



## DESAFIO AOS MONITORES DE CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL: FORMULAÇÃO DE PROBLEMAS

Eliane Bihuna de Azevedo<sup>1</sup>

Elisandra Bar de Figueiredo<sup>2</sup>

Pedro Manuel Baptista Palhares<sup>3</sup>

### Modelagem Matemática e Resolução de Problemas

**Resumo:** A formulação de problemas matemáticos proporciona ao aluno tanto do Ensino Básico quanto do Ensino Superior usar a sua criatividade para elaborar questões, mas também o obriga ter um bom domínio do conteúdo e a relacioná-lo com outros conhecimentos. Por experiência docente, sabemos que não é comum nas salas de aula propor que o aluno elabore seus próprios problemas. Quando se trabalha com problemas, muitas vezes, se propõem problemas como uma aplicação do conteúdo que já fora estudado, ou seja, usa-se a resolução de problemas sob a concepção do ensinar para resolver problemas. Em dezembro de 2016 realizamos um primeiro experimento de formulação de problemas. O desafio foi lançado aos monitores de Cálculo Diferencial e Integral de uma universidade pública brasileira. Neste artigo, iremos apresentar duas das situações problema propostas, os problemas elaborados pelos monitores e uma análise qualitativa dos dados. Para coleta de dados também foram aplicados dois questionários, um antes de realizarem a atividade proposta e outro depois de terem vivenciado o que é a formulação de problemas. Esta experiência nos mostrou que alunos criativos podem ser nossos alunos quando lhes é dada a oportunidade. Os monitores julgaram que formular problemas exige mais conhecimento do que resolver problemas.

**Palavras Chaves:** Formulação de problemas. Cálculo Diferencial e Integral I. Resolução de Problemas. Ensino Superior.

### INTRODUÇÃO

A ideia de trabalhar com formulação de problemas na sala de aula vem desde a época em que foi difundida a metodologia de resolução de problemas com a publicação do clássico livro de George Polya (1945/2006<sup>4</sup>) intitulado “*How to solve it*”. Para Polya, se o aluno não tiver a oportunidade de criar seus próprios problemas sua experiência matemática ficaria incompleta. Segundo Palhares (1997), possivelmente o tratamento dado por Polya à formulação de problemas (menor do que a dada para divulgação da resolução de problemas) pode ter sido um motivo pelo qual esse tema fora pouco discutido até pouco tempo atrás. A comunidade educativa passou a se interessar pela formulação de problemas a partir da década de 90 (PALHARES, 1997).

---

<sup>1</sup> Mestre. Universidade do Estado de Santa Catarina. eliane.bihuna@gmail.com

<sup>2</sup> Doutora. Universidade do Estado de Santa Catarina. elis.b.figueiredo@gmail.com

<sup>3</sup> Doutor. Universidade do Minho. palhares@ie.uminho.pt

<sup>4</sup> A primeira edição foi publicada em 1945.

No Brasil, a Base Nacional Curricular Comum (2017, p. 255), prevê que os estudantes “formulem novos problemas, baseando-se na reflexão e no questionamento sobre o que ocorreria se alguma condição fosse modificada ou se algum dado fosse acrescentado ou retirado do problema proposto” a fim de desenvolverem a capacidade de abstração. Como a Universidade prepara os futuros profissionais que atuarão no Ensino Básico, entendemos que devido a essas orientações nacionais devemos preparar os futuros professores para que estes se sintam aptos para as atenderem.

Por formulação de problemas matemáticos entendemos como sendo a oportunidade dada aos estudantes de usarem sua criatividade para inventarem e resolverem seus próprios problemas ou mesmo reformularem problemas que já foram apresentados (SILVER apud GOTIJO, 2006; PALHARES, 1997). Corroboramos com Cunha, Martins e Viseu (2014, p.2) de que na formulação de problemas “o aluno é desafiado a formular um enunciado de um problema cujo contexto dê sentido aos conceitos que aprendeu e se traduz numa estratégia de resolução que tenha como solução a informação dada”.

De acordo com Vale e Pimentel (2012, pp.347-348), “a formulação de problemas tem sido uma componente da aula de matemática bastante negligenciada, mas essencial na aprendizagem matemática”. Concordamos com a opinião dessas autoras, pois pela experiência docente no Ensino Superior, sabemos que, ao menos nas disciplinas do ciclo básico de nossa Instituição, não se costuma trabalhar com a formulação de problemas que está diretamente relacionada com a resolução de problemas. Muitas vezes, quando se trabalha com problemas em sala de aula eles são utilizados como sendo um fim no ensino, ou seja, ensinamos *para*<sup>5</sup> resolver problemas, visto que eles são trabalhados ao final de um conteúdo como uma aplicação do que fora ensinado.

A presente investigação foi inspirada no artigo “*A formulação de problemas na aprendizagem de derivada de uma função*” de Maria do Carmo Cunha, Paula Mendes Martins e Floriano Viseu (CUNHA, MARTINS, VISEU, 2014) que visou averiguar como alunos do 11º ano de Matemática B<sup>6</sup> aplicam os conhecimentos que

---

<sup>5</sup> Segundo Schroeder e Lester (1989), há três concepções sobre a forma de se trabalhar com a metodologia de resolução de problemas em sala de aula, que são o ensinar *sobre*, *para* e *através* da resolução de problemas.

<sup>6</sup> Esta pesquisa foi realizada em Portugal e o conteúdo de Cálculo Diferencial e Integral faz parte do currículo do Ensino Secundário, equivalente ao Ensino Médio brasileiro.

adquiriram no estudo de derivadas de funções na formulação de problemas. Os trabalhos foram realizados de forma individual. Estes pesquisadores, aplicaram um questionário antes e outro depois da realização da atividade. Os mesmos itens por eles analisados nos questionários, também foram considerados por nós nesta pesquisa. O objetivo do primeiro questionário foi saber o que os respondentes acreditavam que é a resolução e a formulação de problemas. E, do segundo, era conhecer a opinião deles após terem vivenciado a formulação de problemas.

## **DESCRIÇÃO DO ESTUDO**

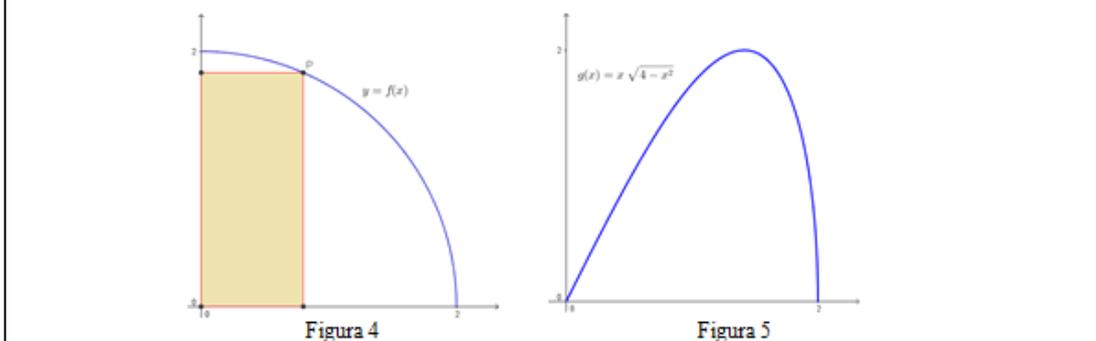
A atividade de formulação de problemas a que este texto se refere foi aplicada no dia 12 de dezembro de 2016. Os participantes foram nove monitores<sup>7</sup> de Cálculo Diferencial e Integral do Centro de Ciências Tecnológicas da Universidade do Estado de Santa Catarina. Nesse caso todos os monitores eram bolsistas remunerados. Destes, sete eram monitores de Cálculo Diferencial e Integral I e dois de Cálculo Diferencial e Integral II. Salieta-se que dos participantes desta atividade de formulação de problemas somente um dos monitores, que é do curso de Licenciatura em Matemática, conhecia a metodologia de RP, porque participava de um projeto de monitoria cujo objetivo era auxiliar os alunos usando as etapas de Polya. Mas, mesmo este monitor, nunca tivera aulas mediadas pela metodologia de RP. Os trabalhos foram realizados em grupos, sendo formadas quatro equipes: três duplas e um trio. Os próprios estudantes escolheram sua equipe de trabalho. No total foram propostas oito soluções de situações problema e foi solicitada a elaboração por cada equipe de um problema cuja solução fosse a dada. Os participantes poderiam consultar qualquer material que tivessem acesso, tais como: livros, apostilas, cadernos, internet, dentre outros; mas, se usassem alguma ideia pronta deveriam referenciar. Nos chamou a atenção que durante todo o tempo, apenas uma dupla consultou livros didáticos e outra dupla pesquisou no celular. Porém, ninguém referenciou. Neste artigo, nos limitaremos a análise de forma qualitativa da sexta e da sétima situação-problema proposta, apresentada nos Quadros 1 e 2, respectivamente.

---

<sup>7</sup> Monitores são alunos que já foram aprovados na disciplina e foram selecionados por um professor para atenderem os alunos, que ainda estão cursando a disciplina, esclarecendo dúvidas referentes aos conteúdos e auxiliando-os nas dificuldades encontradas ao resolverem as listas de exercícios e trabalhos extraclases propostos pelos professores.

### Quadro 1 – Situação problema 6

**6ª Situação:** Os gráficos das figuras 4 e 5 estão associados. Proponha uma situação problema na qual o gráfico da figura 5 é a solução desse problema e que aborde o conteúdo de otimização.



Fonte: Produção dos autores, 2016.

### Quadro 2 – Situação problema 7

**7ª Situação:** Formule um problema que minimize a função  $f(x, y) = 2x^2 + 4xy$  sabendo que  $x^2y = 1000$ .

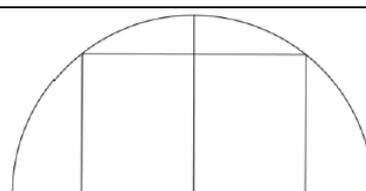
Fonte: Produção dos autores, 2016.

Optou-se por analisar estas situações porque ambas foram adaptadas das tarefas 4 e 2, respectivamente, apresentadas nos Quadros 3 e 4, do artigo de Cunha, Martins e Viseu (2014). Na proposta de Cunha, Martins e Viseu (2014), dos vinte alunos participantes, apenas cinco alunos formularam um problema para a tarefa 4 e apenas dois para a tarefa 2, no nosso caso todas as equipes elaboraram um problema para as duas questões.

### Quadro 3 – Tarefa 4

**Tarefa 4.** Considera a expressão  $y = 2x\sqrt{25 - x^2}$  e o semicírculo de raio 5 representado na figura.

- Identificando  $x$  como a medida de um segmento de reta da figura, enuncia um problema sobre a figura cuja resposta passe pelo estudo dos extremos da função definida pela expressão.
- Pede a um colega teu que resolva o problema.



Fonte: CUNHA; MARTINS; VISEU, 2014, p.13

### Quadro 4 – Tarefa 2

**Tarefa 2.** Pretende-se saber quando é que é mínima a expressão  $2x^2 + 4xy$  sabendo que  $x^2y = 1000$ .

- Enuncia um problema concreto cuja resposta passe pela situação apresentada.
- Apresenta uma resposta ao problema formulado.

Fonte: CUNHA; MARTINS; VISEU, 2014, p.9

Observando os Quadros 2 e 4, pode-se perceber que as situações são semelhantes. E ainda, observando os Quadros 1 e 3, pode-se perceber que as situações problema são diferentes, mas a essência de ambas é a mesma.

Modificamos a tarefa 4 (do Quadro 3), porque no material didático utilizado por vários professores de Cálculo Diferencial e Integral 1 de nossa Instituição, existe um problema de otimização com uma figura ilustrada muito similar a apresentada nesta tarefa e não queríamos propor uma situação problema em que os elaboradores identificassem uma possível solução sem refletir sobre ela.

Nas próximas seções iremos apresentar, nesta ordem, os resultados dos questionários aplicados antes da atividade; os problemas formulados por cada uma das equipes bem como nossas reflexões sobre elas; os resultados do questionário aplicado após a formulação de problemas; e, por fim, algumas considerações.

### PERSPECTIVAS ANTES DA EXPERIÊNCIA

Antes de iniciar a atividade, cada um dos monitores respondeu de forma individual, um questionário com 5 questões abertas que deveriam ser respondidas sem pesquisar nenhum material sobre o assunto, pois gostaríamos de ter as respostas espontâneas sobre: a diferença entre exercício e problema; a(s) estratégia(s) que utiliza na resolução de um problema; a importância da resolução de problemas no dia-a-dia; o que entende por formulação de um problema; e, a importância do aluno ser desafiado a formular problemas.

Pelas respostas apresentadas na Tabela 1<sup>8</sup>, percebe-se que por exercício entendem como atividades que servem para treinar/fixar conteúdos. E, por problemas, como algo que exige mais raciocínio, que abrange mais conteúdos e é mais difícil de ser resolvido. Nota-se também que dois alunos entendem a resolução de problemas sob a concepção de ensinar *para* resolver problemas, pois veem como verificação do conteúdo aprendido.

Tabela 1 – Diferença entre exercícios e problema

Exercício	
Repetição Mecânica	3
Resolução direta	2
Treinar/fixar conteúdo novo	7
Problema	
Requer mais raciocínio	6
Abrange mais conteúdos	4
Mais difícil/complexo	3
Verificação do conteúdo aprendido	2

Fonte: Produção dos autores, 2017.

<sup>8</sup> Algumas das respostas dos alunos foram classificadas em mais de uma categoria.

Quanto à resolução de problemas, responderam exatamente que atitudes/estratégias usam para resolver problemas. Pelas respostas apresentadas na Tabela 2, pode-se identificar, nas respostas dos monitores, as 3 (de 4) primeiras etapas do método de Polya<sup>9</sup>: compreender o problema, estabelecer uma estratégia e executar o plano.

Tabela 2 – Estratégia(s) que utiliza na resolução de um problema

Compreende o problema	6
Estabelece um plano	5
Executa o plano	4
Tentativa e erro	2
Pesquisa	3

Fonte: Produção dos autores, 2017.

Pelas estratégias de resolução de problemas descritas, constatamos que mesmo sem esses monitores terem conhecimento da metodologia de resolução de problemas em seus respectivos cursos, eles usam as recomendações que Polya dá aos alunos para que estes se tornem bons solucionadores de problemas. Uma das estratégias de solução está apresentada na Figura 1.

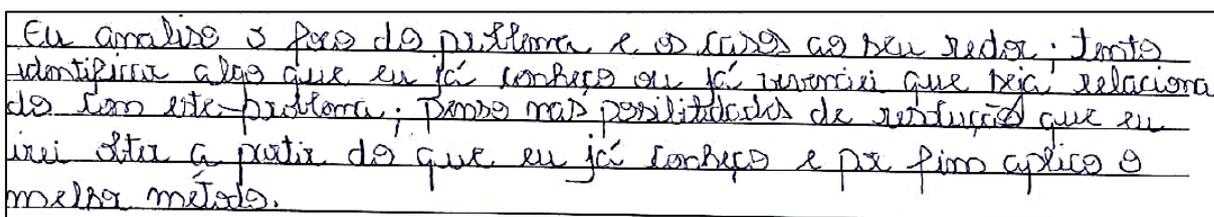


Figura 1 – Estratégia de resolução de problema de um monitor

Fonte: Produção dos monitores, 2016.

Na Tabela 3 pode-se observar as opiniões dos monitores a respeito da importância da resolução de problemas no cotidiano são bem divergentes, pois somente 3 alunos partilham da mesma opinião sobre o assunto. Estes consideram que a resolução de problemas estimula o raciocínio lógico.

Tabela 3 – Importância da resolução de problemas no dia-a-dia

Estimula raciocínio lógico	3
Demonstrar conhecimento dos conteúdos	1
Aprender a solucionar problemas no dia-a-dia	2
Compreender melhor o conteúdo	2
Desenvolver senso crítico	2
Aplicar o conteúdo matemático	2
Exercitar a mente	2
Fixação do conteúdo	1
Aumentam a autoconfiança	1
Diferentes soluções	2

Fonte: Produção dos autores, 2017.

<sup>9</sup> A quarta etapa é o retrospecto, ou seja, a revisão da solução.

Quanto ao entendimento do que vem a ser formulação de problemas foi consenso (por maioria) de que está associado com o processo de criação de um problema (ver Tabela 4).

Tabela 4 – Entende por formulação de problemas

Partir do contrário	1
Transformar em problema em evento real	2
Criar um problema	7
Organizar conteúdos	2

Fonte: Produção dos autores, 2017.

A Tabela 5 mostra que não houve consenso sobre a importância do estudante ser desafiado a formular problemas. A resposta que apareceu com mais frequência foi que esta atividade permite ao aluno exercitar a sua criatividade.

Tabela 5 – Importância do aluno ser desafiado a formular problemas

Exercitar a criatividade	4
Requer melhor domínio do conteúdo	2
Aprender mais a teoria	2
Aplicação da teoria aprendida	1
Permite desenvolver senso crítico	2
Desenvolver mais responsabilidade	1

Fonte: Produção dos autores, 2017.

## PROBLEMAS FORMULADOS E ANÁLISE

Nesta seção iremos apresentar os problemas elaborados pelas quatro equipes e analisar qualitativamente os problemas formulados e as suas resoluções.

### Situação 6

Esta situação visava a elaboração de um problema que relacionasse os dois gráficos dados, usando o conteúdo de otimização. Os problemas elaborados podem ser vistos no Quadro 5.

Quadro 5 – Problemas elaborados para atender a situação 6

<p>E1: <i>Ache a função que descreve a área de todos os retângulos de vértice <math>A(0,0)</math>, <math>B(x,0)</math>, <math>C(0,y)</math> e <math>P(x,y)</math>. Observe a Figura 4 e a represente geometricamente.</i></p> <p>E2: <i>O gráfico da Figura 4 representa as mudanças na base e altura de um retângulo. A diagonal mantém-se constante. Ache o valor da base para que a área seja a maior possível.</i></p> <p>E3: <i>Deseja-se construir uma piscina retangular em um clube de tal forma que a área ocupada por ela seja máxima em um terreno que possui a forma de <math>\frac{1}{4}</math> de circunferência com raio 2. Represente geometricamente o terreno, a função que representa a área da piscina e a piscina com suas dimensões.</i></p> <p>E4: <i>Sendo a função <math>g(x)</math> que otimiza a área do retângulo da Figura 4, ache o <math>x</math> que otimiza a função.</i></p>
--

Fonte: Produção dos autores, 2017.

Das soluções apresentadas pode-se perceber que apenas uma foi contextualizada. As equipes E1, E2 e E4 formularam questões de cunho mais matemático. Essas três equipes usaram a teoria de derivadas para construir o gráfico da função, mas somente a equipe E1 apresentou uma resolução com justificativas. As demais equipes usaram a teoria de derivadas, mas sem justificativas “do que” e “porque” estavam fazendo aqueles cálculos. Apenas um leitor experiente no assunto entenderia os procedimentos adotados na resolução do problema. Para ilustrar isso, apresentamos na Figura 2 a sucinta resolução apresentada pela equipe E2.

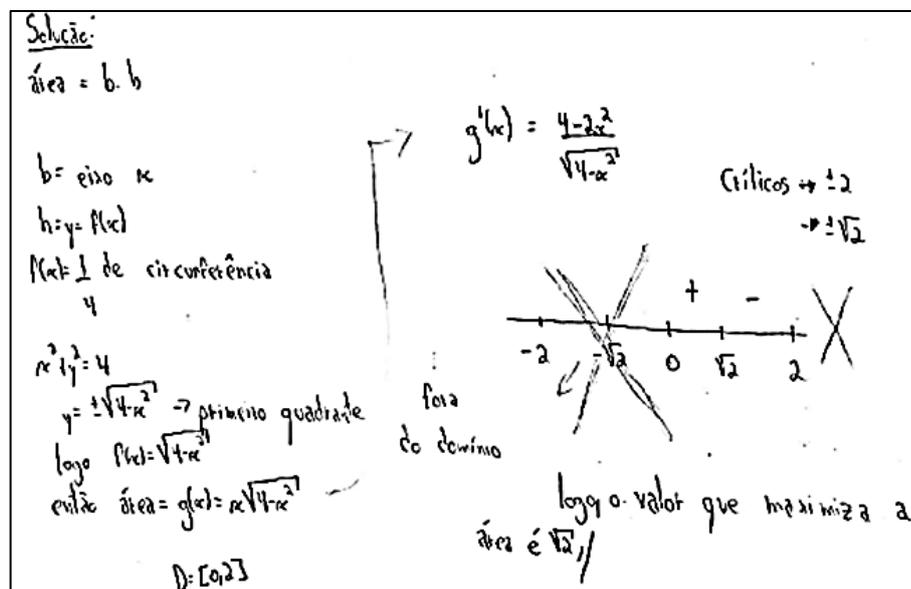


Figura 2 – Resolução da situação 6 elaborada por E2  
 Fonte: Produção dos monitores, 2016.

A equipe E3 foi a única que apresentou um problema contextualizado, conforme pode ser observado no Quadro 5. Essa equipe foi bem criativa com a proposição. Tiveram bastante imaginação, pois sabemos que não é comum encontrar um terreno com o formato de  $\frac{1}{4}$  de circunferência. Para apresentarem a solução encontraram a função que descreve a função área, derivaram, encontraram o ponto crítico (em que a derivada primeira é nula) e assumiram este valor como sendo o valor máximo procurado, sem usar nenhuma teoria para provar tal afirmação, como pode ser observado na Figura 3.

largura  $x$       } área =  $f(x) = x \cdot \sqrt{4-x^2}$   
 comprimento  $\sqrt{4-x^2}$

$$f'(x) = \sqrt{4-x^2} + x \cdot \frac{1}{2}(4-x^2)^{-1/2} \cdot (-2x)$$

$$f'(x) = \frac{\sqrt{4-x^2} - x^2}{\sqrt{4-x^2}} = \frac{4-x^2-x^2}{\sqrt{4-x^2}} = \frac{-2(x^2-2)}{\sqrt{4-x^2}}$$

$$0 = \frac{-2(x^2-2)}{\sqrt{4-x^2}} \Rightarrow x^2-2=0 \Rightarrow x^2=2 \Rightarrow x = \pm\sqrt{2} \Rightarrow \underline{x = \sqrt{2}}$$

$$y = \sqrt{4-x^2} \Rightarrow y = \sqrt{4-2} = y = \sqrt{2} \quad \begin{matrix} \sqrt{2} \\ \sqrt{2} \end{matrix}$$

Figura 3 – Resolução da situação 6 elaborada por E3  
 Fonte: Produção dos monitores, 2016.

### Situação 7

Nesta situação houve o contrário do que ocorreu na situação 6, aqui três equipes apresentaram um problema contextualizado. Os problemas elaborados estão apresentados no Quadro 6.

Quadro 6 – Problemas elaborados para atender a situação 7.

- E1: Sendo  $x$  o tamanho das arestas da base quadrada de uma caixa com tampa e  $y$  a altura da caixa. Ache a menor área possível pra base da caixa sendo o volume total 1000 unidades de volume.
- E2: O custo de produção de um jogo é dado pela função  $f(x) = 2x^2 + \frac{4000}{x^2}$ , onde  $x$  equivale ao número de designers. Encontre o número de designers trabalhando no jogo para que seu custo seja o menor possível.
- E3: Uma indústria precisa construir uma caixa para empacotar um novo refrigerador e o volume dessa deve ser de  $1000 \text{ m}^3$ . Sabe-se que essa caixa deve ter base e tampa quadrada e o valor do  $\text{m}^2$  de papelão é R\$ 4,73, quais as medidas da caixa para ter o menor gasto possível?
- E4: A função  $f(x)$  representa a área de um retângulo, ache as dimensões para minimizar a área.

Fonte: Produção dos autores, 2017.

A equipe E1 formulou um problema que lembra os clássicos problemas de caixas, estudados na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I. Para resolver o problema formulado, encontraram a função área em termos somente da variável  $x$ , obtiveram a primeira derivada e encontraram sua raiz, ou seja, determinaram o ponto crítico. Mas, após isso, apresentaram a resposta final sem aplicar a teoria de derivadas para provar que este ponto crítico de fato era o valor desejado.

A equipe E2 formulou um interessante problema, a nosso ver, pois é uma interpretação que foge das tradicionais abordagens do conteúdo de otimização. Observe que este problema pode ser entendido como contexto real, pois com poucas pessoas trabalhando no jogo levar-se-á muito tempo para finalização do trabalho. Consequentemente, o preço de venda será maior. Por outro lado, com muitas pessoas trabalhando o preço também aumentará, pois gastar-se-á mais com o salário dos funcionários.

Na resolução do problema elaborado, E2 fez análise completa da questão, mas sem justificativas do que e porque estavam “fazendo as contas”. Aplicaram o teste da primeira derivada para concluir a respeito do ponto de mínimo. Mas, cometeram um equívoco ao considerarem o domínio da função  $f$  (sem escrever que era domínio), pois não fizeram nenhuma restrição. Ou seja, consideram a variável  $x$  como sendo um número real qualquer. A resolução apresentada pode ser vista na Figura 4.

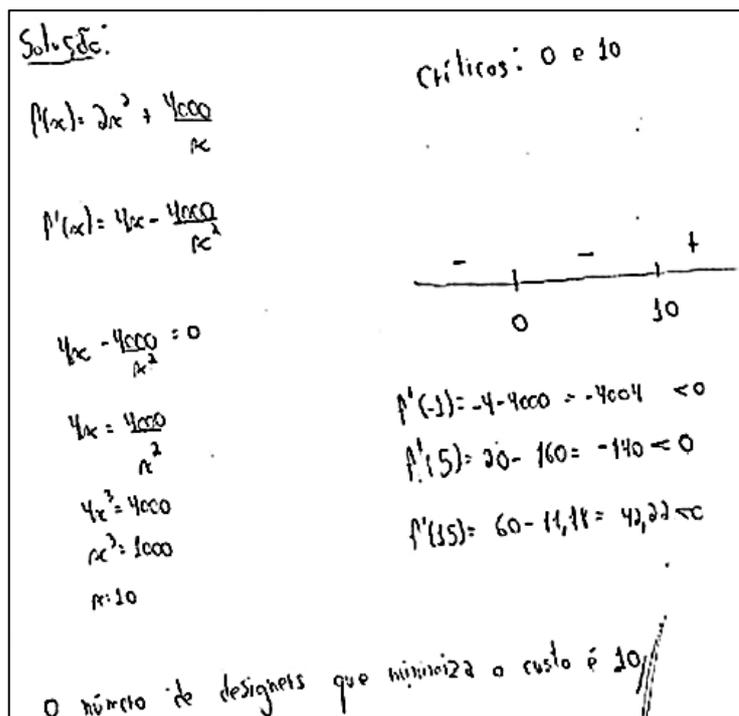
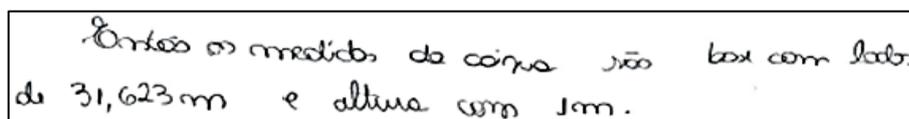


Figura 4 – Resolução do problema apresentado pela equipe E2  
 Fonte: Produção dos monitores, 2016.

Para que a proposição fosse factível o domínio da função deveria ser todo número natural maior ou igual do que 1, mas nesse caso não seria possível utilizar a teoria de derivadas, visto que o domínio é discreto. Portanto, dever-se-ia considerar o domínio como sendo o conjunto dos números reais maiores ou iguais do que 1 e analisar a resposta obtida no conjunto dos números naturais.

Quanto ao problema formulado pela equipe E3, julgamos uma boa contextualização para um clássico problema proposto, apesar de um refrigerador de 1000 m<sup>3</sup> ser apenas hipotético, uma troca de unidade de medida já tornaria o problema plausível. Esta foi a única equipe que respondeu a situação proposta detalhadamente, apresentando as justificativas com embasamento teórico em tudo o que estava fazendo. Porém, não definiram o domínio da função e no momento de determinar o(s) ponto(s) crítico(s) cometeram algum erro, pois o valor apresentado não corresponde a raiz da primeira derivada de  $f$ . Como não apresentam detalhes das contas de como foi obtido o valor do ponto crítico, não foi possível identificar em que parte da resolução ocorreu o erro. Se os cálculos foram feitos utilizando algum aplicativo gráfico, este pode ter sido oriundo de alguma entrada errada na definição da função. Na Figura 5 pode ser observada a conclusão que esta equipe chegou.



Então os medidas da caixa são base com lados de 31,623m e altura com 1m.

Figura 5 – Conclusão do problema elaborado pela equipe E3  
Fonte: Produção dos monitores, 2016.

Uma caixa para um refrigerador com base quadrada de 31 metros de comprimento e 1 metro de altura?! Se não fosse um refrigerador, essas dimensões até poderiam fazer sentido. Deve-se tomar muito cuidado ao elaborar “problemas reais” quando não temos conhecimento suficiente da área que está se idealizando, pois podemos criar respostas não condizentes com a realidade. Se a quarta etapa do método de Polya tivesse sido aplicada, ao revisar a solução provavelmente a equipe poderia analisar se os resultados encontrados faziam sentido.

A equipe E4 propôs um problema que faltam dados no enunciado, pois afirmaram que a função  $f(x, y)$  representa a área de um retângulo, mas não disseram as dimensões nem fizeram referência alguma imagem de onde essa informação pudesse ser extraída, pois ao resolverem o problema não usaram dimensões genéricas, ou seja, não se tratava de um problema aberto. Pela resolução apresentada, o retângulo deveria ter dimensões  $2x$  e  $x + 2y$ . Além disso, na solução apresentada, a função  $f(x, y)$  foi reduzida a uma função de apenas uma variável usando a expressão algébrica que fora dada na situação 7, mas que não aparece menção a ela no problema proposto. Na Figura 6, pode-se notar que a resolução apresentada foi direta, sem justificativas. Além disso, não apresentaram o domínio da função e a solução ficou incompleta, pois E4 encontrou o valor crítico,

mas não deu continuidade a análise para concluir se existiam pontos extremos. Também não concluíram que este era o valor procurado.

Resolução:

$$f(x,y) = 2x^2 + 4xy \quad \text{sabendo que } v^2y = 1000 \quad y = \frac{1000}{x^2}$$

$$f(x,y) = 2x^2 + \frac{4000x}{x^2} \rightarrow f(x,y) = 2x^2 + \frac{4000}{x}$$

$$f'(x) = 4x - \frac{4000}{x^2} = 0$$

$$4x = \frac{4000}{x^2} \quad f'(x) = 0$$

$$x^3 = 1000 \quad x = 10$$

$$f''(x) = 4 + \frac{8000}{x^3}$$

$$f''(10) > 0$$

Figura 6 – Solução apresentada pela equipe E4  
Fonte: Produção dos monitores, 2016.

## PERSPECTIVAS SOBRE FORMULAÇÃO APÓS A EXPERIÊNCIA

O questionário aplicado ao final da atividade foi respondido de forma individual e visava detectar as percepções dos alunos sobre três aspectos: perspectivas sobre a experiência desenvolvida (Tabela 6); perspectivas sobre a importância da formulação de problemas (Tabela 7); e, comparação da formulação de problemas versus resolução de problemas (Tabela 8). Este instrumento de avaliação da atividade adotou a escala Likert de 5 pontos, em que adotamos a seguinte nomenclatura: DT – Discordo totalmente; D – Discordo; I – Indiferente; C – Concordo; CT – Concordo totalmente. A análise estatística dos dados não foi realizada. Apresentamos aqui somente a análise do ponto de vista qualitativo.

Tabela 6 – Com relação às perspectivas sobre a experiência desenvolvida

	DT	D	I	C	CT	NR
Particpei na formulação de problemas.	0	0	0	0	9	0
A formulação de problemas desafiou a minha criatividade.	0	0	0	2	7	0
Na formulação de problemas segui exemplos de problemas da apostila/livros.	2	1	1	3	2	0
A formulação de problemas incentivou a troca de ideias com meu(s) colega(s).	0	0	0	3	6	0
A formulação de problemas ajudou a perceber a utilidade dos conteúdos que aprendi.	0	0	1	1	6	1
Tive dificuldades em formular problemas.	0	1	0	4	4	0

Legenda: NR – Não respondeu.

Fonte: Produção dos autores, 2017.

Pela Tabela 6 pode-se constatar que todos participaram ativamente no processo de formulação de problemas, foram desafiados a usar a criatividade para formular problemas; e que houve interação entre os pares. Somente um participante assumiu que teve dificuldades em formular problemas e apenas um não concorda nem discorda que a formulação de problemas permitiu perceber a utilidade dos conteúdos aprendidos. Apesar de 5 participantes terem assumido que seguiram exemplos encontrados em materiais didáticos, no momento da realização das atividades percebemos apenas uma dupla fazendo essa consulta.

Tabela 7 – Com relação às perspectivas sobre a importância da formulação de problemas

	DT	D	I	C	CT
A formulação de problemas desafia a pensar.	0	0	0	0	9
A formulação de problemas obriga a saber os conteúdos contemplados.	0	0	0	1	8
A formulação de problemas deve fazer parte da aprendizagem de todos os temas matemáticos.	0	0	2	5	2
A formulação de problemas prepara-me para responder a situações do cotidiano.	0	0	2	7	0

Fonte: Produção dos autores, 2017.

Pelos dados da Tabela 7 constata-se que é consenso, por unanimidade, de que a formulação de problemas desafia a pensar. Apenas 2 monitores são indiferentes ao uso da formulação de problemas em todos os conteúdos matemáticos e em achar que ela prepara para responder situações cotidianas.

Tabela 8 – Com relação à formulação de problemas versus resolução de problemas

	DT	D	I	C	CT
Prefiro resolver a formular problemas.	0	1	2	1	5
A formulação de problemas ajudou a perceber a resolução de problemas.	0	0	1	5	3
É mais importante saber formular problemas do que saber resolver problemas.	3	1	2	3	0

Fonte: Produção dos autores, 2017.

Pela Tabela 8, nota-se que 6 dos 9 alunos preferem resolver do que formular problemas e concordam que a formulação de problemas ajudou a perceber a resolução de problemas. Com relação a considerar que formular problemas é mais importante do que saber resolver problemas, as opiniões ficaram bem divididas, pois 3 concordam, 4 discordam ou discordam totalmente e 2 são indiferentes.

O último item deste questionário foi uma questão aberta em que o aluno poderia expressar sua opinião, dar sugestões e/ou fazer críticas. Um aluno criticou ele mesmo com relação a sua falta de criatividade em formulação de problemas e outro reforçou que a formulação de problemas exige mais do aluno que resolver problemas (ver Figura 7).

A metodologia foi boa, formular problemas nos fez a pensar até mais do que solucionar problemas, porém para formular problemas, acho que é necessária uma boa base, melhor do que a base necessária para resolvê-los.

Figura 7

Fonte: Produção dos monitores, 2016.

Apesar dos demais não deixarem registradas suas impressões na questão aberta, pelas informações analisadas nas três tabelas anteriormente apresentadas, pode-se estender este comentário a todos.

### CONSIDERAÇÕES FINAIS

Antes dos monitores iniciarem a atividade, deixamos claro que nosso objetivo era que trabalhassem em grupos para que houvesse discussão e, que esta, poderia também ser feita entre as equipes. Mais ou menos metade do tempo, cada grupo trabalhou de forma individual. Das quatro equipes, percebemos que duas entenderam rapidamente o “espírito” do que fora proposto e se acertaram muito bem para trabalhar, promoveram várias discussões sobre o que poderiam fazer. Comentários como: “Assim o problema fica muito simples” foram ouvidos várias vezes. Pudemos perceber que queriam propor algo cuja solução não fosse tão direta. Observamos também que uma das equipes sentiu bastante dificuldade para realizar o que fora proposto. E, a outra equipe não foi possível saber se estavam com dificuldades, pois os membros conversavam em tom de voz baixa e procuravam ideias no livro de cálculo que tinham em mãos. Depois da metade do tempo reservado para a realização da atividade, os grupos começaram a interagir com os outros grupos. Um perguntava para o outro se tinha conseguido fazer uma determinada situação-problema que estavam com dificuldades e explicavam o que tinham pensado e/ou feito bem como procuravam dica para dar prosseguimento ao que ainda faltava. Julgamos que o lanche disponibilizado aos participantes, durante todo o tempo, proporcionou um ambiente descontraído, sem caracterização de que estivessem realizando uma prova escrita, pois os monitores já estavam em clima de férias, visto que a atividade foi no último dia destinado à realização de exames e eles estavam voluntariamente participando desta pesquisa. Além disso, este momento de “distração” propiciou a socialização de ideias entre os pares. Durante a atividade a “reclamação” que surgiu foi o cansaço em escrever, porque além de proporem os problemas precisavam resolver.

Por meio dos questionários tivemos a confirmação de que os alunos julgaram que formular problemas exige mais conhecimento do que resolver problemas e que esta atividade desafia o aluno a pensar. Esta atividade também nos mostrou o quanto nossos alunos podem ser criativos e também o cuidado que se deve tomar ao elaborar problemas contextualizados, pois as respostas encontradas devem fazer sentido no mundo real, ou seja, não basta usar a matemática pela matemática. Esse problema costuma-se encontrar em alguns materiais didáticos, que às vezes, o professor percebe a existência da divergência somente na sala de aula, pois apesar de ter preparado sua aula, não tinha resolvido detalhadamente o problema antes, pois confiou na resposta do material adotado.

A experiência relatada neste artigo foi a primeira experiência das autoras deste artigo com a formulação de problemas. Após este projeto piloto, a maneira de utilizar a formulação de problemas foi adaptada e está sendo aplicada nas turmas de Cálculo Diferencial e Integral I dos cursos de Licenciatura, cuja primeira autora é a professora, na modalidade de fórum de discussão na plataforma Moodle. Os resultados deste serão apresentados futuramente e discutidos na tese de doutorado ao qual esta pesquisa está vinculada.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradecemos o apoio da Fundação de Amparo à Pesquisa e Inovação do Estado de Santa Catarina (FAPESC) e do grupo de pesquisa PEMSA.

## **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

BRASIL, Ministério da Educação, Secretaria da Educação Básica. **Base Nacional Curricular Comum**. Terceira Versão, Brasília, 2017.

CUNHA, M. C.; MARTINS, P. M.; VISEU, F. A formulação de problemas na aprendizagem de derivada de uma função. **ProfMat**, 2014, 20 p.

GONTIJO, C.H. Resolução e Formulação de Problemas: caminhos para o desenvolvimento da criatividade em Matemática. **SIPEMAT**. Recife, 2006, 11p

PALHARES, P. Histórias com problemas construídas por futuros professores de matemática. Em FERNANDES, D. et al., **Resolução de problemas na formação inicial de professores de matemática: múltiplos contextos e perspectivas**. Braga: GIRP, 1997.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático**. Tradução e adaptação Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro, Interciência, 2006.

VALE, I.; PIMENTEL, T. Um novo-velho desafio: da resolução de problemas à criatividade em matemática. In: Canavarro, A. P.; Santos, L.; BOAVIDA, A. M.; Oliveira, H; MENEZES, L.; CARREIRA, S. (Eds), **Investigação em Educação Matemática 2012: Práticas de ensino da matemática**, pp. 347-360. Portalegre: SPIEM.