



COMPREENDENDO O COMPORTAMENTO DE UMA FUNÇÃO COM O AUXÍLIO DO GEOGEBRA

Jonathas leggli da Silva¹

Claudia Lisete Oliveira Groenwald²

Ursula Tatiana Timm³

Temática: Educação Matemática, Tecnologias Informáticas e Educação à Distância

O presente estudo está vinculado ao projeto de pesquisa “Inovando o Currículo de Matemática Através da Incorporação das Tecnologias da Informação e Comunicação”, que tem por objetivo a apresentação de propostas diferenciadas no desenvolvimento dos conteúdos de Matemática, principalmente com o uso de tecnologias que já fazem parte do dia a dia dos estudantes, visando proporcionar aos mesmos, a construção do conhecimento através da observação e manipulação de aplicativos e *softwares*. Desta forma, buscou-se investigar atividades didáticas que utilizam tecnologias digitais para o processo de ensino e aprendizagem das funções, mais especificamente à compreensão do comportamento das curvas que representam as funções. Após o mapeamento das ferramentas digitais, optou-se por utilizar o *software* GeoGebra. Nas atividades propostas, os estudantes utilizam o *software* para analisar famílias de funções e estabelecer relações entre as representações gráficas e algébricas destas famílias. Nesse relato apresentam-se as atividades com funções do 1º e 2º graus. Acredita-se que o uso de tecnologias informáticas em sala de aula torna o ambiente propício para a aprendizagem, colocando o aluno no centro do processo de ensino e aprendizagem. Propõem-se mudanças nas práticas de sala de aula através de reflexões acerca da utilização do GeoGebra.

Palavras Chaves: Ensino e Aprendizagem. Funções. Geogebra. Tecnologias Digitais.

Introdução

O presente estudo está vinculado ao projeto de pesquisa “Inovando o Currículo de Matemática Através da Incorporação das Tecnologias da Informação e Comunicação”, que tem por objetivo a apresentação de propostas diferenciadas para o desenvolvimento dos conteúdos de Matemática, principalmente com o uso das Tecnologias Digitais que já fazem parte do dia a dia dos estudantes, visando proporcionar aos mesmos, a construção do conhecimento através da observação com a manipulação do *software* GeoGebra.

¹ Licenciando em Matemática. Universidade Luterana do Brasil (ULBRA). e-mail: juninhopetros@hotmail.com.

² Doutora em Ciências da Educação. Docente do curso de Matemática e Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIM). Universidade Luterana do Brasil (ULBRA). e-mail: claudiag@ulbra.br.

³ Mestranda em Ensino de Ciências e Matemática. Docente do curso de Matemática. Universidade Luterana do Brasil (ULBRA). e-mail: timm.ursula@gmail.com.

As preocupações em relação às novas dinâmicas para a sala de aula, bem como com o papel do professor e o papel das tecnologias informáticas em sala de aula, são temas recorrentes em Educação Matemática. Sabe-se que desenvolver atividades didáticas com o uso de recursos tecnológicos não é uma tarefa simples, exige tempo, estudo e dedicação por parte do professor e disposição, por parte dos alunos, no desenvolvimento das atividades.

Segundo Fuck (2010), as tecnologias informáticas “estão provocando uma reorganização do pensamento, em especial do pensamento matemático, o que, inevitavelmente, vêm produzindo mudanças sociais e culturais decorrentes de suas possibilidades”. Para o autor, não basta apenas introduzir computadores na escola, a escola deve assumir um compromisso com essas tecnologias em prol da qualidade da educação, particularmente, da Educação Matemática (FUCK, 2010, p.64).

É necessário, portanto, preparar o estudante para que ele possa “utilizar a tecnologia da melhor maneira possível, sabendo transformar a informação em conhecimento” (EVOBOOKS, 2016, p.45). Para Almeida (2010), não deve ocorrer dissociação entre o currículo escolar e as tecnologias digitais. As tecnologias devem ser introduzidas no desenvolvimento do currículo, propiciando que isso aconteça no momento em que a tecnologia possa trazer significativas contribuições à aprendizagem e ao ensino, e não apenas em ações pontuais.

Nesse contexto, buscou-se investigar atividades didáticas que utilizem tecnologias digitais para o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem das funções, mais especificamente, à compreensão do comportamento das curvas que representam as funções.

1. Metodologia

Após mapeamento de ferramentas digitais que pudessem ser utilizadas no processo de ensino e aprendizagem da temática funções, optou-se por utilizar o *software* GeoGebra. O Geogebra é um *software* com finalidades didáticas, que apresenta uma plataforma amigável e pode ser utilizado para o ensino e aprendizagem da Matemática. Nas atividades propostas, os estudantes devem utilizar o *software* para analisar famílias de funções e estabelecer relações entre as representações gráficas e algébricas destas famílias. Foram organizadas atividades

para a compreensão das funções de 1º e 2º graus, exponencial, logarítmica, valor absoluto, seno e cosseno.

Previamente ao estudo do comportamento da curva que representa uma determinada função, deve-se propor que os estudantes realizem atividades para reconhecimento do ambiente a ser utilizado e apresentar-lhes as opções de configurações disponíveis no GeoGebra, bem como a finalidade de cada uma das atividades propostas.

Apresentam-se, a seguir, recortes das atividades investigadas para a compreensão das funções de 1º e 2º graus.

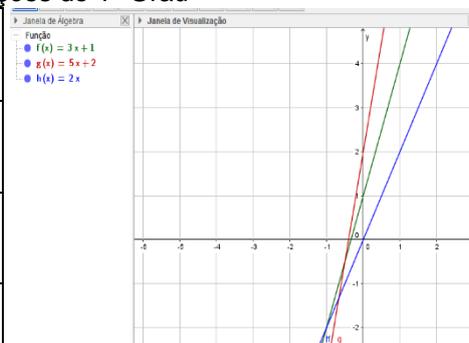
2 Atividade para a compreensão da função do 1º grau

Em um primeiro momento, define-se que toda a função de 1º grau é do tipo $y = ax + b$, onde $a \in \mathbb{R}^*$ e $b \in \mathbb{R}$. A seguir, apresentam-se as tarefas a serem realizadas.

Na tarefa 1, solicita-se que o aluno plote gráficos das funções indicadas, utilizando o *software* GeoGebra e utilize as imagens construídas para preencher um quadro, indicando os coeficientes angular e linear (a e b), a inclinação da reta e as intersecções com os eixos das abscissas e das ordenadas. As funções foram organizadas em dois grupos, de forma que o estudante verifique que a inclinação da reta depende do seu coeficiente angular (Figuras 1 e 2).

Figura 1 – Gráficos e quadro com funções do 1º Grau

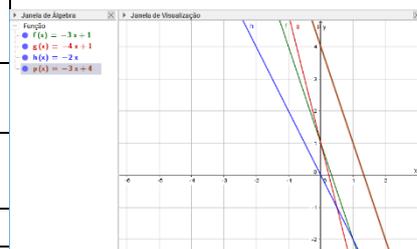
Função	a	b	Função crescente ou decrescente?	Eixo das ordenadas (intersecção)	Eixo das abscissas (intersecção)
$y = 3x + 1$	3	1	Crescente	(0, 1)	$(-\frac{1}{3}, 0)$
$y = 5x + 2$	5	2	Crescente	(0, 2)	$(-\frac{2}{5}, 0)$
$y = 2x$	2	0	Crescente	(0, 0)	(0,0)



Fonte: a pesquisa.

Figura 2 – Gráficos e quadro com funções do 1º Grau

Função	a	b	Função crescente ou decrescente?	Eixo das ordenadas (intersecção)	Eixo das abscissas (intersecção)
$y = -3x + 1$	- 3	1	decrescente	(0, 1)	$(\frac{1}{3}, 0)$
$y = -4x + 1$	- 4	1	decrescente	(0, 1)	$(\frac{1}{4}, 0)$
$y = -2x$	- 2	0	decrescente	(0, 0)	(0,0)
$y = -3x + 4$	- 3	4	decrescente	(0, 4)	$(\frac{4}{3}, 0)$



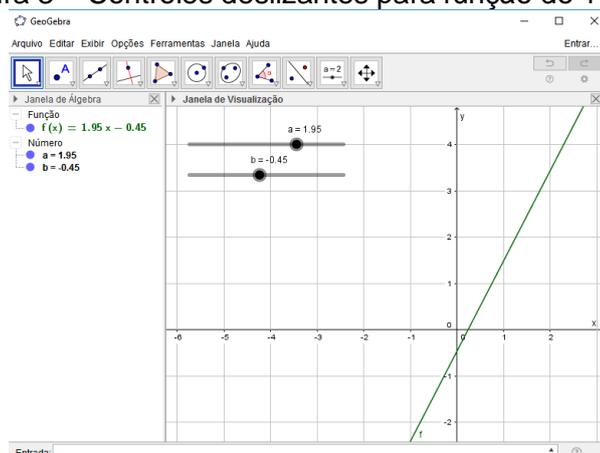
Fonte: a pesquisa.

Após o desenvolvimento da tarefa, o professor deve levantar questionamentos como, por exemplo: *Qual é a relação do valor de b com o valor da intersecção da reta com o eixo y (eixo das ordenadas)?, O que acontece com o gráfico da função do 1º grau, quando $b = 0$?, O que acontece com a representação gráfica da função do 1º grau quando a é nulo?, Qual o termo da função do 1º grau que altera a inclinação da reta?*

As conclusões obtidas através desses questionamentos, devem ser generalizadas para todas as funções do tipo $y = ax + b$, com $a \neq 0$. Deseja-se que os estudantes concluam que a representação gráfica de uma função do 1º grau é sempre uma reta e que a inclinação desta reta depende do coeficiente angular, sendo crescente quando $a > 0$ e decrescente quando $a < 0$. Além disso, o aluno deve verificar que o ponto que intercepta o eixo das abscissas possui ordenada $y = 0$ e que o ponto que intercepta o eixo das ordenadas possui abscissa $x = 0$.

Sugere-se que os estudantes utilizem o recurso “controles deslizantes” do Geogebra, para verificar se as generalizações feitas em conjunto com a turma são válidas. Para criar os controles deslizantes, basta inserir a expressão $ax + b$. Aparecerão, na janela gráfica, dois controles deslizantes: um, para a constante a e outro, para a constante b , conforme Figura 3. Movimentando o controle deslizante de cada constante, os alunos podem verificar se suas respostas estão corretas.

Figura 3 – Controles deslizantes para função do 1º grau



Fonte: a pesquisa.

Ao final desta atividade, o professor deve fazer as generalizações, com os alunos, e propor exercícios que levem o estudante a refletir sobre o comportamento de uma família de funções e/ou de uma determinada função, tais como:

Exemplo 1: Para que uma reta representada pela expressão $y = ax + b$ seja paralela ao eixo das abscissas, qual deve ser o valor de a ?

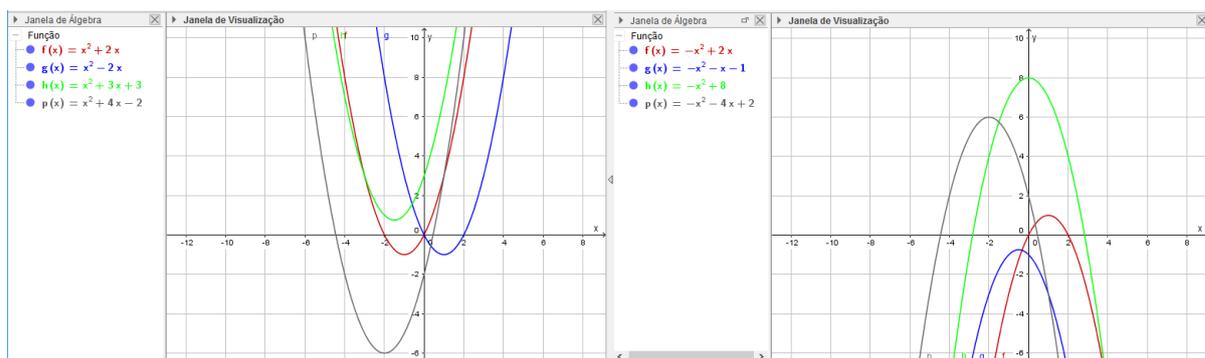
Exemplo 2: Utilizando o *software* Geogebra, plote o gráfico da função $y = 3x + 5$. Plote, no mesmo plano cartesiano, três retas paralelas a esta função.

3. Atividade para a compreensão da função do 2º grau

Para a compreensão do comportamento de uma curva que represente uma função do 2º grau (ou quadrática), foram elaboradas cinco tarefas, apresentadas a seguir.

Na primeira tarefa, sugere-se inserir algumas expressões quadráticas em uma mesma janela gráfica, distinguindo-as por cor, conforme a Figura 4. As funções indicadas foram divididas em dois grupos para facilitar a visualização de suas características comuns.

Figura 4 – Tarefa 2: função quadrática



Fonte: a pesquisa.

Neste momento, devem ser levantados questionamentos como: *Qual a principal diferença entre o gráfico de uma função do 1º grau e de uma função do 2º grau?*, *Qual a diferença entre as expressões algébricas (lei de formação) de uma função do 1º grau e de uma função do 2º grau?*, *Como podemos chamar a representação de uma função de 2º grau?* e *Quantas raízes podemos ter em uma função de 2º grau?* e o professor deve fazer as generalizações com os alunos, definindo que toda a função de 2º grau é descrita por uma equação $y = ax^2 + bx + c$, onde $a \in \mathbb{R}^*$, b e $c \in \mathbb{R}$ e representada por uma parábola que pode ter até duas raízes reais.

Na segunda tarefa, o professor deve solicitar aos alunos que insiram, em uma nova janela gráfica do *software*, a lei de formação $y = x^2 + c$ e movimentem o controle deslizante de c , para esquerda e para direita, observando as alterações na curva. Da mesma forma, na tarefa seguinte, os estudantes devem plotar, em uma mesma janela gráfica, as curvas das funções $f(x) = ax^2 - 2x - 3$ e movimentar o controle deslizante de a , verificando as alterações na curva. Nesta tarefa, o professor deve motivar os estudantes a analisar o que ocorre quando $a = 0$ e o porquê de não ser uma parábola. Sugere-se que o professor questione se o valor de a pode influenciar o número de raízes reais de uma função quadrática e o que define a concavidade da parábola.

Na quarta tarefa, em uma nova janela gráfica, os alunos devem plotar o gráfico das funções de 2º grau do tipo $y = x^2 + bx - 3$, movimentando o controle deslizante para a direita e para a esquerda e verificando as alterações na curva quando b é positivo, negativo e nulo. Na tarefa seguinte, sugere-se que os alunos plotem o gráfico de $y = ax^2 + bx + c$ e, verifiquem as três situações descritas a seguir:

- a) Fixar o controle deslizante do coeficiente a , em 1; zerar o valor do coeficiente b e movimentar o controle deslizante do coeficiente c para a direita e para a esquerda, verificando as alterações na curva.
- b) Fixar o controle deslizante do coeficiente a , em 1; zerar o valor do coeficiente c e movimentar o controle deslizante do coeficiente b para a direita e para a esquerda, verificando as alterações na curva.
- c) Zerar os valores de b e c e movimentar o controle deslizante do coeficiente a para a direita e para a esquerda, verificando as alterações na curva.

Para finalizar o estudo do comportamento da curva que representa uma função quadrática, os estudantes devem plotar a curva da função representada por $f(x) = (x - k)^2$, verificando, novamente através do movimento do controle deslizante, as transformações ocorridas na curva, em relação à função $y = x^2$.

Assim como sugerido ao final da atividade anterior, o professor deve realizar as generalizações com os alunos e propor exercícios para verificar se os alunos compreenderam o conteúdo desenvolvido.

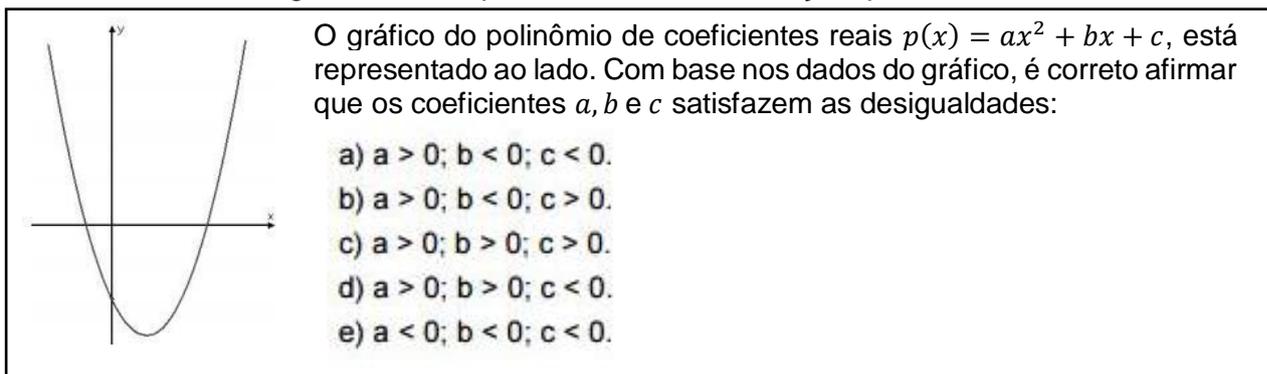
Espera-se que os estudantes verifiquem as seguintes características da função quadrática:

- Quando a função é expressa na forma $f(x) = ax^2 + bx + c$, temos que:
 - o coeficiente a indica a concavidade da parábola. Se a é positivo, a concavidade é voltada para cima e, se a é negativo, a concavidade é voltada para baixo. Pode-se também afirmar que a abertura da parábola diminui à medida que o valor absoluto de a aumenta;
 - quando o coeficiente b é positivo, a curva de $f(x)$ intercepta o eixo das ordenadas no intervalo crescente e, quando negativo, intercepta este eixo no intervalo em que f é decrescente. Quando $b = 0$, o vértice da curva é um ponto pertencente ao eixo das ordenadas;
 - o coeficiente c indica a intersecção com o eixo das ordenadas.
- Quando a função é expressa na forma $f(x) = x^2 + c$, coeficiente c indica a translação vertical a ser realizada na curva, em relação ao gráfico da função $y = x^2$. A translação realizada é de $|c|$ unidades para cima ou para baixo, conforme o valor de c .
- Quando a função é expressa na forma $f(x) = (x - k)^2$, o gráfico da função pode ser obtido pela translação horizontal da curva x^2 . Se a é positivo, a curva

deve ser deslocada $|k|$ unidades para a direita e, se a é negativo, a curva deve ser deslocada $|k|$ unidades para a esquerda.

Os exercícios propostos devem levar os estudantes a refletirem sobre o comportamento de uma determinada função quadrática, como o exemplo apresentado na Figura 5.

Figura 5 – Exemplo de atividade com função quadrática



Fonte: a pesquisa

Considerações finais

Acredita-se que o uso de tecnologias digitais em sala de aula torna o ambiente propício para a aprendizagem, colocando o aluno no centro do processo de ensino e aprendizagem. A proposta neste relato é promover reflexões acerca da utilização de ferramentas digitais que possam enriquecer intervenções pedagógicas nos processos de ensino e aprendizagem, bem como divulgar as atividades organizadas, propondo considerações sobre a mudança nas práticas de sala de aula, em relação ao desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem das funções.

Referências

ALMEIDA, Maria Elizabeth. Maria Elizabeth de Almeida fala sobre tecnologia na sala de aula. **Gestão Escolar**. Edição 233. Jun./Jul., 2010. Disponível em: <<http://gestaoescolar.abril.com.br/aprendizagem/entrevista-pesquisadora-puc-sp-tecnologia-sala-aula-568012.shtml>>. Acesso em 01 mai 2017.

EDIÇÕES SM [org.]. **Ser Protagonista box: matemática: volume único: ensino médio**. São Paulo: Edições SM, 2015.

FUCK, Rafael Schilling. **A prática docente mediada pelas tecnologias informáticas: uma investigação com docentes de Matemática do Ensino Fundamental**. XVI Encontro Regional de Estudantes de Matemática do Sul. Porto Alegre, RS: PUCRS, 2010. Disponível em: <www.pucrs.br/edipucrs/erematsul/comunicacoes/30RAFAELFUCK.pdf>. Acesso em 10 abr 2017.

EVOBOOKS (org.). **Programa inspira digital: metodológico e orientações didáticas**. São Paulo, EVOBOOKS, 2016.