



A ESCALA DE CUISENAIRE NO DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO: CONSTRUINDO O CONCEITO DA POTÊNCIA DA SOMA

Emanuelle da Costa Figueiredo¹

Carolina Gonçalves Guimarães²

Ana Mary Fonseca Barreto de Almeida³

Educação Matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental

Resumo: Este artigo apresenta o relato de experiência de um grupo de licenciandos do Instituto Federal Fluminense no componente curricular Laboratório de Ensino e Aprendizagem Matemática (LEAMAT) na utilização da Escala de Cuisenaire no ensino e aprendizagem de produtos notáveis. A sequência didática desenvolvida foi inicialmente ministrada em um minicurso para os professores da rede municipal de ensino de Campos dos Goytacazes/RJ, e posteriormente foi aplicada para estudantes de uma turma de 7º ano do Ensino Fundamental II de uma escola da rede pública estadual da mesma cidade. O trabalho proposto teve como objetivo introduzir o pensamento algébrico, nesse caso, a potência da soma, de forma gradativa e lúdica, além disso, foram explorados os conceitos de equivalência e a sua respectiva representação geométrica. A experiência contribuiu de forma positiva para os licenciandos, também demonstrou que o uso de materiais manipuláveis contribui para o ensino e aprendizagem de Matemática.

Palavras-chave: Escala de Cuisenaire. Materiais Didáticos Manipuláveis. Pensamento Algébrico. Potência da soma.

INTRODUÇÃO

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), o ensino da Álgebra deve ocorrer desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, possibilitando a permitir que os estudantes sejam capazes de fazer interligações entre os campos da Aritmética e da Geometria. Além disso, o ensino da Álgebra deve possibilitar aos estudantes o desenvolvimento de um pensamento algébrico, de forma que estes possam "reconhecer que representações algébricas permitem expressar generalizações sobre propriedades das operações aritméticas, traduzir situações problema e favorecer as possíveis soluções" (BRASIL, 1998, p.64). Percebe-se que a concepção do desenvolvimento do pensamento algébrico neste documento se dá por meio de generalizações aritméticas.

Os PCN orientam que o estudo da Álgebra deve ocorrer usando como um dos recursos jogos e outros registros de representações matemáticas, fugindo de procedimentos mecânicos e a memorização de fórmulas. Ainda, segundo este

¹ Graduanda do Curso de Licenciatura em Matemática no Instituto Federal Fluminense Campus Campos Centro - Campos dos Goytacazes/RJ, manucosta1984@gmail.com;

² Graduanda do Curso de Licenciatura em Matemática no Instituto Federal Fluminense Campus Campos Centro - Campos dos Goytacazes/RJ, carolgonguimaraes@gmail.com;

³ Mestra em Matemática, Instituto Federal Fluminense Campus Campos Centro - Campos dos Goytacazes/RJ, anamaryfb@gmail.com.

documento é importante atentar para o fato de que as crianças constroem seu conhecimento por meio de representações e experiências variadas de forma informal, assim os estudantes adquirem uma base sólida para a aprendizagem deste conteúdo.

No entanto, o que tem ocorrido é que na maioria das vezes o único recurso utilizado pelo professor é do livro didático (GIL, 2008). Desta forma, o uso de materiais manipuláveis constituem-se como uma forma alternativa ao ensino tradicional de Matemática, sendo melhor aceito pelos estudantes, pois despertam curiosidade e interesse, fugindo da apatia das aulas convencionais. Além disso, ao manipular objetos concretos o estudante é construtor de seu próprio conhecimento, uma vez que o possibilita a tirar suas próprias conclusões por meio da manipulação e observação de resultados, como nos mostram Dienes (1976),

É por meio de suas próprias experiências e não das de outros que as crianças aprendem melhor. Por isso as relações que quisermos que as crianças aprendam, deverão concretizar-se por relações efetivamente observáveis entre atributos fáceis de distinguir, tais como cor, forma, etc (DIENES, 1976, p.4; apud SOUSA, OLIVEIRA, 2010, p.1).

Na busca por alternativas que possam minimizar as dificuldades enfrentadas por estudantes e professores com este conteúdo, apresenta-se o uso da Escala de Cuisenaire como uma ferramenta que pode auxiliar no estudo de potência da soma, permitindo sua (re)significação. Além disso, verificou-se a possibilidade de abordar o conteúdo de produtos notáveis antes dos estudantes terem estudo o mesmo.

REFERENCIAL TEÓRICO

Quando os estudantes são iniciados no estudo da Álgebra deparam-se com uma linguagem extremamente formal, cheia de símbolos e abstrata, esse fato constituísse em impedimento a uma aprendizagem significativa (FIORENTINI; MIORIM; MIGUEL, 1993).

Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) definem que o pensamento algébrico pode manifestar-se em diferentes áreas da matemática e sobre a forma de diversas linguagens que vai da natural, à aritmética, à geométrica ou até mesmo à criação de uma linguagem própria para então chegar à linguagem específica algébrica. Porém, para que isto ocorra, o desenvolvimento do pensamento algébrico deve ser

introduzido a partir das séries iniciais. Os autores afirmam que, "[...] esse tipo de pensamento não prescinde de uma linguagem simbólica-formal para sua manifestação, não há razão para sustentar uma iniciação relativamente tardia ao ensino aprendizagem da Álgebra [...]" (FIORENTINI; MIORIM; MIGUEL, 1993, p. 88).

A esse respeito, o PCN afirma que o desenvolvimento do pensamento algébrico consiste na capacidade do estudante em inter-relacionar as diferentes concepções da Álgebra, são estas: a aritmética generalizada, funcional, equação e estrutural. Todas essas concepções se ordenam de modo natural e gradativo, mostrando que o desenvolvimento do pensamento algébrico deve ser estimulado desde que esses são introduzidos nos primeiros contatos com os números (BRASIL, 1998).

Ainda sobre a variedade de representação e a construção do conhecimento o PCN orienta os professores a terem uma prática docente reflexiva, pois este conteúdo constitui-se em uma importante ferramenta nas resoluções de problemas.

[...] a respeito do ensino da Álgebra, deve-se ter, evidentemente, clareza de seu papel no currículo, além da reflexão de como a criança e o adolescente constroem o conhecimento matemático, principalmente quanto à variedade de representações [...] (BRASIL, 1998, p.116).

Tinoco (2008) alerta o quanto são ignoradas as etapas de construção e entendimento dos símbolos, tanto na sala de aula como nos livros didáticos. O ensino é mecanizado, o estudante precisa dominar as regras e ser capaz de aplicá-las a situações concretas. As expressões são apresentadas de forma em que o aluno apenas deve resolvê-la usando uma técnica predeterminada.

A autora ressalta alguns fatos que constituem em obstáculos ao aprendizado, um deles é a dificuldade dos estudantes na passagem da Aritmética para a Álgebra em relação às operações, pois na Aritmética as operações são estabelecidas por um sistema de numeração já conhecido e obtém-se um resultado, enquanto que na Álgebra os valores das operações são agregados às letras, que às vezes não podem ser simplificadas, causando muita confusão nos estudantes. Outro fato está relacionado à noção de equivalência.

Ainda a autora afirma que a importância do ensino algébrico está relacionada às demais funções da Álgebra, pois esta é uma ferramenta que permite generalizar

a Aritmética, resolver problemas e relacionar variáveis. Por isso, seu ensino deve favorecer situações que levem aos estudantes a construir as noções de variável, envolvidas em equivalências e relações funcionais. E enfatiza ainda, que os estudantes devem realizar uma "leitura" significativa, buscando significado às expressões e às equações algébricas, além de questionar os valores encontrados.

Sobre a linguagem algébrica, Tinoco (2008, p.5) afirma que "é necessário também trabalho de escrita e de interpretação de textos em matemática, valorizando a passagem da linguagem corrente para a simbólica, e vice-versa". E que, "[...] o uso da linguagem simbólica nas suas diversas funções, com compreensão, é um objetivo do ensino de Álgebra, a comunicação de ideias por meio de símbolos merece atenção especial" (TINOCO, 2008, p.31).

Gil (2008) corrobora com os pensamentos dos referidos autores quando relata que "devemos explorar as diferenças existentes entre esses dois campos matemáticos no que se refere aos procedimentos, assim como os diferentes significados de uma letra". Assim, verifica-se que a passagem da Aritmética para a Álgebra necessita de atenção especial por parte dos professores, já que reside aí o desenvolvimento do pensamento algébrico, citado pelos referidos autores.

Na busca de significados para as expressões algébricas verifica-se a pertinência do uso de Materiais Didáticos Manipuláveis (MD), pois segundo Lorenzato (2010a) para se chegar ao abstrato é preciso partir do concreto. O autor afirma que para se conseguir o rigor matemático "[...] com seus vocábulos, expressões, símbolos e raciocínio, é preciso começar pelo conhecimento dos alunos, que é um ponto distante e oposto ao rigor matemático, porque é empírico e baseado no concreto [...]" (LORENZATO, 2010a, p.23).

Por MD adotou-se a definição dada pelo referido autor, "é qualquer instrumento útil ao processo de ensino-aprendizagem" (LORENZATO, 2010a, p.18).

Os MD podem ser estáticos, quando não permitem modificações em sua forma, permitindo só a observação por parte dos estudantes, outros permitem maior participação e há ainda os que são dinâmicos que permitem transformações (LORENZATO, 2010a).

Sobre o uso dos MD pelos estudantes, Lorenzato (2010a) sugere que nos primeiros contatos o professor deve deixar que seus estudantes explorem o material, para que por meio da observação de suas partes e características o estudante

construa seu conhecimento. A seguir, o professor deve estimulá-los por meio de questionamentos para que estes verbalizem suas conclusões.

É óbvio que os MDs sozinhos não promovem a aprendizagem, por isso, aqueles professores que querem fazer uso do mesmo devem estar atentos quanto à intencionalidade do que se pretende alcançar, ou seja, seu uso deve envolver uma atividade mental por parte dos estudantes.

A esse respeito, Lorenzato (2010a) faz algumas observações: "[...] o MD necessita ser corretamente empregado, isto é, é preciso conhecer o porquê, o como e o quando colocá-lo em cena. Caso contrário, o MD pode ser ineficaz ou até prejudicial" (LORENZATO, 2010a, p. 34). Além disso, o professor deve estar atento se o assunto a ser trabalhado é novidade para o estudante, para que não ocorra uma saturamento nos alunos, ocasionando o desinteresse.

Outra questão que não se deve perder de vista quanto a utilização dos MD, é que estes pressupõem um objetivo a ser alcançado, ou seja, um conhecimento matemático, pois nenhum material é válido por si só. Segundo Passos (2010), é preciso observar se o material escolhido para uma determinada atividade tem relação com o conteúdo, isto é, algumas relações parecem óbvias para o professor, mas não são para os estudantes. A autora ressalta que,

Qualquer material pode servir para apresentar situações nas quais os alunos enfrentam relações entre os objetos que poderão fazê-los refletir, conjecturar, formular soluções, fazer novas perguntas, descobrir estruturas. Entretanto, os conceitos matemáticos que eles devem construir, com a ajuda do professor, não estão em nenhum dos materiais de forma que possam ser abstraídos deles empiricamente (PASSOS, 2010, p. 81).

Em relação ao uso dos MD pelos estudantes, Lorenzato (2010a) relata que estes podem ser mais positivo no ensino e aprendizagem de Matemática, contribuindo para sua autoestima.

Para o aluno, mais importante que conhecer essas verdades matemáticas, é obter a alegria da descoberta, a percepção de sua competência, a melhoria da sua autoimagem, a certeza de que vale a pena procurar soluções e fazer constatações, a satisfação do sucesso, e compreender que a matemática, longe de ser um bicho-papão, é um campo de saber onde ele, aluno, pode navegar (Lorenzato, 2010a, p. 25).

Sendo assim, buscou-se propiciar aos estudantes uma sequência didática que promovesse um ambiente de descoberta, na qual possibilitasse a formulação de conclusões por meio do uso da Escala de Cuisenaire. De forma que, o conteúdo de produtos notáveis fosse apresentado ao estudante, este seria capaz de fazer associações com a potência da soma desenvolvida, bem como sua respectiva representação.

METODOLOGIA DE ELABORAÇÃO DAS ATIVIDADES

Para o desenvolvimento da sequência didática foram consultados os referidos autores citados que corroboram com o uso de MD no ensino e aprendizagem Matemática e que pontuam os problemas relativos ao ensino e aprendizagem da Álgebra.

A sequência didática foi elaborada como uma atividade na disciplina LEAMAT para o projeto Fábrica de Matemática, sendo ministrado como minicurso aos professores da rede municipal de ensino de Campos dos Goytacazes/RJ. A mesma sequência foi aplicada aos estudantes da Licenciatura em Matemática, para a turma do LEAMAT, no intuito que estes avaliassem e contribuíssem com possíveis melhoras e por fim a sequência foi aplicada em uma turma regular de uma escola da rede pública estadual.

A aplicação contou com a presença de 18 estudantes do 7.º ano, que foram divididos em trios para a realização das atividades, isso devido ao fato de ter poucos *kits* da Escala de Cuisenaire.

Para orientação das atividades, foi elaborada uma apostila dividida em três blocos, o primeiro bloco era composto por atividades de reconhecimento para que os estudantes pudessem ter o primeiro contato com o MD, ou seja, a escala de Cuisenaire. As atividades foram elaboradas com o intuito de propiciar ao estudante a manipulação dos MD de forma livre e, em seguida, pudessem comparar os tamanhos das barras e das cores, uma vez que estes conhecimentos vistos como banais são os que possibilitam as descobertas de novos conhecimentos, com ou sem auxílio do professor (LORENZATO, 2010a).

No segundo bloco, as atividades eram compostas das operações matemáticas de adição, subtração e multiplicação a serem realizados pelos estudantes com o uso do MD. As atividades desenvolvidas nesse bloco tinham por objetivo propiciar a experimentação, principalmente com o processo de multiplicação,

visto que essa habilidade seria necessária para o desenvolvimento das atividades do terceiro bloco.

Neste segundo bloco, buscou-se explorar as noções de equivalência representada pelo sinal de igualdade, dando ênfase ao fato do símbolo de igualdade ser bidirecional, pois segundo Tinoco (2008) é muito importante que os alunos entendam a relação entre o sistema numérico e o sinal de igual, que é a principal maneira de representar tais relações.

No terceiro bloco foram apresentadas atividades de potência e potência da soma, que era o objetivo principal do trabalho. Ainda, foi proposto no final da apostila um desafio aos estudantes, uma atividade sobre a potência da diferença e sua representação com a Escala de Cuisenaire. Este desafio também foi proposto aos professores e aos licenciandos, não havendo ninguém que tivesse conseguido representá-lo.

No início das atividades, um dos licenciandos observou que um dos estudantes demonstrava desinteresse em relação à atividade proposta, porém convidado a participar, destacou-se em relação aos outros. No primeiro item da apostila, no qual foi solicitado que utilizassem a barra de menor tamanho como unidade de medida para descobrir o tamanho das outras, esse estudante já conseguia descobrir o valor das barras a partir de outras de valores já conhecidos.

A esse respeito, verificou-se o que afirmou Lorenzato (2010a) sobre o uso dos MD e sua capacidade de promover a atividade mental, pois este estudante fez associação entre as cores das peças e sua representação numérica.

Ao trabalhar o conceito de potência com o MD, observou-se que muitos estudantes apresentaram dificuldades. Essa situação pôde ser percebida com o posicionamento de uma estudante no momento da aplicação da sequência didática, quando a mesma justificou o caso de 2^2 ser igual a 4 dizendo que $2+2$ é igual a 4. Fato, que foi questionado por uma das licenciandas que demonstrou a partir de um contra exemplo, no caso 3^2 , que um número ao quadrado não é igual à soma de parcelas iguais à base, mas sim a multiplicação de fatores iguais à base. Além disso, um dos requisitos para a aplicação da atividade era o conhecimento da área do quadrado e do retângulo, no entanto, os estudantes não tinham conhecimento de como calcular áreas de quadrados, o que dificultou o andamento das atividades. Outra dificuldade foi percebida na representação da potência $(3+2)^2$, que deveria ser

realizada respeitando os critérios estabelecidos na questão, sendo resolvido com o do auxílio dos licenciandos.

Foram disponibilizados pela escola dois horários, ou seja, 100 minutos para a realização da atividade e, apesar da redução da quantidade de itens da apostila após teste exploratório, esse tempo não foi suficiente. Lorenzato (2010a) afirma que o MD são os reguladores do ritmo da aula, uma vez que só é possível avançar quando o estudante compreende. No entanto, isto não representa um problema, já que isso é recompensado pela qualidade do ensino.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O trabalho foi de grande importância para os licenciandos envolvidos, no sentido de permitir a experimentação das atividades de docência, desde a revisão bibliográfica, a escolha do tema e dos objetivos propostos, a organização da sequência didática e experimentação da mesma. Além disso, também foi propiciado o contato com a realidade vivenciada por professores e estudantes, possibilitando a troca de experiências entre os profissionais da Educação e licenciandos.

Outro fato importante de ser mencionado é que o contato com a Escala de Cuisenaire possibilitou aos licenciandos uma aprendizagem quanto às suas potencialidades no estudo deste e de outros conteúdos matemáticos. Observou-se que os estudantes foram receptivos, participando ativamente de todo o processo.

Mesmo o tempo não tendo sido suficiente para realização de todas as atividades, ressaltam-se que outros objetivos foram alcançados, os alunos puderam perceber o padrão entre os números, estabelecendo uma relação em que a partir da primeira peça utilizada como unidade de medida, a peça posterior seria duas vezes o valor da primeira, e assim sucessivamente. Outro conceito laborado foi o sentido de equivalência atribuído ao sinal de igual, quando foi solicitado aos estudantes que pegassem a peça de igual valor.

Sobre equivalência, os PCN (1998) versam no bloco conceitos e procedimentos a "Obtenção de expressões equivalentes a uma expressão algébrica por meio de fatorações e simplificações", desta forma as atividades que foram propostas estão em conformidade com este.

Outro objetivo que sempre esteve presente ao se pensar a sequência didática era que os estudantes produzissem significado ao seu conhecimento, alcançado pelo MD.

A esse respeito Lorenzato (2010b, p.17), afirma que "Palavras não alcançam o mesmo efeito que conseguem os objetos ou imagens, estáticos ou em movimento. Palavras auxiliam, mas não são suficientes para ensinar".

Dessa forma sugerimos que, em atividades futuras, o tempo destinado para a aplicação dessa seja maior e que seja incluído o conteúdo de potência e de área de figuras planas como requisito.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. (3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental). Brasília: MEC, 1998.

FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A.; MIGUEL, A. Contribuições para um Repensar... a Educação Algébrica Elementar. *Pro-Posições*, Campinas, v.4, n.1, p. 78-91, março 1993. Disponível em: <https://www.fe.unicamp.br/pf-fe/10-artigos-fiorentinid_etal.pdf>. Acesso em: 09 jun 2017.

GIL, K. H., *Reflexões sobre as dificuldades dos alunos na aprendizagem de Álgebra*. 2008. Dissertação (Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática) - Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008. Disponível em: <<http://repositorio.pucrs.br/dspace/bitstream/10923/2962/1/000401324-Texto%2BCompleto-0.pdf>>. Acesso em: 09 jun 2017.

LORENZATO, S. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. In: Lorenzato, S. (org.). *O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores*. 3. ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2010a, p. 3-37.

LORENZATO, S. Para aprender matemática. Campinas, SP: Autores Associados, 3. ed., 2010b.

PASSOS, C. L. B. Materiais manipuláveis como recurso didáticos na formação de professores de matemática. In: Lorenzato, S. (org.). *O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores*. 3. ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2010, p. 77-92.

SOUSA, G. C. de, OLIVEIRA, J. D. S. de. O uso de materiais manipuláveis e jogos no ensino de Matemática. In: Encontro Nacional de Educação Matemática. Educação Matemática, Cultura e Diversidade, 10., 2010, Salvador/ BA. *Anais...* Salvador, 2010. Disponível em: <http://www.lematec.net/CDS/ENEM10/artigos/CC/T11_CC468.pdf>. Acesso em: 09 jun 2017.

TINOCO, L. A. A. (coord.). *Álgebra: pensar, calcular, comunicar*. Rio de Janeiro: UFRJ/IM, 2008.