



## MODELAGEM MATEMÁTICA: AMBIENTE DE APRENDIZAGEM DE CONTEÚDOS PROGRAMÁTICOS DE ESTATÍSTICA

Minéia Bortole Machado<sup>1</sup>

Alvino Alves Sant'Ana<sup>2</sup>

### Modelagem Matemática

**Resumo:** A experiência aqui relatada faz parte de uma pesquisa desenvolvida para o Mestrado em Ensino de Matemática da UFRGS. A referida pesquisa tem como finalidade propor, aplicar e analisar algumas atividades que introduzam conceitos de Estatística por meio da Modelagem Matemática. A metodologia de pesquisa utilizada foi um estudo de caso feito com alunos do 7º ano de uma escola da rede pública de Sapucaia do Sul e as análises feitas foram baseadas nos Ambientes de Aprendizagem de Skovsmose e na concepção de Barbosa sobre Modelagem Matemática. O presente relato é um recorte das atividades realizadas durante essa pesquisa, o qual contém a descrição e análise de algumas das atividades realizadas durante esse período. Com base nas reflexões feitas, consideramos positivos os resultados obtidos e acreditamos que atividades de modelagem promovem diferentes ambientes de aprendizagem que favorecem o desenvolvimento cognitivo do educando.

**Palavras Chaves:** Ambientes de Aprendizagem. Modelagem Matemática. Estatística.

**Abstract:** This work's experience belongs to a research developed on the UFRGS Mathematical Teaching master's program. This research's objective is to propose, apply and analyze a few activities which can introduce statistical concepts through mathematical modelling. The research methodology was a case study with 7th grade students of a public school in Sapucaia do Sul and the analysis were made based on Skovsmose's Learning Environments and on Barbosa's definition of Mathematical Modelling. This work is a part of some of the activities done on this research and contains the description and analysis of the activities performed on this period. Based on our research, we think that modelling activities promote different learning environments that favor the cognitive development of the student.

**Keywords:** Learning Environments. Mathematical Modeling. Statistic.

### INTRODUÇÃO

O presente trabalho é parte da pesquisa realizada para a dissertação de mestrado da primeira autora, sob a orientação do segundo autor. O objetivo dessa pesquisa é introduzir conteúdos programáticos da Estatística por meio de um Ambiente de Aprendizagem diferente do tradicional. Nossa intenção é aproximar a Matemática à realidade do educando. Sendo assim, optamos em utilizar a Modelagem Matemática, pois esse ambiente viabiliza a compreensão de como a Matemática é utilizada nas práticas sociais. (BARBOSA, 2001).

As atividades de Modelagem são consideradas como oportunidades para explorar os papéis que a matemática desenvolve na sociedade contemporânea. Nem a matemática nem a Modelagem são “fins”, mas sim “meios” para questionar a realidade vivida. (BARBOSA, 2001, p. 4).

---

<sup>1</sup> Professora de Matemática da rede pública de São Leopoldo e Sapucaia do Sul. Graduada em Matemática pela Universidade Luterana do Brasil e mestranda em Ensino de Matemática na Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS). email: mineiaeleo@yahoo.com.br

<sup>2</sup> DMPA/UFRGS e PPGEMAT/UFRGS. email: alvino@mat.ufrgs.br

A Estatística é uma ferramenta que auxilia a análise crítica da sociedade. Destacamos, então, a importância do aluno desenvolver na escola habilidades para coletar, organizar, representar, interpretar e analisar dados em diversos contextos para que, a partir daí, possa se posicionar criticamente diante de fatos oriundos da vida em sociedade.

Dessa forma, reforça-se o papel do professor como um incentivador do processo ensinar/aprender, promovendo uma dinâmica que permita ao estudante a ação e transformação da realidade, contribuindo para o desenvolvimento da criatividade e do pensamento crítico. (LOPES, 1998, p. 32).

De acordo com Pires e Gomes (2004): “[...] o ensino de Estatística deve ter como objetivo, além de ensinar o aluno a ler e interpretar representações gráficas, descrever e interpretar o mundo em que vive, e por meio dele construir ferramentas para resolver problemas”. (PIRES; GOMES, 2004, p. 110).

Nesse trabalho propomos atividades para que o aluno desenvolva habilidades necessárias à prática de pesquisa e, ao mesmo tempo, aproprie-se de conceitos estatísticos importantes para o exercício da cidadania.

Skovsmose (2000) se refere a “Ambiente de Aprendizagem” como todas as condições nas quais os alunos são submetidos para desenvolver determinadas atividades. Nesse trabalho, consideramos a Modelagem Matemática como um Ambiente de Aprendizagem estruturado como um cenário para investigação com referência à realidade, voltado ao ensino de Estatística nos anos finais do Ensino Fundamental, no qual os alunos, mediante o aceite/interesse, desenvolverão atividades com um maior grau de responsabilidade pela construção dos conceitos trabalhados.

Para embasar as situações de aprendizagem envolvidas nesse processo, utilizamos os dois paradigmas de práticas de sala de aula e os três tipos de referências apontados por Skovsmose (2000). O autor combina essas referências e esses paradigmas conforme vemos na figura 1:

**Figura 1 – Ambientes de Aprendizagem**

	Exercícios	Cenário para Investigação
Referências à matemática pura	(1)	(2)
Referências à semi-realidade	(3)	(4)
Referências à realidade	(5)	(6)

Fonte: Skovsmose (2000, p. 8)

Utilizar Modelagem Matemática como recurso pedagógico para o ensino de Estatística se justifica pelo fato dela tratar a realidade do aluno no contexto escolar. Barbosa (2001) aponta que a Modelagem Matemática estimula os alunos a investigarem situações de outras áreas que não a matemática por meio da matemática.

Para Barbosa (2001), Modelagem Matemática é um Ambiente de Aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade. O autor classifica a modelagem em três casos:

- a) Caso 1: O professor apresenta a descrição de uma situação-problema, com as informações necessárias à sua resolução e o problema formulado, cabendo aos alunos o processo de resolução.
- b) Caso 2: O professor traz para a sala um problema de outra área da realidade, cabendo aos alunos a coleta de informações necessárias à resolução.
- c) Caso 3: A partir de temas não-matemáticos, os alunos formulam e resolvem problemas. Eles também são responsáveis pela coleta de informações e simplificação das situações-problema.

O autor propõe outros caminhos que levam a um ambiente de Modelagem Matemática sem ter a construção de um modelo como objetivo. O que está em discussão é o envolvimento dos alunos no processo de construção da aprendizagem.

Barbosa (2001) esquematiza as participações do professor e do aluno em cada caso como vemos na figura 2:

**Figura 2 – Casos de Modelagem**

	<i>Caso 1</i>	<i>Caso 2</i>	<i>Caso 3</i>
<i>Elaboração da situação-problema</i>	professor	professor	professor/aluno
<i>Simplificação</i>	professor	professor/aluno	professor/aluno
<i>Dados qualitativos e quantitativos</i>	professor	professor/aluno	professor/aluno
<i>Resolução</i>	professor/aluno	professor/aluno	professor/aluno

Fonte: Barbosa (2001, p. 9)

Na presente pesquisa, consideramos a definição de Estatística trazida por Crespo (1984) apud Pires e Gomes (2004): “A Estatística é uma parte da Matemática Aplicada que fornece métodos para a coleta, a organização, a descrição, análise e interpretação de dados quantitativos e a utilização desses dados para a tomada de decisões”. Esse conceito está de acordo com Skovsmose, em sua perspectiva crítica em relação ao papel da Matemática na sociedade. O autor defende uma “Educação Matemática Crítica”, na qual, não apenas se refere a habilidades matemáticas, mas também à competência de interpretar e agir numa situação social e política estruturada pela matemática. (SKOVSMOSE, 2000).

## **DESCRIÇÃO DAS ATIVIDADES**

O presente relato traz algumas atividades realizadas durante o estudo de caso feito com os alunos do 7º ano da EMEF Prefeito Walmir Martins.

Nosso planejamento foi composto por perguntas. Acreditamos que elas sejam a porta aberta para reflexão e, por consequência, para discussão e conclusão. Barbosa (2001) traz uma citação de Freire & Faundez (1998) que traduz nossa intensão.

O que o professor deveria ensinar – porque ele próprio deveria sabê-lo – seria, antes de tudo, ensinar a perguntar. Porque o início do conhecimento, repito, é perguntar. É somente a partir de perguntar é que se deve sair em busca de respostas e não o contrário. (FREIRE & FAUNDEZ, 1998, p. 46 apud BARBOSA, 2001, p.6).

Para realizarem as atividades, os alunos formaram pequenos grupos: A, B, C e D. Para não identificá-los, nos referimos a eles por A1, A2, B1, B2, etc. Cada grupo era composto por três a cinco participantes e sua formação foi de livre escolha. Pensamos que o ambiente deva ser agradável a eles, por isso não interferimos na formação dos grupos.

O primeiro encontro teve como finalidade a introdução da Estatística: o que é, quais suas finalidades, se a percebemos em nosso dia a dia, quais as fases do método estatístico etc. Ou seja, debatemos sobre o papel da Estatística na sociedade. Já no primeiro encontro, percebemos o aceite do convite para pesquisa entre a maioria dos alunos. Quando dizemos maioria queremos deixar claro que alguns alunos não se envolveram muito nas atividades, as orientações soaram mais como um comando do que como um convite. O convite, nesse caso, para Skovsmose (2000) são os questionamentos feitos pelo professor, e o aceite é representado pela curiosidade dos alunos em resolvê-los. Esse é o primeiro passo para uma atividade de modelagem, segundo Barbosa (2001).

No segundo encontro realizamos uma pesquisa na turma sobre um tema do interesse de cada grupo. Nossa expectativa era de que os alunos aplicassem o que foi visto no encontro anterior sobre os procedimentos a serem adotados na realização de uma pesquisa. Esperávamos que eles, a partir do que compreenderam sobre Estatística, passassem uma informação a respeito da turma. A resolução de um grupo nos chamou atenção:

**Figura 3 – Tabelas Grupo D**

Dados dos alunos da 7ª C da escola Ulbra M.

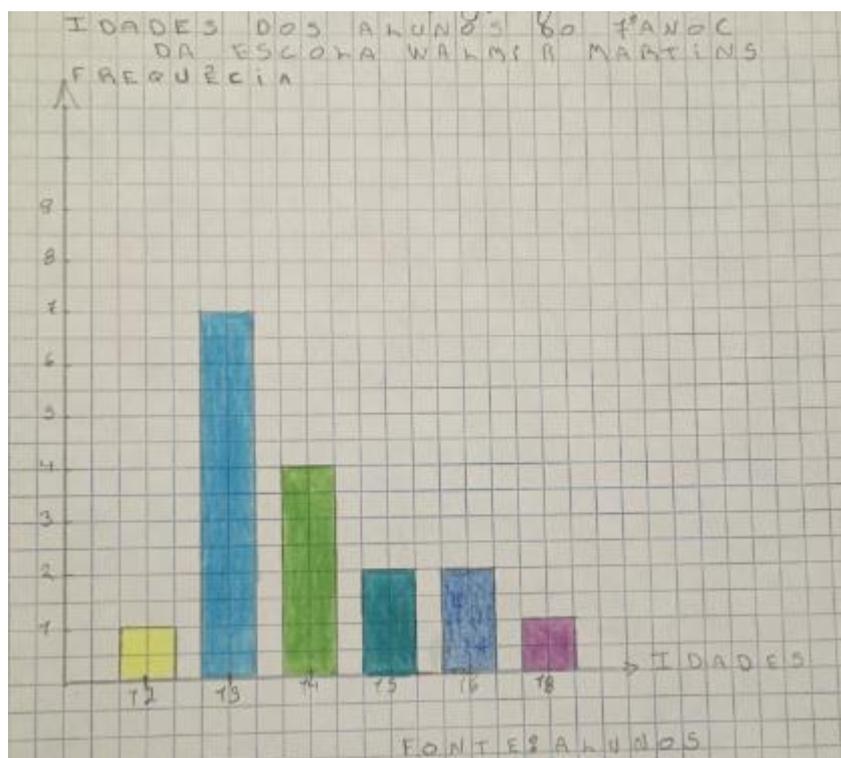
Nome dos Alunos	Idade
Ruberson	74
Gabriel	75
Ricardo	73
Eduardo	73
Rubens	73
João	73
Matias	72
Amo	73
Blandina	76
Andriete	73
Alexia	73
Piile	74
Barbara	76
Adom	74
Adelina	74
Colana	78
Rauca	75

Idades	Frequência
72	1
73	7
74	4
75	2
76	2
78	1

Fonte: Arquivo pessoal

O grupo D escolheu a mesma pesquisa que usamos como exemplo no encontro anterior. No entanto, criou uma tabela nova, a da frequência. Isso demonstrou uma capacidade de síntese em relação à informação que desejam passar. Vemos na figura 4 a representação gráfica dessa pesquisa.

**Figura 4 – Gráfico aluno D4**

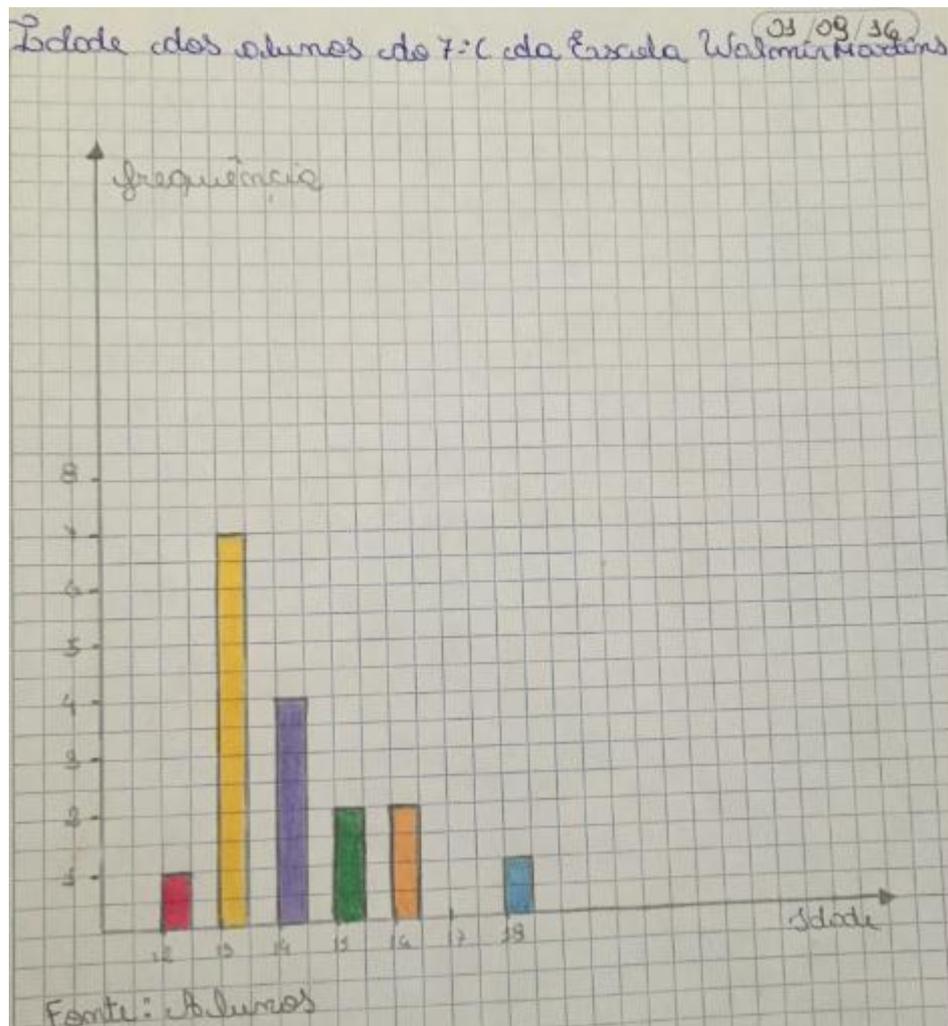


Fonte: Arquivo pessoal

O gráfico apresentado tem todos os elementos básicos: título e fonte; identificação dos eixos; unidade; e um padrão na construção das barras.

Outra representação gráfica dessa pesquisa, com esboço diferente, é mostrada na figura 5.

**Figura 5 – Gráfico aluno D1**



Fonte: Arquivo pessoal

Percebemos nessa resolução algumas diferenças em relação à resolução apresentada anteriormente. Em especial, mesmo sem estar na tabela, a idade 17 foi mantida no eixo referente às idades, revelando a preocupação com a preservação da escala.

O terceiro encontro se enquadra no que Barbosa (2001) classifica como caso 2, em que o professor elabora a atividade e participa da resolução com os alunos.

Em ano de Olimpíada, trouxe o desempenho do Brasil em Olimpíadas anteriores com o objetivo dos alunos experimentarem os diferentes tipos de gráficos na exposição dos dados. Na figura 6, vemos o quadro de medalhas apresentado pelo grupo D:

**Figura 6 – Tabela grupo D**

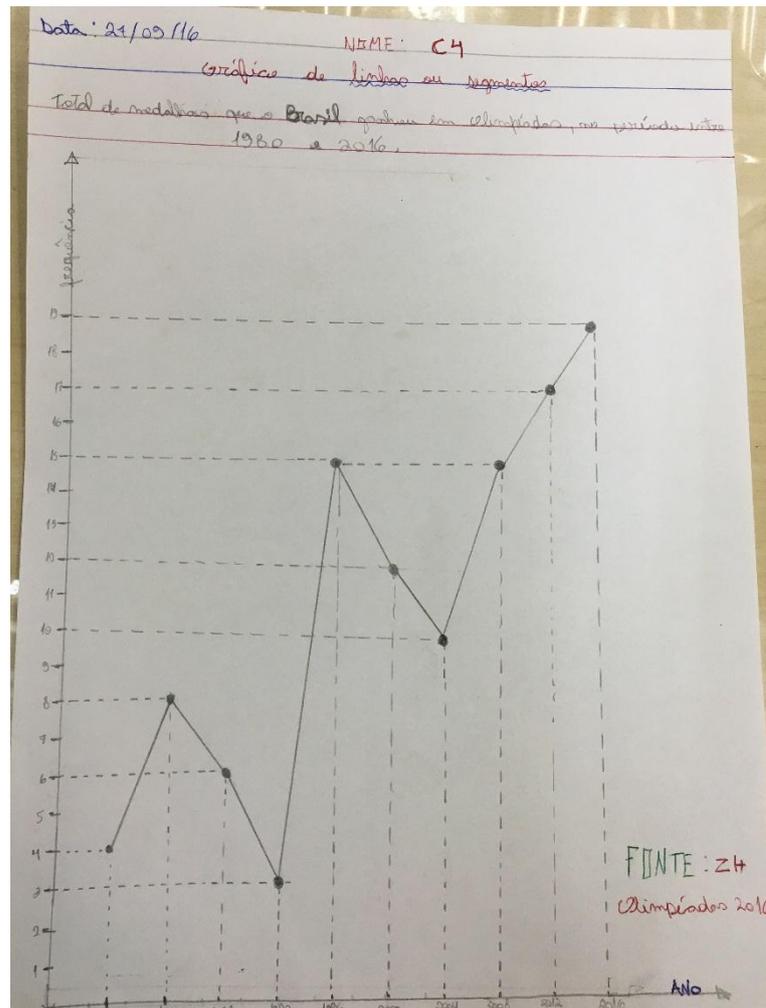
Norma: 7.7.6  
 Total de medalhas que o Brasil ganhou em Olimpíadas, no período entre 1948 e 2016

Ano	Sede	Número de Medalhas			
		Ouro	Prata	Bronze	TOTAL
1948	London	—	—	1	1
1952	Helsinki	1	—	2	3
1956	Melbourne	1	—	—	1
1960	Roma	—	—	2	2
1964	Tóquio	—	—	1	1
1968	Grã-Bretanha	—	1	2	3
1972	Munique	—	—	2	2
1976	Montreal	—	—	2	2
1980	Moscou	2	—	2	4
1984	Los Angeles	1	5	2	8
1988	Seul	1	2	3	6
1992	Barcelona	2	1	—	3
1996	Atlanta	3	3	9	15
2000	Sydney	—	6	6	12
2004	Atenas	5	2	3	10
2008	Pequim	3	4	8	15
2012	London	3	5	9	17
2016	Rio de Janeiro	7	6	6	19

Fonte: Arquivo pessoal

As informações dessa tabela foram graficamente representadas de diferentes formas. A ideia foi informar aos alunos sobre os diferentes tipos de gráficos e ajudá-los a identificar em qual situação é indicado usar um ou outro. Na figura 7, vemos os dados expostos por meio de um gráfico de linhas, na figura 8, por um gráfico de barras e, na 9, por um gráfico de barras com legenda. No último caso, a legenda permite uma informação gráfica mais detalhada exibindo a quantidade de medalhas de ouro, prata e bronze, não apenas a quantidade de medalhas.

Figura 7 – Gráfico aluno C4



Fonte: Arquivo pessoal

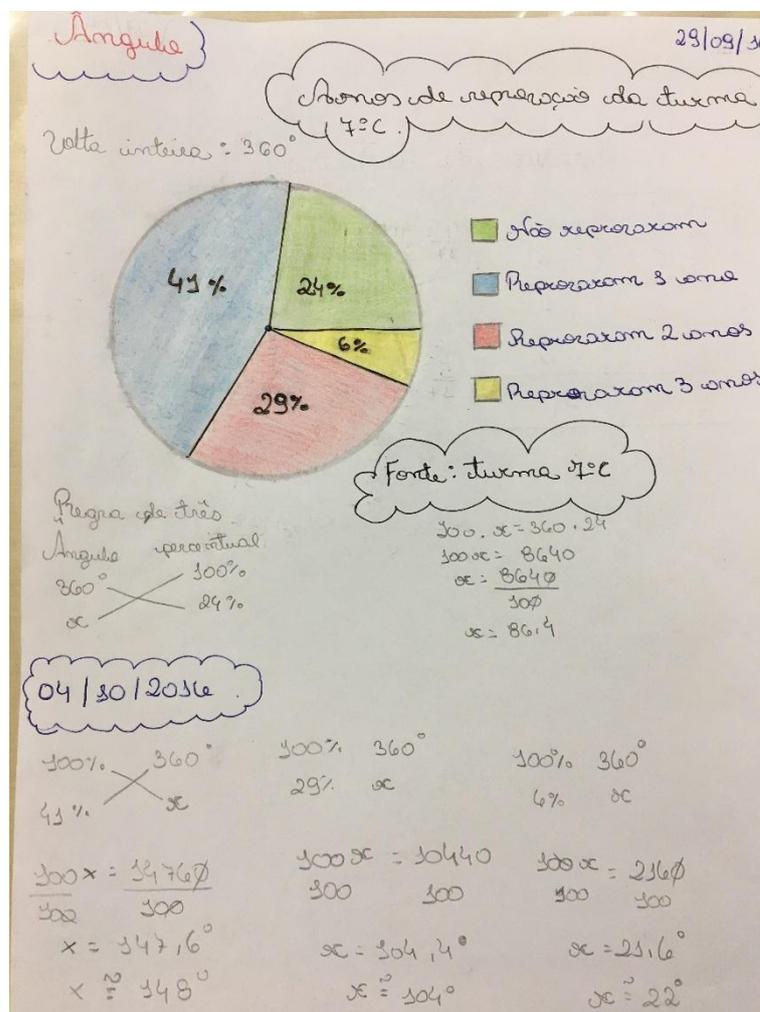
Acreditamos que, devido ao espaço, esse aluno optou em mostrar o desempenho do Brasil em Olimpíadas a partir de 1980, pois tinha informação do desempenho desde 1948.



No encontro em que falamos sobre gráfico de setores, construímos diferentes ambientes, como proposto por Skovsmose (2000). Ora o ambiente de aprendizagem se caracterizou como cenário para investigação, ora como paradigma de exercício.

Para falarmos de gráfico de setores, realizamos uma pesquisa sugerida por um aluno, o que caracterizou esse encontro como caso 3 na classificação de Barbosa (2001), pois os alunos participaram desde a escolha do assunto até a sua resolução. Nesse encontro, eles usaram transferidor, compasso e régua como recurso material. Na figura 10, vemos a resolução do aluno D1.

**Figura 10 – Resolução aluno D1**



Fonte: Arquivo pessoal

Inicialmente, eles calcularam a frequência relativa dos alunos que não reprovaram, reprovaram 1, 2 ou 3 anos. A primeira questão de investigação surgiu quando os alunos precisaram dividir o círculo em setores para determinar o ângulo correspondente a cada

percentual. Para alguns alunos foi a primeira experiência com medição de ângulo. Outra questão foi o fato de que eles ainda não terem trabalhado com equação e proporcionalidade, o que nos levou a introduzir esses conteúdos.

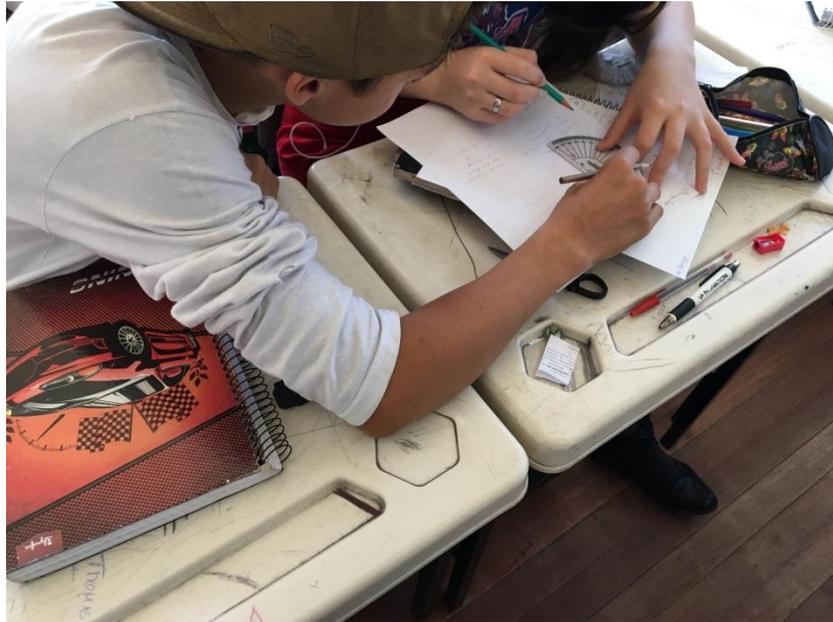
Nesse encontro, os alunos aceitaram o convite para investigação. Percebemos o empenho nas resoluções das tarefas propostas e como os resultados faziam sentido para eles. “A experiência da significação depende de os alunos trazerem suas intencionalidades para as atividades de aprendizagem. Investigar e explorar são atos conscientes, eles não acontecem como atividades forçadas”. (SKOVSMOSE, 2014, p. 60).

A ideia proposta pelo autor traduz nossa intensão. Queríamos um ambiente no qual os alunos fossem livres para explorar o que tivessem interesse. É justamente essa a perspectiva da Modelagem Matemática: que os alunos aceitem o convite para investigação. Diferentemente do tradicional nas escolas, em que os alunos obedecem ao comando do professor.

Para Barbosa (2001) o convite faz referência à indagação e à investigação. A indagação vem da curiosidade expressa pelo aluno. E, por sua vez, a curiosidade é despertada na medida em que o aluno se interessa pelo assunto. “A investigação é o caminho pelo qual a indagação se faz. É a busca, seleção, organização e manipulação de informações.” (BARBOSA, 2001, p. 7). Para o autor indagação e investigação são indissociáveis. Isso vem do fato de que para existir indagação o aluno precisa conhecer a situação em estudo.

A figura 11 traduz a realidade dos Ambientes de Aprendizagem dos encontros: cooperação, envolvimento, dedicação e curiosidade.

**Figura 11 – encontro Gráfico de Setores**



Fonte: Arquivo pessoal

## **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Nossa escolha pela Modelagem Matemática contribuiu para a criação, em conjunto com os alunos, de Ambientes de Aprendizagem nos quais eles desenvolveram autonomia e pensamento crítico. Nossa intenção foi que os estudantes transitassem entre os diferentes ambientes de aprendizagem da matriz apresentada na figura 1, como proposto por Skovsmose, levando em consideração nossa ideia de que a permanência em um ou outro pode engessar o processo de aprendizagem.

Observamos nesse trabalho que os conteúdos que apareceram durante o estudo tiveram significados diferentes do que quando trabalhados individualmente e descontextualizados. Isso se deve ao fato de terem aparecido como ferramentas para a resolução de um problema. Em outras palavras, os conteúdos vieram da necessidade de se resolver algo. Por exemplo: quando precisaram dividir o círculo em setores, surgiu a necessidade do conhecimento sobre regra de três e medição de ângulos. Então, abrimos um parêntese na atividade para falarmos/introduzirmos ambos os assuntos.

Com tudo que observamos durante essa experiência, consideramos válida a introdução de conteúdos programáticos da Estatística por meio de um ambiente diferente do tradicional, em especial, em um Ambiente de Aprendizagem construído por meio da Modelagem Matemática.

## **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

BARBOSA, J. C.. **Modelagem na Educação Matemática: Contribuições para o Debate Teórico**. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24., 2001, Caxambu. Anais... Caxambu: ANPED, 2001. 1 CD.

LOPES, C. A. E.. **A probabilidade e a estatística no ensino fundamental: uma análise curricular**. Dissertação de Mestrado. FE/UNICAMP, julho/1998.

PIRES, M. N. M; GOMES, M. T. **Fundamentos Teóricos do Pensamento Matemático**. Curitiba: IESDE, 2004.

SKOVSMOSE, O. Cenários de investigação. **Bolema – Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro (SP), n. 14, p. 66-91, 2000.

SKOVSMOSE, O. **Um convite à Educação Matemática Crítica**. Campinas, SP: Papirus, 2014.