



ANÁLISE DE UM LIVRO DIDÁTICO DA DÉCADA DE 1960: INDÍCIOS DE UMA TENDÊNCIA PEDAGÓGICA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Aline Schwade¹

Isabel Koltermann Battisti²

História da Matemática, História da Educação Matemática e Cultura

Resumo: A presente escrita configura-se num relato de experiência. Tem como objetivo ampliar entendimentos acerca da matemática, de currículo e do processo de ensinar e de aprender matemática por meio da identificação de concepções e de características de um livro didático. Tal objetivo é delimitado pela questão: quais indícios podem ser observados em um livro didático, da década de 60, que configuram uma tendência pedagógica da educação matemática, considerando o proposto para o estudo de produto notável? Para tanto, a obra selecionada foi “Matemática Curso Moderno, volume 3” de Osvaldo Sangiorgi, de 1966. Foram realizados estudos teóricos, seleção de um conteúdo, no caso produtos notáveis, e o recorte e análise de excertos do referido livro. As análises constituem-se por meio de duas unidades de análise: aspectos gerais da obra e as peculiaridades do estudo proposto para o conteúdo produtos notáveis. Foi possível indicar que o autor busca ressaltar as propriedades estruturais dos polinômios, enfatizando o uso preciso da linguagem matemática e o rigor, não tendo preocupação com a contextualização em outras áreas para além da matemática, porém percebe-se articulações entre os campos da álgebra, da aritmética e da geometria. A análise dos excertos, do livro de Osvaldo Sangiorgi, dá indicativos de características da tendência pedagógica da Educação Matemática formalista moderna.

Palavras Chaves: Livro didático de matemática. Produtos Notáveis. Tendência pedagógica da educação matemática.

Introdução

O desenvolvimento desta escrita, a qual se configura num relato de experiência, desencadeou-se a partir de ações propostas em uma disciplina do curso de licenciatura em Matemática, de uma universidade do noroeste do estado do Rio Grande do Sul.

A referida disciplina trata da Matemática como uma ciência e área do conhecimento e das tendências e concepções em educação matemática. Discute o processo histórico da constituição dessa área de conhecimento, da estrutura, da linguagem, de modelos e das modificações sobre o ensino de matemática e da área no decorrer de um período, considerando contextos históricos, culturais e sociais.

¹Licencianda do Curso de Matemática. UNIJUÍ. aline-schwade@hotmail.com

² Professora do Curso de Matemática. UNIJUÍ, isabel.battisti@unijui.edu.br

Orientações encaminhadas pelo docente que ministrou a referida disciplina indicam a realização de uma atividade cuja metodologia se fazia por meio da análise de livros didáticos de diferentes períodos. Tal análise deveria levar em consideração as finalidades e concepções do ensino de matemática, identificando a ou as tendências pedagógicas e o contexto histórico da educação matemática no determinado período, e, desta forma, refletir acerca do ensino da matemática e a matemática como uma área do conhecimento.

Para o desenvolvimento da referida atividade foi realizado um estudo teórico que embasou as análises. Por meio deste procedimento metodológico buscou-se compreender o que caracteriza uma tendência pedagógica considerando, especialmente, o currículo e o processo de ensino e de aprendizagem em matemática. Tendência pedagógica em matemática, estamos entendendo como uma:

[...] crença de como se dá o processo de obtenção/produção/descoberta do conhecimento matemático; as finalidades e os valores atribuídos ao ensino da matemática; a concepção de ensino; a concepção de aprendizagem; a cosmovisão subjacente; a relação professor-aluno e, sobretudo, a perspectiva de estudo/pesquisa com vistas à melhoria do ensino da matemática. (FIORENTINI, 1995, p.5)

As tendências pedagógicas do ensino da Matemática (a formalista clássica; a empírico-ativista; a formalista moderna; a tecnicista e suas variações; a construtivista e a sócioetnoculturalista) exercem fortes influências na educação, caracterizando assim, uma “forma” de ensino, de acordo com as características de cada tendência e concepções atreladas ao processo de ensino e de aprendizagem. Tais concepções e características se mostram nos livros didáticos³ de um determinado período. Por meio da análise deste recurso pedagógico é possível identificar características de uma ou mais tendências pedagógicas que embasaram o autor na produção.

Entendemos, de acordo com Paoli (1988), que as relações entre ensino e pesquisa não são naturalmente dadas, são construídas historicamente atendendo, por um lado, orientações técnico pedagógicas e por outro, expectativas e subsídios de natureza sócio-política e econômica. Essa construção tem como eixo fundamental a questão da qualidade do ensino.

³ Podem ser considerados, como um recurso didático pedagógico no processo de ensinar e de aprender, que passou por evoluções de acordo com a finalidade e concepções relacionadas ao currículo, ao ensinar e ao aprender.

Nesse sentido, a presente escrita tem como objetivo ampliar entendimentos acerca da matemática, de currículo e do processo de ensinar e de aprender matemática por meio da identificação de concepções e de características de um livro didático. Tal objetivo é delimitado pela questão: quais indícios podem ser observados no livro didático que configuram uma tendência pedagógica da educação matemática, considerando o proposto para o estudo de produto notável?

Procedimentos metodológicos

Para a realização da presente escrita foram realizados alguns procedimentos metodológicos. Dentre os quais destaco: a seleção de um livro didático da década de 60; estudo teórico acerca do ensino da matemática considerando contextos históricos, culturais e sociais; seleção de um tema/conteúdo do livro didático e análise de excertos do livro didático que tratam do referido conteúdo. A obra selecionada foi “Matemática – Curso Moderno, volume 3”, de Osvaldo Sangiorgi. Este livro foi publicado no ano de 1966, marcado por um período pós guerra, instauração da ditadura no Brasil e de grandes reformas na Educação. Período este, que havia a necessidade de superar a defasagem no desenvolvimento da ciência e da tecnologia. O livro é organizado em quatro capítulos e é dirigido à terceira série do curso ginásial. Procurei através de recortes deste livro didático, identificar indícios das ou de uma tendência pedagógica em matemática, optei em realizar a análise de um conteúdo específico: Produto Notável.

A escolha por produtos notáveis se fez considerando a importância desse recurso matemático no desenvolvimento de situações algébricas. Outro aspecto considerado na escolha desse referido conteúdo relaciona-se à fragilidade de compreensão pelos estudantes da educação básica, configurando-se como um obstáculo epistemológico na aprendizagem de conceitos deste campo da matemática. Realizei, ainda, um estudo teórico acerca das tendências pedagógicas da educação matemática afim de ampliar as condições de análise. As análises visam identificar características explícitas ou não no livro didático considerando o contexto histórico e social em que o livro fora publicado, percebendo indícios das ou de uma tendência pedagógica.

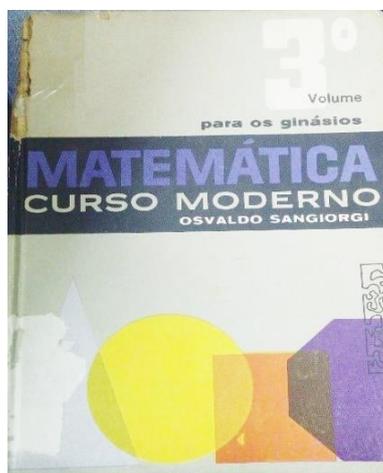
Assim, os recortes do livro aqui apresentados, estruturam o material produzido para o estudo desenvolvido na disciplina do curso de matemática e também se

configuram como material empírico do relato de experiência que embasa a presente escrita. As análises foram desenvolvidas a partir de proposições apresentadas por Sangiorgi(1966), Fiorentini(1995), Abe(1989), Machado(1998) e Possani, Silva, Zucolotto(2011), considerando duas unidades de análise: os aspectos gerais da obra e as peculiaridades do estudo proposto para o conteúdo produtos notáveis.

Características Gerais da Obra

O livro didático considerado nesse estudo é direcionado a estudantes do terceiro ano do ginásio, como mostra a capa do livro - Figura 1.

Figura 1- Capa do livro



Fonte: Sangiorgi, 1966.

O ginásio configura-se como um dos ciclos de ensino da época. De acordo com a lei nº 4.024, de 20 de dezembro de 1961:

Art. 34. O ensino médio será ministrado em dois ciclos, o ginásial e o colegial, e abrangerá, entre outros, os cursos secundários, técnicos e de formação de professores para o ensino primário e pré-primário.

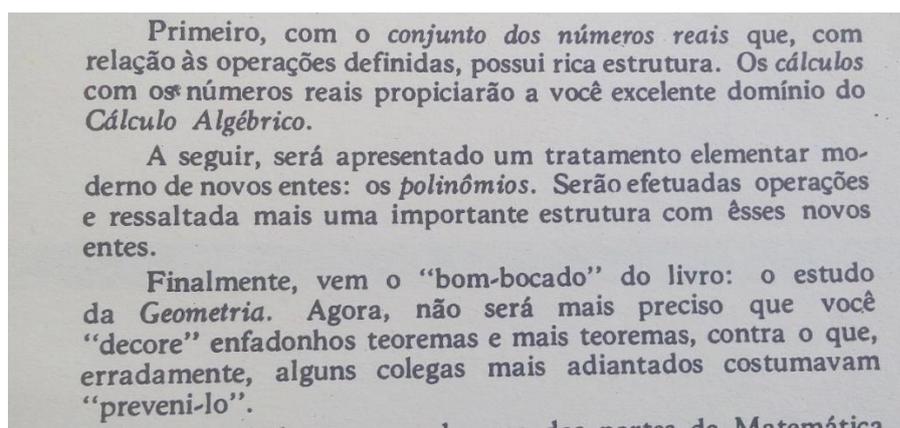
Art. 44. O ensino secundário admite variedade de currículos, segundo as matérias optativas que forem preferidas pelos estabelecimentos.
§ 1º O ciclo ginásial terá a duração de quatro séries anuais e o colegial, de três no mínimo. (BRASIL, 1961, p. 06)

A obra analisada faz parte de uma coleção de quatro volumes para o ensino ginásial e trata-se da 2ª edição, com 314 páginas numeradas. Suas páginas contêm escritas, no geral, em preto. A cor rosa é utilizada no destaque de definições, título de novos conteúdos e em contornos de quadros. Estando organizado na forma de quatro capítulos, o primeiro trata dos números reais, o segundo capítulo aborda o cálculo algébrico dando ênfase no tratamento elementar moderno de novos entes: os

polinômios, o terceiro capítulo aborda o estudo das figuras geométricas e o quarto capítulo sobre o estudo dos polígonos e da circunferência. Os quatro capítulos contemplam o ensino de conceitos do campo da aritmética, da álgebra e da geometria.

Oswaldo Sangiorgi, inicia o livro “Matemática - Curso Moderno, volume 3” com o texto intitulado: “Uma palavra para você, terceiranista de ginásio...” se reportando cordialmente ao estudante como “Meu caro estudante”, designando-lhe um comprometimento em relação aos conteúdos propostos no livro didático. Neste excerto o autor apresenta os quatro tópicos de estudo propostos no decorrer do livro: o conjunto dos números reais, os cálculos algébricos, os polinômios e por fim a geometria. A geometria pela sua consistência lógica, exercia forte presença neste período escolar.

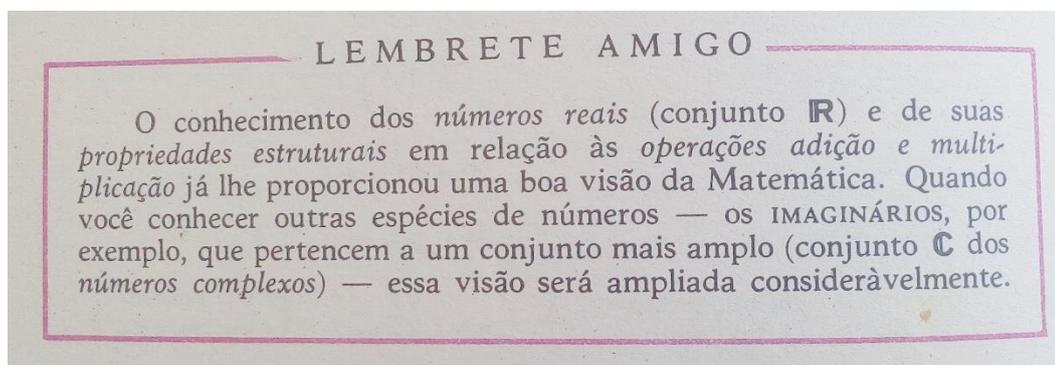
Figura 2 – Uma palavra para você, terceiranista de ginásio



Fonte: Sangiorgi, 1966, p.XV.

Ao longo do livro, é possível perceber alguns “lembretes” do autor, destacados por meio de um retângulo rosa e intitulados de “LEMBRETE AMIGO”.

Figura 3 – Lembrete Amigo



Fonte: Sangiorgi, 1966, p.34

Através destes, é perceptível a preocupação de Sangiorgi com os conceitos matemáticos, suas propriedades e estruturas. Como também indica, no excerto acima, uma ampliação da visão da matemática na medida em que o estudante for tendo conhecimento, no caso, de outros conjuntos numéricos, além dos números reais.

Produtos Notáveis em um livro didático da década de 60

O conteúdo selecionado encontra-se no segundo capítulo, nomeado como, Cálculo algébrico; estudo dos polinômios, e deste, na segunda parte, indicado como técnicas usuais na multiplicação; “produtos notáveis”, como revela a Figura 4.

Figura 4 - Índice

CAPÍTULO 2	
Cálculo algébrico; estudo dos polinômios	
PRIMEIRA PARTE	Expressões literais; operações em \mathbb{R} , 41 Expressões equivalentes; uso do quantificador \forall , 45 Termos semelhantes; expressões literais, 48 Cálculo com termos semelhantes; reduções, 49
SEGUNDA PARTE	Técnicas para o cálculo algébrico, 57 Técnicas usuais na multiplicação; “produtos notáveis”, 63 Técnicas de fatoração, 71 Técnicas de simplificar expressões, 76
TERCEIRA PARTE	Complementação do estudo das equações, inequações e sistemas do primeiro grau: Equações e inequações com uma variável, redutíveis ao primeiro grau, 81 Sistemas de equações simultâneas, 84
QUARTA PARTE	Tratamento elementar moderno dos polinômios: Conceito de polinômio em uma variável, 94 Igualdade de polinômios, 98 Operações com polinômios; estrutura de anel, 98-103

Fonte: Sangiorgi, 1966, p.XIII

O livro aborda três tipos de produtos notáveis: o quadrado da soma de dois termos, o quadrado da diferença de dois termos e o produto da soma pela diferença de dois termos.

O termo produtos notáveis é apresentado pelo autor como uma das técnicas usuais na multiplicação, fáceis de guardar na memória. Sangiorgi introduz o conteúdo, nos três tipos, da mesma forma: apresenta as transformações da estrutura algébrica. A Figura 5 retrata o proposto pela obra para tratativas de um dos tipos de produtos notáveis.

Figura 5 - Técnicas usuais na multiplicação; “Produtos Notáveis”

1.ª) $(a + b)^2 = ?$

Temos: $(a + b)^2 = (a + b)(a + b)$
 $= a(a + b) + b(a + b)$ (p.d.m.)
 $= a^2 + ab + ba + b^2$
 $= a^2 + 2ab + b^2$

ou:

$$\begin{array}{r} a + b \\ a + b \\ \hline a^2 + ab \\ + ab + b^2 \\ \hline a^2 + 2ab + b^2 \end{array}$$

Logo: $\forall a, \forall b, (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Fonte: Sangiorgi, 1966, p.63

Neste excerto, Sangiorgi (1966) aborda procedimentos algébricos de maneira precisa e formal por meio da linguagem matemática, apresentando justificativas das transformações algébricas consideradas no tratamento do produto notável através de propriedades estruturais. Segundo Abe (1989):

Na Álgebra, nos ocupamos das chamadas estruturas algébricas que, numa primeira aproximação, se reduzem a conjuntos sobre os quais definem-se certas operações determinadas por propriedades convenientes. (ABE, 1989, p.117)

Estas transformações algébricas envolvem duas operações determinadas por propriedades, a propriedade distributiva matemática (p.d.m.) e o algoritmo convencional da multiplicação, o autor demonstra que ambas formas denotam a mesma solução ($a^2 + 2ab + b^2$).

As justificativas das transformações apresentadas na estrutura algébrica são apresentadas também por meio da língua materna, como mostra a Figura 6:

Figura 6 - Generalização na língua materna

O quadrado da soma indicada de dois números quaisquer é igual ao quadrado do primeiro número, mais duas vezes o produto do primeiro pelo segundo número, mais o quadrado do segundo número.

Fonte: Sangiorgi, 1966, p. 63.

Desta forma Sangiorgi apresenta, também com rigor, o desenvolvido de forma algébrica. Não possibilitando ao estudante a dualidade de interpretações, mediante a tratativa de produtos notáveis.

A partir da análise das Figuras 5 e 6, é possível verificar, uma matemática com caráter autossuficiente, tendo características de uma linguagem extremamente formal. De acordo com Machado (1998):

Uma das questões mais candentes no que concerne ao ensino tanto da Matemática como da Língua Materna é a legitimidade ou a conveniência da utilização de um sistema de signos de um modo predominantemente técnico, operacional, restrito a regras sintáticas, em contraposição a um uso que privilegie o significado dos elementos envolvidos, portanto sua dimensão semântica. (MACHADO, 1998, p.109)

Após a generalização da técnica para a obtenção do produto de $(a + b)^2$, retratam, na forma de exemplos, Figura 7, a representação dos produtos notáveis na forma numérica e literal. Os exemplos apresentam-se já resolvidos, cabendo ao estudante acompanhar por meio da linguagem matemática, procedimentos e o raciocínio lógico indicados pelo autor.

Figura 7 – Exemplos de Produtos Notáveis

Exemplos: $(5 + 3)^2 = 5^2 + 2 \times 5 \times 3 + 3^2$
 $(x + y)^2 = x^2 + 2 \times x \times y + y^2$
 $\left(\frac{m}{2} + 3n\right)^2 = \left(\frac{m}{2}\right)^2 + 2 \times \frac{m}{2} \times 3n + (3n)^2 =$
 $= \frac{m^2}{4} + 3mn + 9n^2$
 $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 = (\sqrt{3})^2 + 2 \times \sqrt{3} \times \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 = 3 + 2 \times \sqrt{3} \times$
 $\times \sqrt{2} + 2 = 5 + 2\sqrt{6}$

Fonte: Sangiorgi, 1966, p.63

No livro, o autor frequentemente recorre a atividades nomeadas como “Teste de atenção”- Figura 8, no qual, neste caso, explora elementos da álgebra pela geometria. De acordo com Fiorentini (1995, p.14) neste período, “mais importante que a aprendizagem de conceitos e as aplicações matemáticas, seria a apreensão da estrutura, a qual, acreditava-se, capacitaria o estudante a aplicar estas formas estruturais de pensamento inteligente aos mais variados domínios, dentro e fora da matemática”.

Figura 8 – Teste de atenção

TESTE DE ATENÇÃO — GRUPO 28

1. Observe as figuras abaixo: a do lado esquerdo é um quadrado de $(a + b)$ unidades de lado e, portanto, a expressão que dá a sua área é $(a + b)^2$; do outro lado você tem o *mesmo quadrado*, porém repartido em dois quadrados de áreas a^2 e b^2 , respectivamente, e os retângulos de áreas: $a \times b$ e $b \times a$.

Qual a sentença matemática (generalização) que traduz a igualdade das áreas desses dois quadrados?

2. Você pode determinar o quadrado de um número qualquer decompondo-o nas suas dezenas e unidades. Sabe como? É fácil. Seja, por exemplo, determinar o quadrado de 37. Temos:

$$\begin{aligned}
 37^2 &= (30 + 7)^2 = 30^2 + 2 \times 30 \times 7 + 7^2 = \\
 &= 900 + 420 + 49 = \\
 &= 1\ 369
 \end{aligned}$$

Fonte: Sangiorgi, 1966, p.64

Sangiorgi indica, pela igualdade da área de dois quadrados, a generalização da sentença do produto notável. Apresenta quadrados cuja medida dos lados são indicadas por expressões literais. Diz que área do primeiro pode ser obtido através da expressão $(a+b)^2$ e que o outro quadrado (*mesmo quadrado*) foi repartido em dois quadrados de área a^2 e b^2 e dois retângulos de área axb e $bx a$. Após, Sangiorgi também apresenta um questionamento ao estudante de como generalizar a igualdade de área destes quadrados por meio de uma sentença matemática. Por intermédio

deste, anseia que o estudante compreenda as transformações da estrutura subjacente de produtos notáveis, possibilitando assim, a aplicação desta técnica as mais variadas expressões literais.

Questionamentos aos estudantes não são comuns ao decorrer da obra, com exceção nos Testes de atenção. O Teste de atenção caracteriza-se como um desafio lógico, porém fundamentado a partir das propriedades estruturais estudadas no capítulo.

O livro apresenta exercícios fixação. A análise permite conjecturar que tal proposição almeja que o estudante, ao resolver os exercícios, pratique a técnica tratada na apresentação do conteúdo. Os exercícios apresentados na Figura 9, a resolução baseia-se no desenvolvimento dos produtos notáveis utilizando a propriedade distributiva da multiplicação ou a propriedade algoritmo convencional da multiplicação.

Figura 9- Exercícios de fixação

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO — GRUPO 30

1. Efetue as seguintes multiplicações usando a técnica dos “produtos notáveis”:

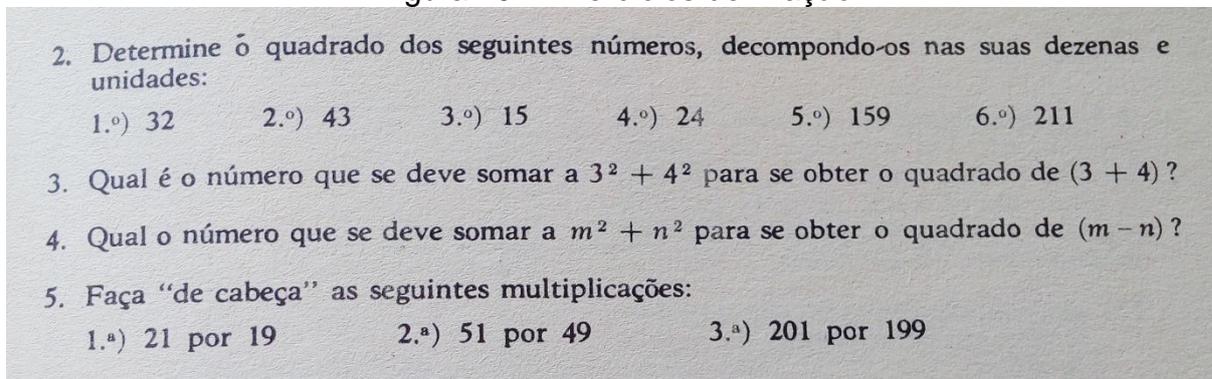
1. ^a) $(3 + 2)^2$	8. ^a) $\left(2x^3y^2 - \frac{1}{4}\right)^2$
2. ^a) $(2x + 5y)^2$	9. ^a) $(y - \sqrt{5})^2$
3. ^a) $\left(3c^2 + \frac{d}{7}\right)^2$	10. ^a) $(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \quad (a \geq 0, b \geq 0)$
4. ^a) $(x + \sqrt{3})^2$	11. ^a) $(4 + 3)(4 - 3)$
5. ^a) $(\sqrt{5} + \sqrt{8})^2$	12. ^a) $(5x^2 + 1)(5x^2 - 1)$
6. ^a) $(8 - 1)^2$	13. ^a) $\left(\frac{2}{3} + \sqrt{6}\right)\left(\frac{2}{3} - \sqrt{6}\right)$
7. ^a) $\left(x - \frac{y}{3}\right)^2$	14. ^a) $(\sqrt{7} + 1)(\sqrt{7} - 1)$
15. ^a) $[(m + n) + a][(m + n) - a]$	

Fonte: Sangiorgi, 1966, p.66

Os exercícios apresentados na Figura 10, estão organizados a partir da estrutura de quadrados perfeitos, o autor utiliza a expressão “obter quadrados” e não mais “produtos notáveis”, a qual se referiu no exercício apresentado na Figura 9. A resolução destes exercícios, abrange um raciocínio lógico. Como o autor mesmo refere nos exercícios “faça de cabeça”, possibilitando conjecturar que mais importante

do que a aprendizagem de conceitos e de aplicações matemáticas, é a apreensão da estrutura lógica de determinada técnica.

Figura 10 – Exercícios de fixação



Fonte: Sangiorgi, 1966, p.67

No geral, os exercícios apresentam enunciados repetitivos, não sendo acompanhados de resolução e de respostas. Não se baseando em repetições exaustivas. Permitem ao educando ampliar suas concepções acerca das propriedades dos produtos notáveis, em razão que o autor amplia o grau de complexidade nos exercícios, pois para a resolução destes, envolve o domínio de propriedades do campo da aritmética. Não é possível identificar a aplicação da matemática em outros contextos, além do contexto matemático.

Conclusão

A análise dos excertos, do livro de Osvaldo Sangiorgi, dá indicativos de características da tendência pedagógica da educação matemática formalista moderna. O livro apresenta, de forma geral, um formalismo matemático fundamentado em estruturas algébricas e o uso preciso da linguagem matemática. Como também é perceptivo a ênfase, aos aspectos estruturais e lógicos da organização interna de cada conteúdo.

De acordo com Possani, Silva, Zucoltoto(2011):

A tendência pedagógica Formalista Clássica, bem como a Formalista Moderna nortearam os moldes de ensino e aprendizagem e a formação escolar no Brasil por vários anos (década de 50 e 60), atendendo aos interesses militares, exercendo suas influências sobre a educação e a formação de profissionais da educação. Tais influências de alguma forma vieram a contribuir para a constituição do sistema educacional do Brasil, perpetuando suas raízes através de décadas. (POSSANI, SILVA, ZUCOLTOTO, 2011, p.06)

A tendência formalista moderna, segundo Fiorentini (1995), promoveria um retorno ao formalismo matemático, só que sob um novo fundamento: estruturas algébricas e a linguagem formal da Matemática contemporânea.

Tais concepções de currículo chegaram rapidamente a escola, influenciando assim, na seleção dos conteúdos a serem ensinados e na forma de ensino. Nesta perspectiva Fiorentini (1995, p. 14) destaca “Esta proposta de ensino, parecia visar não à formação do cidadão em si, mas à formação do especialista matemático.” Ainda de acordo com o referido autor:

A tendência moderna procurava os desdobramentos lógico-estruturais das ideias matemáticas, tomando por base não a construção histórica e cultural desse conteúdo, mas sua unidade e estruturação algébrica mais atuais.(FIORENTINI, 1995, p.15)

Desta forma, mediante as análises dos excertos do livro didático, é possível indicar que o autor busca ressaltar as propriedades estruturais dos polinômios, enfatizando o uso preciso da linguagem matemática e o rigor, não tendo preocupação com a contextualização em outras áreas para além da Matemática, porém percebe-se articulações entre os campos da álgebra, da aritmética e da geometria.

O contexto histórico da Educação Matemática, a partir de um livro didático, possibilita a compreensão das concepções de ensino, em um determinado período. Estas concepções de ensino, justificam a organização e a estrutura do livro, cuja análise contribuiu na identificação e compreensão das relações estabelecidas entre orientações pedagógicas e expectativas e subsídios de natureza sócio-política e econômica, ampliando, consideravelmente, entendimentos acerca da matemática, de currículo e do processo de ensinar e de aprender matemática.

Referências Bibliográficas

ABE, Jair Minoro. **A noção de estrutura em matemática e física**. Estudos Avançados. São Paulo, mai/ago 1989. p. 113-125.

BRASIL. Ministério da Educação. **Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. Brasília. Resolução nº 4024, de 20 dezembro 1961.

FIORENTINI, Dario. **Alguns modos de ver e conceber o ensino da Matemática no Brasil**. Zetetiké, Cempem/FE/Unicamp, nov.1995. p. 01-37.

MACHADO, Nílson José. **Matemática e língua materna: análise de uma impregnação mútua.** 4 ed. São Paulo, 1998.

PAOLI, Niuvenius J. O princípio da indissociabilidade do ensino e da pesquisa: elementos para uma discussão. Cadernos CEDES. São Paulo, 1988. p. 27-52.

POSSANI, Naura. SILVA, Claudia Adriana. ZUCOLOTTI, Benjamim. **As tendências em Educação Matemática da década de 60 e suas influências sobre o processo de ensinar e aprender matemática.** II CNEM - Congresso Nacional de Educação Matemática, III EREM – Encontro regional da Educação Matemática. Ijuí, 2011.

SANGIORGI, Osvaldo. **Matemática Curso Moderno.** 2 ed. São Paulo, 1966. v.3.