número 1 e 3 (de geometria) que os participantes apresentaram um índice maior de dificuldades, com um percentual de 18,52%. A Figura 1, abaixo, evidencia essa dificuldade.

Verificamos que, entre as respostas corretas do problema (quadrado e losango), um dos participantes identificou apenas o quadrado como uma das figuras planas que representava as lajotas. Verifica-se que apresentou, equivocadamente, figuras geométricas que não tinham coerência como resposta ao problema proposto, sendo elas um hexágono, um triângulo equilátero e um octógono. Assim, isso resultou em uma resposta parcialmente correta.

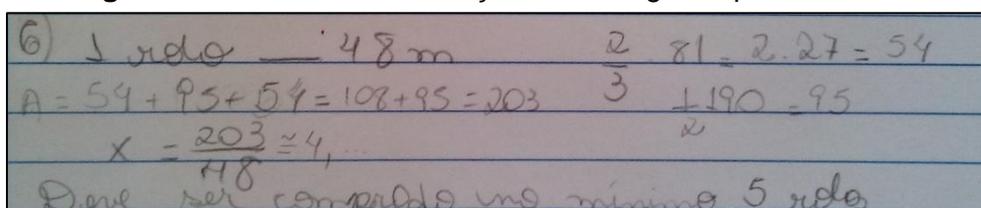
Figura 1 – Dificuldade em relação à compreensão do problema 1.



Fonte: Os autores.

Na etapa que envolveu a apresentação e uso de uma estratégia, foi no problema número 6 (de geometria) que verificamos a maior dificuldade dos participantes, uma vez que identificamos um percentual de 3,70%. A Figura 2, abaixo, ilustra esse resultado. Verificou-se que um dos participantes identificou o problema, mas utilizou a estratégia errada, pois multiplicou dois terços por 81, resultando em 54 e ainda multiplicou a medida 190 por um meio, obtendo como resultado 95 e depois calculou o perímetro e o dividiu por 4, o que resultou em uma resposta incorreta.

Figura 2 – Dificuldade em relação à estratégia do problema seis.



Fonte: Os autores.

Na etapa de execução, verificamos que foi no problema 5 (de álgebra) que os participantes apresentaram maiores dificuldades, evidenciando um índice de 25,93%. Destaca-se que essa mesma porcentagem ocorreu nesse problema na etapa seguinte, de monitoramento. A Figura 3, abaixo, ilustra a dificuldade não apenas na execução como no monitoramento.

Figura 3 – Dificuldades em relação à execução e ao monitoramento do problema cinco.

5. Verde / amarelo / vermelha

Amarelo = 5 segundos
 Verde = 2
 Vermelha = 31 minutos (suposto)

$$1 - \frac{2}{3} = \frac{3-2}{3} = \frac{1}{3}$$

$$2x + y = \frac{2}{3} \Rightarrow x = \frac{2}{3} - y$$

5) amarelo = 5 s
 verde = $\frac{2}{3}$ da vermelha

1 ciclo = y

$$E: \frac{3}{2}x + x + 5 = y$$

$$R: \frac{5}{2}x + 5 = y$$

Fonte: Os autores.

Na primeira resolução, temos que um dos participantes conseguiu identificar o problema, mas quando foi prosseguir com a elaboração da estratégia, executou de maneira incorreta, supondo um tempo de 31 minutos para a luz vermelha, resultando em uma resposta incorreta. Já na segunda resolução, verifica-se que um dos participantes identificou o problema, utilizou os dados e executou sua estratégia corretamente. Porém, ao final, somou as incógnitas em comum e não tirou MMC (mínimo múltiplo comum), resultando em uma resposta incorreta, pois também deixou em uma equação reduzida da reta, o que mostrou sua dificuldade na etapa de monitoramento para avaliar a relação correta entre x e y.

Por fim, as dificuldades na etapa de monitoramento ocorreram em maior percentual (37,04%) no problema número 2 (de aritmética). A Figura 4, abaixo, ilustra essa dificuldade.

Figura 4 – Dificuldade em relação ao monitoramento do problema dois.

2) $8 \rightarrow 100'$
 $\checkmark \rightarrow 15\%$

$$100x = 120$$

$$x = \frac{120}{100} \quad x = \frac{6}{5} \quad x = 1,2 \quad R) 1,2$$

Fonte: Os autores.

Na resolução apresentada na Figura 4, verificamos que um dos participantes parece ter compreendido adequadamente o problema em relação ao fato de que o Imposto de Renda deveria ser pago sobre o valor da diferença entre os R\$ 34 mil de ações vendidas e os R\$ 26 mil que pagou, resultando em oito mil reais de lucro. Assim,

assumiu uma estratégia e executou os cálculos de maneira correta e, ao final do processo, apresentou uma resposta: R\$ 1,2. Porém, essa resposta não está correta. Nota-se que o estudante não utilizou o valor 8.000 (oito mil) na estratégia. Trabalhou o valor numérico oito, o que, matematicamente, resultou no valor “ $x = 1,2$ ”. Desse modo, o participante deveria ter multiplicado por mil esse valor e, assim, apresentado a resposta correta. Entende-se que ocorreu a falta da realização do monitoramento do processo seguido, buscando a avaliação da racionalidade da resposta em termos da pergunta do problema e da sua natureza.

A pesquisa de Proença (2012), que teve como objetivo favorecer uma formação a futuros professores de Matemática sobre resolução de problemas, mostrou que, na discussão das resoluções dos problemas feitos nas aulas ministradas, os seis participantes presentes, do quarto ano do curso, não avaliaram a resposta do seguinte problema: *Cada lado de um quadrado é aumentado 3 cm e daí sua área é acrescida de 39 cm². Determine o lado do quadrado que é obtido.* Atribuíram o valor “ x ” ao lado do quadrado e propuseram “ $x + 3$ ” ao lado do novo quadrado, obtendo, via cálculos corretos, o valor “ $x = 5$ ”. Desse modo, concluíram erroneamente que a resposta era cinco centímetros, evidenciada pela fala de um deles: *isso quer dizer que o primeiro tinha dois. Aumentou três, ficou cinco.* No entanto, na retomada da pergunta do problema pelo pesquisador, as discussões permitiram aos estudantes perceber que a resposta seria somar cinco a três, resultando em oito centímetros.

Conclusão

Neste estudo, buscamos investigar as dificuldades de licenciandos do terceiro semestre do curso de Licenciatura em Matemática de uma universidade pública do Estado do Paraná sobre a temática da resolução de problemas.

Na análise de dados, a nota média geral obtida na realização da prova de Matemática foi de 6,29 numa escala de zero a dez, sendo que a turma da manhã teve uma nota média de 5,5 pontos e a turma da noite foi maior em relação à outra turma, sendo de 7,07 pontos.

Nas etapas de resolução, verificamos que, de modo geral, a etapa de monitoramento foi a que os participantes tiveram maior dificuldade, seguida das etapas de compreensão, execução e estratégia (Tabela 1). Possivelmente, a dificuldade maior no monitoramento pode estar relacionada à falta de uma atitude gerada, quando ainda eram alunos da Educação Básica, para avaliar o processo de

resolução seguido, bem como da racionalidade da resposta encontrada. Isso mostra que essa falta de atitude precisa ser devidamente identificada nos cursos de licenciatura e explorada de tal forma que favoreça uma formação em que se compreenda o significado e a importância de se realizar o monitoramento do processo de resolução.

De modo específico, os participantes tiveram maiores dificuldades nas etapas de compreensão e estratégia em problemas, envolvendo conhecimentos de geometria (problema 1 (18,52%) e problema 6 (3,70%), respectivamente). Na etapa de execução, identificamos maior dificuldade no único problema de álgebra, de número 5 (25,93%). Por fim, na etapa de monitoramento, foi no problema 2 que os participantes apresentaram maior dificuldade (37,04%).

Assim, na análise das dificuldades na resolução de problemas, identificamos: a) lacunas em aspectos conceituais para identificar figuras de quatro lados de mesma medida e para identificar e fazer uso do perímetro no que se refere ao seu conceito e não apenas ao cálculo (adição); b) dificuldade para levantar hipóteses adequadas; c) dificuldades na realização/continuação de cálculos; d) dificuldades para avaliar o processo seguido e a resposta encontrada.

Contudo, uma vez que os participantes eram estudantes que estavam no início do curso, as dificuldades evidenciadas de nossa pesquisa mostram que é importante que tais dificuldades sejam identificadas e corrigidas. Assim, no curso de Licenciatura em Matemática, deve-se oferecer uma formação que os leve à compreensão da resolução de problemas.

Referências

BRASIL. Secretaria de educação média e tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: ensino médio. Brasília: MEC/SEMTEC, 2002.

BRASIL. Secretaria de ensino fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: SEF/MEC, 1998.

CHI, M. T. H; GLASER. R. A capacidade para solução de problemas. In: Sternberg, R. **As capacidades intelectuais humanas**: uma abordagem em processamento de informações. Trad. Dayse Batista. Porto Alegre: Artes Médicas, 1992, p.249-274.

ECHEVERRÍA, M. D. P. P. A solução de problemas em Matemática. In: Pozo, J. I. (Org.). **A solução de problemas**: aprender a resolver, resolver para aprender. Porto Alegre: ArtMed, 1998, p. 43-65.

GIL, A. C. **Métodos e Técnicas de Pesquisa Social**. São Paulo: Atlas, 2012.

LEITE, A. S. et al. Análise de Erros: Percepções e Significados. In: ENCONTRO DE MATEMÁTICA, 2., 2012. Caetité-Bahia. **Anais...** Caetité: SBEM, 2012.

MUSSER, G. L; SHAUGHNESSY, J.M. Estratégias de resolução de problemas na matemática escolar. In: KRULIK, S.; REYS, R. E (org). **A resolução de problemas na matemática escolar**. Trad. Hygino H. Domingues e Olga Corbo. São Paulo: Atual, 1997, p.188-201.

PROENÇA, M. C. **A resolução de problemas na licenciatura em matemática: análise de um processo de formação no contexto do estágio curricular supervisionado**. 2012. 208f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) – Faculdade de Ciências, UNESP, Bauru.

PROENÇA, M. C.; PIROLA, N. A. Análise do desempenho de licenciandos em Matemática na resolução de problemas. In: CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 13.,2011. Recife – Brasil. **Anais...** Recife: CIAEM, 2011.

PROENÇA, M. C.; PIROLA, N. A. Resolução de problemas na licenciatura em matemática. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10., 2010. Salvador – BA. **Anais...** Salvador: SBEM, 2010.

SCHROEDER, T. L.; LESTER, F. K., JR. Developing understanding in mathematics via problem solving. In: TRAFTON, P. R.; SHULTE, A. P. (Eds.). **New directions for elementary school mathematics**. Reston: NCTM, 1989, p. 31-42.

STERNBERG, R. **Psicologia Cognitiva**. Trad. Maria Regina Borges Osório. Porto Alegre: Artes Médicas, 2000.