



VII CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DA MATEMÁTICA

ULBRA – Canoas – Rio Grande do Sul – Brasil.

04, 05, 06 e 07 de outubro de 2017

A ARGUMENTAÇÃO NA ABORDAGEM DO PENSAMENTO FUNCIONAL NO ENSINO MÉDIO: UMA ANÁLISE DE ATIVIDADES PRESENTES EM UM LIVRO DIDÁTICO DE MATEMÁTICA

Jéssica Goulart da Silva¹

Deise Pedroso Maggio²

Cátia Maria Nehring³

Educação Matemática no Ensino Médio

Resumo: Neste artigo objetivou-se, de forma geral, apresentar a análise de um Livro Didático - LD de Matemática do 1º ano do Ensino Médio – EM e, em especial, apresentar a análise de atividades propostas, a partir dos seguintes objetivos específicos: identificar e analisar as atividades que exigem o pensamento funcional; identificar e analisar nas atividades envolvendo o pensamento funcional quais exigem a argumentação; analisar a argumentação nessas atividades, em termos de prova pragmática e/ou prova intelectual. Para tanto, recorreram-se aos conceitos de pensamento funcional e argumentação. O LD foi coletado por meio de entrevistas estruturadas, conforme Lüdke & André (1986). As atividades do LD foram selecionadas e analisadas conforme os movimentos da Análise Textual Discursiva de Moraes & Galiazzi (2011). Dessa forma, constatou-se um número significativo de atividades que exigem características do pensamento funcional; no entanto, atividades que enfoquem a argumentação na abordagem do pensamento funcional são pouco evidentes: 4,91% do total de atividades envolvendo pensamento funcional, apesar de o Guia de LD do EM ter como um de seus critérios de avaliação, propiciar o desenvolvimento da competência argumentativa. Assim, atenta-se para a necessidade de pesquisas que enfoquem a argumentação na abordagem do pensamento funcional no EM.

Palavras Chaves: Ensino Médio. Livro didático. Atividades. Pensamento Funcional. Argumentação.

INTRODUÇÃO

Neste artigo são apresentados alguns resultados do Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) da primeira autora, com orientação da segunda, desenvolvido junto a um curso de Licenciatura em Matemática de uma universidade pública do interior do estado do Rio Grande do Sul – RS, o qual envolve questões do doutorado da orientadora, sob orientação da terceira autora.

Nesta produção é abordada a temática da argumentação na abordagem do pensamento funcional no Ensino Médio (EM). Tendo por problemática a seguinte questão de pesquisa: se e como a argumentação é considerada em atividades que exigem a mobilização do pensamento funcional em um Livros Didáticos (LD) de Matemática da Educação Básica (EB) aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) vigentes? Cabe destacar, que

¹ Licenciada em Matemática. Universidade Federal do Pampa - Unipampa. jessicagoulartdasilva@gmail.com

² Profa. Ma. da Unipampa, Campus Itaqui. Doutoranda em Educação nas Ciências pela Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul - Unijuí. Integrante do GEEM - Grupo de Estudos em Educação Matemática. deisemaggio@unipampa.edu.br

³ Profa. Dra. do Programa de Pós-Graduação em Educação nas Ciências da Unijuí. Líder do GEEM. Orientadora da segunda autora. catia@unijui.edu.br

no TCC foram analisados também LD de Matemática do 5º, 6º e 9º anos do Ensino Fundamental (EF); assim como do 1º ano do EM, que tem seus resultados apresentados aqui.

Com relação ao desenvolvimento do pensamento algébrico, este envolve, além de processos de generalização e abstração, processos de justificação, conforme Kaput (1995 *apud* RIBEIRO & CURY, 2015). Smith (2008 *apud* RIBEIRO & CURY, 2015, p. 15) classifica o pensamento algébrico em dois tipos, a saber: “pensamento representacional”, quer dizer processos mentais para criar significados referenciais para algum sistema representacional e; “pensamento simbólico”, isto é, usar e compreender um sistema simbólico. Smith (2008 *apud* RIBEIRO & CURY, 2015, p. 15) define o “pensamento funcional como o pensamento representacional, que enfoca a relação entre duas ou mais grandezas que variam”.

No que se refere ao desenvolvimento do pensamento funcional, Smith (2008 *apud* RIBEIRO & CURY, 2015) define as características subjacentes ao pensamento funcional: engajamento em algum tipo de atividade física ou conceitual; identificação de duas ou mais quantidades que variam e a relação entre essas duas variáveis; registro dessas quantidades em forma de tabelas, gráficos ou ícones; identificação; coordenação e; representação de padrões. As características do pensamento funcional propostas por esse autor se aproximam das noções de funções, sugeridas por Tinoco (2009) e descritas acima. E, tais noções visam promover o desenvolvimento do pensamento algébrico; uma vez que, conforme Ribeiro & Cury (2015), o pensamento funcional é parte do pensamento algébrico.

Desse modo, compreende-se que a exploração da argumentação (justificação) em Matemática é necessária ao desenvolvimento do pensamento funcional e essa capacidade de argumentar pode e deve ser desenvolvida na EB, conforme Nasser & Tinoco (2003). Segundo essas autoras, se desenvolve essa capacidade ao trabalhar com atividades variadas tais como problemas-desafio e/ou exigindo justificativa as respostas.

Assim, no presente artigo objetiva-se, de forma geral, apresentar a análise de um LD de Matemática do 1º ano do EM. E, de forma específica, apresentar a análise das atividades presentes no livro, de forma a: 1) Identificar e analisar as atividades que exigem o pensamento funcional; 2) Identificar e analisar, nas atividades que envolvem o pensamento funcional, quais delas exigem a argumentação, ou seja, que contém em seus enunciados expressões que sugerem a justificação da solução encontrada; 3) Analisar a argumentação nessas atividades, em termos de prova pragmática e/ou prova intelectual.

A seguir, apresentam-se os conceitos principais que sustentaram esta investigação: a argumentação e o pensamento funcional; os procedimentos metodológicos de natureza qualitativa; os resultados e as discussões; e as ponderações finais acerca da análise do LD.

DEMONSTRAÇÃO/PROVA E ARGUMENTAÇÃO EM PESQUISAS E PROPOSTAS CURRICULARES

No dicionário de língua portuguesa - Dicionário Aurélio *Online*, demonstração e prova são entendidas como sinônimos. Nele, os seguintes significados são correlacionados com demonstração: “fazer a demonstração de”; “mostrar, fazer ver” e “provar”. E as seguintes definições são relacionadas à prova: “estabelecer a verdade de” e “indicar, dar provas de”. Já argumentar significa, de acordo com esse mesmo dicionário, “alegar”; “responder” e “apresentar/expor argumentos”.

No contexto da Matemática, o significado de demonstrar está relacionado à validação de ideias matemáticas; à medida que, demonstração e prova são, em geral, sinônimas, conforme constatado por Pietropaolo (2005). Ele identificou, ao mapear as pesquisas que enfocam as temáticas da demonstração e da prova no âmbito da EB, diferentes enfoques, a saber:

[...] análise das dificuldades de alunos da Educação Básica no processo de *aprendizagem de provas* (Ballacheff, 1988); estudos das *concepções de provas pelos alunos* (Healy e Hoyles, 2000); a *estrutura do raciocínio dedutivo e a aprendizagem da demonstração* (Duval, 1991); *concepções de professores sobre prova* (Knuth, 2002 e Dreyfus, 2000); *relação entre argumentações e provas formais* (Ballacheff, 1987 e 1988; Duval, 1992 e 1993; Boero, 1997 e; Mariotti, 2001) (PIETROPAOLO, 2005, p. 73, Grifos nosso).

Pietropaolo (2005) chama atenção para as pesquisas que enfocam a compreensão da relação entre provas/demonstrações e argumentações, a saber: Balacheff (1987; 1988).

Balacheff (1987) deteve-se na distinção dos termos: demonstração, prova, explicação e argumentação. E Balacheff (1988) investigou os diferentes tipos de demonstrações/provas formais.

Para Balacheff (1987, *apud* MARTINS, 2012, p. 33), prova/demonstração:

[...] são *explicações* (uma argumentação em que o consentimento se busca a partir da explicitação da racionalidade da afirmação) em que a explicitação da veracidade de uma asserção se realiza sob *regras ou normas acordadas por uma comunidade determinada* em um momento dado. Na *comunidade Matemática*, essas normas estabelecem a apresentação de uma *sucessão de enunciados*, cada um dos quais é *uma definição, um axioma, um teorema prévio* ou um elemento derivado mediante *regras pré-estabelecidas de enunciados que lhe precedem*. Nesse caso *as provas recebem o nome de demonstração* (Grifos nosso).

Segundo Balacheff (1987, *apud* MARTINS, 2012), a prova formal não é o único tipo de prova. Para ele, argumentação é “qualquer discurso destinado a obter o consentimento do interlocutor sobre uma afirmação”. Por outro lado, para Balacheff (1988 *apud* AGUILAR JÚNIOR, 2012), as provas são classificadas em dois tipos: “provas pragmáticas” e “provas intelectuais”. As primeiras abrangem o “empirismo ingênuo”, a “experiência crucial” e o “exemplo genérico”, que são conhecimentos práticos, valendo-se de busca de exemplos, desenhos, observação de regularidades para justificar determinado resultado. E as provas intelectuais/conceituais envolvem a “experiência mental”, que abrangem argumentos para formular propriedades e suas possíveis relações.

Balacheff (1988 *apud* AGUILAR JÚNIOR, 2012) entende a explicação como forma de argumentar, em que se utiliza de regras acordadas por uma dada comunidade, a fim de conseguir convencer o outro. A demonstração/prova são explicações em que o convencimento dá-se por meio de definições, axiomas e teoremas acordados pela comunidade de matemáticos. Já a argumentação é mais ampla, abrangendo, o discurso na língua formal e o discurso na língua natural, também com o objetivo de convencer o outro.

Pietropaolo (2005) não encontrou nenhum autor que discordasse da ideia de incorporar nos currículos (prescritos e planejados) de Matemática a demonstração/prova na EB. Para esse mesmo autor, “O trabalho que precede uma demonstração [...] seria uma argumentação” (*Ibid.*, p. 73).

A argumentação é considerada em várias propostas curriculares nacionais da EB para a área de Matemática, em especial para o EM tais como os Parâmetros Curriculares Nacionais, isto é, Brasil (1999) e Brasil (2002); as Orientações Curriculares Nacionais para o EM - Brasil (2006); o Pacto Nacional pelo Fortalecimento do EM - Brasil (2014a); bem como no Guia de Livros Didáticos – PNLD/2015 (Brasil, 2014b).

Segundo Brasil (1999), o domínio de um saber fazer e pensar Matemática começa com uma prolongada atividade sobre resolução de problemas de diversos tipos, tendo como objetivos: a elaboração de conjecturas; a capacidade de argumentação; dentre outros. Já Brasil (2002) aborda a questão da argumentação na forma de competência. De acordo com essa proposta é importante “Analisar, argumentar e posicionar-se criticamente em relação a situações” (BRASIL, 2002, p. 27). Em Brasil (2006), no que tange aos conceitos de Matemática no EM, é destacado que se devem colocar os alunos em um processo de aprendizagem que valorize o raciocínio matemático, nos aspectos de estabelecer hipóteses, argumentar com fundamentação lógico-dedutiva, dentre outros. E, conforme Brasil (2014a), a formulação de conjecturas e sua validação desenvolve a capacidade de argumentação.

Por fim, em Brasil (2014b), dentre outros critérios adotados na avaliação dos LD da área de Matemática, consta o seguinte requisito: propiciar o desenvolvimento, pelo aluno, de competências cognitivas básicas tal como a argumentação.

Dessa forma, pode-se afirmar que os pesquisadores em Educação Matemática, assim como as propostas curriculares nacionais e os Guias de Livros didáticos, compreendem a argumentação em Matemática como uma capacidade importante a ser desenvolvida na EB. O que leva a dizer que a argumentação é condição necessária para a aprendizagem em matemática. Além disso, para o desenvolvimento do pensamento funcional; visto que conforme foi dito anteriormente, por Kaput (1995 *apud* RIBEIRO & CURY, 2015), a justificação (argumentação) é próprio do pensamento algébrico, que, por sua vez, constituiu o pensamento funcional.

METODOLOGIA

A pesquisa apresentada neste artigo tem uma abordagem qualitativa, com dados descritivos e interpretativos, conforme Lüdke & André (1986). Mas, alguns dados quantitativos foram considerados na apresentação dos resultados. E, de forma específica, é uma pesquisa do tipo documental, pois foi realizada a análise de atividades presentes no LD de Matemática; bem como, consideradas as intencionalidades do autor do livro em relação a essas atividades no Manual do Professor.

Para a identificação do LD, o critério adotado foi sua utilização pelo maior número de escolas urbanas públicas do município em que a pesquisa foi desenvolvida. Para isso foi realizado uma entrevista estruturada com professores encarregados da organização da biblioteca de cada escola. Optou-se por esse tipo de entrevista, pois são relevantes quando se visa obter dados uniformes entre os entrevistados; permitindo assim uma imediata comparação mediante dados quantitativos, de acordo com Lüdke & André (1986). Assim, o LD do 1º ano do EM selecionado para a pesquisa pertence à coleção intitulada de *Novo Olhar Matemática*, de autoria de Joamir Souza, que consta no PNLD/2015. Cabe destacar, que os principais dados da pesquisa são as atividades presentes no LD destinado ao estudante, haja visto, que geralmente estes são escolhidos pelos professores por conta de suas atividades.

Desse modo, as atividades presentes nesse LD foram analisadas conforme os movimentos da Análise Textual Discursiva (ATD) proposta por Moraes & Galiuzzi (2011), a saber: “unitarização”, “categorização” e “comunicação”. A “unitarização” consiste no movimento inicial da análise e abrange um processo de recorte de textos. A “categorização”

consiste em construir relações entre as unidades, combinando-as e classificando-as, reunindo esses elementos unitários de modo a constituir um sistema de categorias. E a “comunicação” concerne à produção de metatextos visando à comunicação de novas compreensões decorrentes da análise do fenômeno investigado.

No movimento de “unitarização”, foram selecionados, dois recortes, ou seja, duas unidades de contexto (UC), a saber: **Atividades Propostas (AP)** e **Atividades Resolvidas (AR)** no livro didático destinado ao estudante. Entendemos por AP aquelas que compreendem somente os enunciados, sem abranger desenvolvimentos e por AR aquelas que contém solução. Ainda, elencamos duas unidades de análise (UA): **pensamento funcional (UA1)** e **argumentação (UA2)**.

No que tange à unidade de análise denominada de pensamento funcional (UA1), no movimento de categorização, foram definidas as seguintes categorias (C) *a priori*: identificar duas ou mais quantidades que variam no curso da atividade e focar relação entre essas duas variáveis (C1); registrar os valores correspondentes dessas quantidades em forma de tabelas, gráficos ou ícones (C2); identificar padrões nos registros (C3); coordenar os padrões identificados na execução das atividades (C4); usar essa coordenação para criar uma representação do padrão identificado na relação (C5), com base em Smith (2008 *apud* RIBEIRO & CURY, 2015).

E no que concerne à segunda unidade de análise intitulada de argumentação (UA2), no movimento de categorização, foram definidas as seguintes categorias (K) *a priori*, as atividades apresentam em seus enunciados as seguintes expressões: “Por quê” (K1), “Justifique” (K2), “Demonstre/prove que” (K3), “Verdadeiro ou falso” (K4), “Certo ou Errado” (K5), “Analisar” (K6), “Validar” (K7), “Mostrar” (K8), “Explique” (K9), “corrigir erros” (K10) e “Escrever” (K11), com base em Barbosa (2007) e Cruz (2008); e as atividades são apresentadas em uma perspectiva da prova pragmática e/ou (K12) prova intelectual (K13), segundo Balacheff (*apud* NASSER & TINOCO, 2003) e Cruz (2008).

Cabe destacar que as AR foram analisadas com base em todas essas categorias de análise. Já as AP, não tomaram por base as categorias (K12) e (K13), associadas à UA2, pois somente tendo a resolução detalhada e determinada pelo autor pode-se fazer a análise a partir dessas categorias.

O movimento de “comunicação” consistiu na apresentação de quadros acerca dos resultados oriundos da categorização, os quais desencadearam compreensões sobre a argumentação na abordagem do pensamento funcional no LD selecionado.

RESULTADOS E DISCUSSÕES

Os seguintes resultados foram obtidos acerca da análise quantitativa das AP e AR do LD, como se nota no Quadro 1 abaixo.

Quadro 1 – Número de AP e AR no LD.

CAPÍTULOS	NÚMERO DE ATIVIDADES	
	AP	AR
1	76	15
2	79	22
3	65	23
4	88	25
5	83	16
6	73	26
7	43	12
8	157	33
9	87	20
SUBTOTAL	751	192
TOTAL	943	

Fonte: Silva (2016, p. 42).

Como se observa no Quadro 1 acima, o número de AP é superior ao número de AR, pelo fato do LD ser destinado ao estudo do estudante. Além disso, o capítulo 8, intitulado *Progressões*, possui um maior número de AP e AR, comparando com os demais capítulos.

No Quadro 2, trazemos as características do pensamento funcional, considerando suas categorias e quantidades de atividades em relação a AP e AR.

Quadro 2– Número de AP e AR com características do Pensamento Funcional.

CATEGORIAS	NÚMERO DE ATIVIDADES	
	AP	AR
C1	195	80
C2	62	69
C3	109	23
C4	109	23
C5	10	27
SUBTOTAL	304	103
TOTAL	407	

Fonte: Organizado pelas autoras.

Analisando o Quadro 2, as AP exigem em sua maioria a identificação de duas quantidades que variam e a relação entre duas variáveis (C1); bem como, a identificação de padrões (C3) e coordenação de padrões (C4). Já as AR exigem em sua maioria a identificação de duas quantidades que variam e a relação entre duas variáveis (C1); bem como a representação dessas quantidades em tabelas e gráficos cartesianos (C2).

Esses resultados se justificam pois, as atividades envolvendo pensamento funcional se concentram nos capítulos relacionados à *Função* e *Progressões*. Nos capítulos de *Função* são enfatizadas as categorias (C1) e (C2), que abrangem a relação de duas grandezas e suas diferentes representações. Já no capítulo de *Progressões* é dada ênfase a identificação e

coordenação de padrões, categorias (C3) e (C4) respectivamente, e não a (C5) que trata da representação do padrão pois, é dado enfoque as progressões geométricas e aritméticas cuja representação algébrica é definida não cabendo ao estudante deduzi-la.

A Figura 1 abaixo ilustra uma atividade que enfoca a relação entre as duas grandezas variáveis: valor pago e número de quilômetros rodados, em uma situação envolvendo o conceito de função afim. A Figura 2 envolve a identificação e coordenação do padrão em sequências numéricas. Por fim, a Figura 3 apresenta a relação entre as duas grandezas variáveis: valor cobrado e quantidade de camisetas e a representação dessa relação numa tabela, em uma situação envolvendo o conceito de função afim.

Figura 1 – AP envolve a identificação de duas grandezas que variam.

3. Uma locadora de automóveis anuncia uma promoção de aluguel de veículos na qual o locatário deve pagar uma taxa fixa de R\$ 39,90 mais uma quantia proporcional à quantidade d de quilômetros rodados. Nessa promoção, para calcular a quantia Q a ser paga pelo aluguel de um veículo, utiliza-se a fórmula $Q = 39,90 + 0,46d$.

- Na fórmula $Q = 39,90 + 0,46d$, qual é a variável dependente? E a independente?
- Nessa locadora, qual o preço por quilômetro rodado?
- Quanto pagará uma pessoa que alugar um veículo e percorrer 230 km?
- Se um cliente pagou R\$ 223,90 pelo aluguel de um veículo, quantos quilômetros ele percorreu com esse veículo?

Fonte: Souza (2013, p.50)

Figura 2 – AP envolve a identificação e coordenação de padrões.

2. Determine os próximos 4 termos das sequências.

- $(1, 7, 13, 19, \dots)$
- $(-20, -17,5, -15, -12,5, \dots)$
- $(1, \sqrt{2}, \sqrt{3}, 2, \dots)$
- $(\frac{1}{2}, \frac{2}{5}, \frac{3}{8}, \frac{4}{11}, \dots)$

Fonte: Souza (2013, p. 220)

Figura 3 – AR envolve a identificação e representação de duas grandezas que variam.

Uma estamperia cobra uma taxa fixa, referente ao trabalho de desenvolvimento da estampa padrão, mais um valor por peça de roupa estampada. Para estampar camisetas de certa encomenda, o orçamento calculado estabelece uma taxa fixa de R\$ 60,00 mais R\$ 4,50 por camiseta.

Observe:

Quantidade de camisetas	1	2	10	20	50	...	x
Valor cobrado (R\$)	64,50	69	105	150	285	...	$60 + 4,50 \cdot x$
	$60 + 4,50$	$60 + 4,50 \cdot 2$	$60 + 4,50 \cdot 10$	$60 + 4,50 \cdot 20$	$60 + 4,50 \cdot 50$...	

A relação entre a quantidade de camisetas e o valor cobrado é descrita por uma função, cuja fórmula é dada por:

$$v = 60 + 4,50x$$

Diagrama de identificação da fórmula:

- valor cobrado $\rightarrow v$
- taxa fixa $\rightarrow 60$
- valor cobrado por camiseta $\rightarrow 4,50$
- quantidade de camisetas $\rightarrow x$

Nesse caso, o valor cobrado está em função da quantidade de camisetas. Assim, dizemos que o "valor cobrado" (v) é a variável dependente e a "quantidade de camisetas" (x), a variável independente da função.

Fonte: Souza (2013, p.49)

De forma geral, identificaram-se atividades que mobilizam as características do pensamento funcional no LD, tanto em AP quanto em AR, principalmente em AP: as AP correspondem a 40,48% do total de AP e; as AR a 53, 65 % do total de AR. Cabe destacar, que no LD analisado há um número expressivo de atividades envolvendo pensamento funcional, o que já era esperado pois, este LD possui capítulos destinados especificamente ao conceito de função, o qual prioriza este pensamento.

As AP, em sua maioria, enfocam a identificação de duas quantidades que variam e a relação entre duas variáveis, bem como, a identificação de padrões e coordenação de padrões. Por fim, as AR exigem, em sua maioria, a identificação de duas quantidades que variam e a relação entre duas variáveis, bem como, a representação dessas quantidades em tabelas e gráficos cartesianos.

As mesmas atividades identificadas, foram analisadas, com base nas categorias relacionadas à argumentação, para verificar se processos argumentativos são mobilizados nas atividades que abordam características do pensamento funcional.

A seguir, apresentamos a análise quantitativa acerca da argumentação no LD, conforme Quadro 3 abaixo.

Quadro 3: AP e AR que abrangem a argumentação.

CATEGORIAS	NÚMERO DE ATIVIDADES	
	AP	AR
K1	2	0
K2	15	0
K3	0	0
K4	0	0
K5	0	0
K6	0	0
K7	0	0
K8	0	0
K9	1	0
K10	0	0
K11	47	6
K12		0
K13		2
SUBTOTAL	65	10
TOTAL		73

Fonte: Organizado pelas autoras.

Analisando o Quadro 3, identifica-se que sessenta e cinco (65) AP possuem no seu enunciado alguma expressão que sugira a argumentação. Evidencia-se nas atividades que se enquadram na K11, referente à expressão “Escrever”. Tanto as AP quanto as AR, possuem essa expressão, não enfocam a argumentação, ela é usada como sinônimo de “Determinar” conforme a Figura 4 abaixo.

Figura 4 – AP com “Escrever” no enunciado presente no LD.

3. Escreva uma função afim na forma $f(x)=ax+b$, sabendo que:

- a) $a=3$ e $b=10$
- b) $f(-1)=5$ e $b=0$
- c) $f(2)=1$ e $a=\frac{1}{4}$
- d) $f(3)=11$ e $b=5$
- e) $f(1)=3$ e $f(3)=5$
- f) $f(-2)=7$ e $f(0)=3$

Fonte: Souza (2013, p. 86)

Assim, somente dezoito (18) da AP que se enquadram na K1, K2 e K9 abrangendo as expressões: “Por quê”; “Justifique”; “Explique” no enunciado de fato enfocam a argumentação. Para ilustrar esses resultados apresenta-se as Figuras 5, 6 e 7, que são de capítulos referentes ao conceito de função e visam à argumentação. A Figura 5 ilustra uma atividade exigindo o “Por quê” da resposta afirmativa ou negativa com relação a soma dos n primeiros números naturais resultar em um número não natural. A Figura 6 ilustra uma atividade exigindo “Justificativa” da resposta referente a soma e produto dos zeros de uma função quadrática. E a Figura 7 ilustra uma atividade exigindo “*Explicação*” do estudante acerca da lei da função representada.

Figura 5 – AP com “Por quê” no enunciado.

4. Podemos obter a soma s dos n primeiros números naturais positivos por meio de uma função quadrática. Observe.

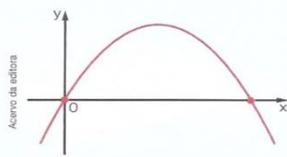
- $s(1) = 1 = \frac{1^2 + 1}{2} = \frac{2}{2} = 1$
- $s(2) = 1 + 2 = \frac{2^2 + 2}{2} = \frac{6}{2} = 3$
- $s(3) = 1 + 2 + 3 = \frac{3^2 + 3}{2} = \frac{12}{2} = 6$
- $s(4) = 1 + 2 + 3 + 4 = \frac{4^2 + 4}{2} = \frac{20}{2} = 10$
- \vdots
- $s(n) = 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n = \frac{n^2 + n}{2}$

- a) Qual é a soma dos 30 primeiros números naturais positivos? E dos 50 primeiros?
- b) É possível que a soma dos n primeiros números naturais positivos seja um número não natural? Por quê?
- c) Qual é o domínio da função s ?

Fonte: Souza (2013, p.116, Grifos nossos)

Figura 6 – AP com “Justifique” no enunciado.

22. Analisando o gráfico da função quadrática $f(x)=ax^2+bx+c$, responda:



- a) A soma e o produto dos zeros dessa função são positivos, negativos ou nulos? Justifique.
- b) O valor de Δ dessa função é positivo, negativo ou nulo? Justifique.

Fonte: Souza (2013, p.127, Grifos nossos)

Figura 7 – AP com “Explicar” no enunciado.

23. No mundo, de acordo com a OMS (Organização Mundial de Saúde) morrem por hora cerca de 700 pessoas vítimas de doenças relacionadas ao tabagismo.

a) Escreva uma função que expresse o número p de pessoas mortas por doenças relacionadas ao tabagismo em função do tempo t , em horas.

b) A partir da função que você escreveu no item a, calcule e explique o que representa $p(24)$.

Fonte: Souza (2013, p.56, Grifos nossos)

Identificou-se duas AR que apresentam características do pensamento funcional e da argumentação. Ambas se enquadram na (K13), conforme as Figuras 8 e 9, respectivamente, abaixo. As atividades ilustradas abaixo são de capítulos referentes aos conceitos de função afim e quadrática, respectivamente. E as argumentações tem caráter de Prova Intelectual, ou seja, abrangem uma prova com dedução e a presença de sequências de raciocínio lógico.

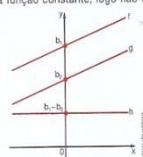
Figura 8 – AR com “Mostre” no enunciado.

R6. Mostre que, se f e g são funções afins cujos gráficos são retas paralelas, então a função h , tal que $h(x) = f(x) - g(x)$, não é crescente nem decrescente.

Resolução
 Se os gráficos de f e g são retas paralelas, então possuem coeficientes angulares iguais, ou seja, $f(x) = ax + b$, e $g(x) = ax + b_1$, com b , e b_1 reais.
 Segue que:

$$h(x) = f(x) - g(x) = ax + b - (ax + b_1) = h(x) = b - b_1$$

Portanto, h é uma função constante, logo não é crescente nem decrescente.



Em uma função constante, para quaisquer valores de x pertencentes ao domínio os valores correspondentes de y são os mesmos, ou seja, não aumentam (crescem) nem diminuem (decrescem).

Fonte: Souza (2013, p.96, Grifos nossos)

Figura 9 – AR com “Mostre” no enunciado.

R6. Mostre que, de modo geral, se x_1 e x_2 são zeros da função f , dada por $f(x) = ax^2 + bx + c$, então

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \text{ e } x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

Resolução
 Se x_1 e x_2 são zeros da função, então:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ e } x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Segue que:

$$x_1 + x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2b}{2a} = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \left(\frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}\right) \left(\frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}\right) = \frac{b^2 - (\sqrt{\Delta})^2}{4a^2} = \frac{b^2 - (b^2 - 4ac)}{4a^2} = \frac{c}{a}$$

Portanto, $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ e $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$.

As relações $S = -\frac{b}{a}$ e $P = \frac{c}{a}$ são chamadas de soma e produto das raízes da equação do 2º grau $ax^2 + bx + c = 0$ e podem ser utilizadas para determinar os zeros da função quadrática. Veja na atividade resolvida a seguir a determinação dos zeros da função utilizando soma e produto.

Fonte: Souza (2013, p.56, Grifos nossos)

De forma geral, foi possível constatar que raras atividades presentes, no LD analisado, exigem a mobilização da argumentação em atividades envolvendo pensamento funcional, o que evidencia que o autor não compreende a argumentação como condição necessária ao pensamento funcional. Apenas dezoito (18) AP e duas (2) AR enfocam a argumentação, o que corresponde a 4,91% do total de atividades envolvendo pensamento funcional.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com base nos resultados obtidos, a partir da análise do LD do 1º ano do EM, pode-se inferir que atividades que exigem a mobilização do pensamento funcional estão presentes nesse LD. No entanto, atividades que se utilizam da argumentação tendo o intuito de desenvolver o pensamento funcional, são pouco evidentes. Apesar de o Guia de Livros Didáticos do EM ter como critério de avaliação dos LD, dentre outros, propiciar o desenvolvimento da competência argumentativa. Esse fato é preocupante, pois compreende-se, com base nos referenciais teóricos adotados nesta pesquisa, que processos de justificação (argumentação) são importantes para o desenvolvimento do pensamento algébrico e de forma específica para o desenvolvimento do pensamento funcional; mas este precisa ser mais significativamente explorado no LD, considerando que este instrumento é utilizado tanto pelo professor, como organizador do seu planejamento, como principalmente o material de estudo do aluno.

Dessa forma, salienta-se o seguinte questionamento para futuras investigações: o que os estudantes do EM mobilizariam, ao responderem questões que exijam o pensamento funcional e abranjam expressões que sugiram a mobilização de processos argumentação (justificação)? Assim, atenta-se para a necessidade de pesquisas que enfoquem a argumentação na abordagem do pensamento funcional no EM, seja a partir de análises em torno de LD ou de respostas de estudantes diante de atividades com as características tais como as citadas acima.

REFERÊNCIAS

AGUILAR JUNIOR, C. A. **Postura de docentes quanto aos tipos de argumentação e prova matemática apresentados por alunos do ensino fundamental**. 2012. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ), Rio de Janeiro.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática** / Secretaria de Ensino Médio. Brasília: MEC / SEF, 1999.

_____. Ministério da Educação e do Desporto. **Parâmetros curriculares nacionais - PCN+** - Ensino Médio. Brasília: SEMT, 2002.

_____. Ministério da Educação e do Desporto. **Orientações curriculares nacionais para o ensino médio**. Brasília: SEB, 2006.

_____ **Pacto Nacional pelo Fortalecimento do Ensino Médio:** Formação de professores do ensino médio, Etapa II - Caderno V: Matemática / Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica. Curitiba: UFPR/Setor de Educação, 2014a.

_____ **Guia de livros didáticos:** PNLD 2015: matemática: ensino médio. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2014b.

CRUZ, F. P. **Argumentação e prova no ensino fundamental:** análise de uma coleção didática de matemática. 2008. Dissertação (mestrado). Pontifícia Católica de São Paulo (PUC/SP), São Paulo.

LUDKE, M; ANDRÉ, M.E.D.A. **Pesquisa em educação:** abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.

MARTINS, R. B. **Argumentação, Prova e Demonstração em Geometria:** análise de coleções de livros didáticos dos anos finais do ensino fundamental, 2012. Dissertação (Mestrado), Universidade Federal Do Rio De Janeiro (UFRJ), Rio de Janeiro.

MORAES, R. GALIAZZI, M, C. **Análise Textual Discursiva.** Ijuí: UNIJUÍ, 2011.

NASSER, L; TINOCO, L. **Argumentação e provas no ensino de Matemática.** Rio de Janeiro: UFRJ/ Projeto Fundão, 2003.

PIETROPAOLO, R.C. **(Re) significar a demonstração nos currículos da educação básica e da formação de professores de matemática.** 2005. Tese (doutorado). Pontifícia Católica de São Paulo (PUC/SP), São Paulo.

RIBEIRO, A.J; CURY, H.N. **Álgebra para a formação do professor:** explorando os conceitos de equação e de função. Belo Horizonte: Autêntica, 2015.

SILVA, J. G. **A Argumentação na Abordagem do Pensamento Funcional:** uma análise de atividades presentes em livros didáticos de matemática da educação básica. Trabalho de Conclusão de Curso. Universidade Federal do Pampa, Rio Grande do Sul, 2016.

TINOCO, L. **Construindo o conceito de função**. Rio de Janeiro: Projeto Fundação, UFRJ, 2009.