



PRÁTICA DE TRIGONOMETRIA A PARTIR DA CONSTRUÇÃO E USO DO TEODOLITO

Mariéle Minosso¹

Polyana Perosa²

Karine Pertile³

Educação Matemática no Ensino Médio

Resumo: Na premissa da importância da utilização de materiais manipuláveis no ensino da Matemática, sugerem-se dinâmicas educacionais para o ensino de trigonometria no Ensino Médio. A utilização desses recursos permite despertar no aluno o pensamento lógico-matemático e, por isso, o minicurso de Prática de Trigonometria a partir da construção e uso do Teodolito surge para explicar uma forma de ensino palpável, próxima ao aluno e que o permite aplicar os conhecimentos obtidos em aulas de trigonometria em seu cotidiano e em suas necessidades. Busca-se retomar conceitos de trigonometria no triângulo retângulo e no triângulo qualquer, para que os conhecimentos em Trigonometria sejam aplicados de forma prática. A atividade proposta dá-se através da construção de um teodolito, com capacidade para medir ângulos verticais e horizontais, utilizando materiais acessíveis e de baixo custo. Com a construção do teodolito, é possível determinar dimensões impossíveis de serem calculadas apenas com utilização de réguas e afins.

Palavras-Chave: Trigonometria. Triângulos. Teodolito. Materiais manipuláveis.

O Ensino da Trigonometria na Educação Básica

O termo trigonometria é de origem grega, em que *tri* significa três, *gonía*, ângulo, e *métron* é medida (Dicionário Etimológico, 2017), e é o ramo da matemática que possibilita o cálculo das medidas dos lados de um triângulo e de seus ângulos e o estudo da relação existente entre eles.

As principais razões trigonométricas são Seno, Cosseno e Tangente. Atribui-se a descoberta dessas relações à Hiparco de Nicéia (190 a.C. – 125 a.C), considerado o “pai da trigonometria”, que, evidentemente, utilizava-se desse conhecimento para estudos de Astronomia. A função do seno, surgiu na segunda metade do século II a. C., enquanto as funções de cosseno e tangente, surgiram

¹ Graduanda em Licenciatura em Matemática. Instituto Federal do Rio Grande do Sul *Campus* Bento Gonçalves. marieminosso@gmail.com

² Graduanda em Licenciatura em Matemática. Instituto Federal do Rio Grande do Sul *Campus* Bento Gonçalves. polyperosa@hotmail.com

³ Licenciada em Matemática. Mestre em Educação de Ciências e Matemática. Doutoranda em Ensino de Ciências e Matemática. Instituto Federal do Rio Grande do Sul *Campus* Bento Gonçalves. karine.pertile@gmail.com

somente por volta do século XVII (Boyer, 1996). A trigonometria foi muito utilizada, também, na navegação e agrimensura, e ainda tem papel de destaque em medições e cálculos de áreas na topografia.

No ensino médio, além das razões trigonométricas no triângulo retângulo, o ensino da trigonometria busca aprimorar os conceitos e a utilização dos conhecimentos específicos em triângulos quaisquer, circunferência trigonométrica, gráficos das funções trigonométricas. A resolução de problemas também recebe atenção. Seus conceitos são ainda abordados durante o estudo de geometria analítica e números complexos, além de ser necessária à disciplina de física no estudo de fenômenos periódicos, como a vibração do som e o fluxo de corrente alternada. Conforme Pedroso (2012), o estudo da trigonometria não deve ser deixado de lado e não se limita ao estudo de triângulos, se estendendo a outros campos da matemática, mecânica, engenharia, música, entre outros.

Contudo, a escola tem sido dissociada da ideia de espaço para estudo da realidade, do cotidiano, de compartilhamento de conhecimentos para a vivência do aluno em sociedade e, dessa forma, a trigonometria no contexto escolar não tem sido representada na experiência palpável, na necessidade humana de descobrir distâncias inacessíveis. Fiorentini (1995) destaca que o ensino de matemática há muito tempo vem sendo caracterizado por ser um ensino “livresco” e centrado no professor enquanto transmissor e expositor do conteúdo por meio de aulas expositivas, em que a aprendizagem do aluno ocorre passivamente e consiste na memorização e na reprodução (imitação/repetição) precisa dos raciocínios e procedimentos ditados pelo professor ou pelos livros.

Por vezes, a Trigonometria ensinada na escola parece não ter aplicação nas necessidades cotidianas. Segundo Pedroso (2012), os alunos não compreendem os significados ou mesmo a linguagem simbólica dos conteúdos discutidos em trigonometria, além de não sentirem-se preparados para a resolução de situações-problema.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM) destacam a importância de ensinar trigonometria e de utilizar recursos pedagógicos que auxiliem o aprendizado matemático e de outras disciplinas

Apesar de sua importância, tradicionalmente a trigonometria é apresentada desconectada das aplicações, investindo-se muito tempo no cálculo algébrico das identidades e equações em detrimento dos aspectos importantes das funções trigonométricas e da análise de seus gráficos. O que deve ser assegurado são as aplicações da trigonometria na resolução

de problemas que envolvem medições, em especial o cálculo de distâncias inacessíveis e para construir modelos que correspondem a fenômenos periódicos. Dessa forma o estudo deve se ater às funções seno, cosseno e tangente com ênfase ao seu estudo na primeira volta do círculo trigonométrico e à perspectiva histórica das aplicações das relações trigonométricas. Outro aspecto importante do estudo deste tema é o fato desse conhecimento ter sido responsável pelo avanço tecnológico em diferentes épocas, como é o caso do período das navegações ou, atualmente, na agrimensura, o que permite aos alunos perceberem o conhecimento matemático como forma de resolver problemas que os homens propuseram e continuam propondo. (BRASIL, 2000, p. 121).

Assim, justifica-se o Minicurso proposto para estudantes do curso de Licenciatura em Matemática e professores de Matemática.

O Uso de Recursos para o Ensino da Trigonometria

Para auxiliar no processo de ensino, Mota, Jucá e Pinheiro (2013) sugerem que os professores planejem suas aulas fazendo uso de materiais concretos, problemas e desafios, pois repetições de procedimentos levam ao domínio dos mesmos pela memorização e não à aprendizagem de conteúdos.

Na visão socioconstrutivista de Vygotsky (1987), o aluno constrói seu conhecimento através da interação com o objeto. O centro do processo de ensino-aprendizagem é essa interação, que pode ocorrer através de atividades com material concreto.

Neste sentido, o papel do professor é caracterizado como o de mediador entre os significados pessoais dos seus alunos e os culturalmente estabelecidos, promovendo o aprendizado e o desenvolvimento dos mesmos. Faz-se necessário, portanto, que o professor esteja preparado para mediar e instigar os alunos, de tal forma a fortalecer a busca pelo conhecimento. Para Huanca

É preciso que os professores estejam realmente comprometidos com o desenvolvimento contínuo do ensino. Sabemos que as ações dos professores podem encorajar ou desencorajar os estudantes quanto a pensar, questionar, discutir suas ideias, resolver problemas e buscar suas soluções. (HUANCA, 2006, p.243).

A utilização de material concreto deve constituir um método capaz de intermediar a aprendizagem e que possibilite aos alunos a aplicabilidade do conteúdo, desenvolvendo o raciocínio lógico dos mesmos, tornando-se um recurso capaz de amenizar a falta de entendimento em relação à Matemática.

O material manipulável, segundo Santos e Cury

[...] pode ser um grande aliado nas aulas de Matemática, não substituindo o professor, mas complementando suas aulas. Para que seu uso possa, efetivamente, trazer benefícios ao processo de ensino e aprendizagem, é necessário que sejam feitas experiências com determinados materiais, construídos especificamente para determinado conteúdo, de forma que o relato dos resultados seja disponibilizado para os professores que com ele se propõem a trabalhar. (SANTOS; CURY, 2011, p. 3).

Tais dinâmicas implicam uma ação reflexiva que impele o professor a diversificar suas aulas, e, para as abordagens em que julgar necessários, os materiais manipuláveis podem servir de apoio à sua instrumentalização. Esta forma de ensino, como é importante ressaltar, serve de auxílio ao planejamento do professor, contudo, não pode de todo substituir outros recursos que visam o diálogo, o registro, a resolução de problemas e a formalização destes conceitos em sala de aula.

Desta forma, os professores precisam conhecer e entender os alunos com quem trabalham, para que as técnicas com materiais manipuláveis sejam suficientemente satisfatórias na função de ensinar o que é proposto. Uma forma de análise de dados é avaliar o desenvolvimento dos estudantes durante e após o procedimento escolhido, sabendo diferenciar quando o resultado é positivo ou insuficiente. Huanca corrobora com essa ideia ao afirmar que

Quanto ao caráter instrumental da Matemática no Ensino Médio, o aluno deve vê-la como um conjunto de técnicas e estratégias para serem aplicadas em outras áreas do conhecimento. Todavia, a Matemática, no Ensino Médio, não possui apenas o caráter de formação ou instrumental mas, também deve ser vista como ciência, com suas características estruturais específicas. É de extrema importância que o aluno entenda que as definições, demonstrações e encadeamentos conceituais e lógicos têm a função de construir novos conceitos e estruturas a partir de outros, utilizados para validar intuições e dar sentido às técnicas aplicadas. (HUANCA, 2006, p. 67)

Partindo do pressuposto de que o professor é livre para escolher os recursos a serem utilizados em sua disciplina, deve considerar de extrema importância o teste e avaliação prévios, para que, a partir da sua escolha, possa instigar nos alunos o pensar lógico-matemático, fazendo com que eles interajam com o conteúdo e, de forma geral, com a aula.

Na premissa de que o professor deve avaliar previamente a técnica escolhida para ser trabalhada com os alunos, precisa, principalmente, saber avaliar se eles possuem os conhecimentos necessários para usufruir de tal dinâmica. Desta forma, existem duas possibilidades: ou o professor retoma os conteúdos antes de iniciar o

processo ou permite aos alunos o descobrimento autônomo do material manipulável. Um exemplo disso é quando se aplica o uso do teodolito no estudo da trigonometria no triângulo retângulo: o docente pode explicar aos alunos como utilizar o material construído, ou deixar que eles aprendam por si só, guiados, talvez, por sua curiosidade, e que assim descubram a matemática – para isso se faz necessário garantir todas condições para que o aluno possa utilizar a lógica corretamente. Huanca (2006), em seu estudo baseado na construção de um teodolito, observou que

Na construção do teodolito, os alunos tiveram várias dúvidas, principalmente com relação ao uso do instrumento. Tanto o pesquisador quanto a professora deveriam ter verificado a precisão de todos os instrumentos construídos, já que não queriam explicar antecipadamente seu funcionamento, objetivando aguçar a curiosidade dos alunos. Devido a isso, dois grupos construíram o teodolito de maneira imprecisa, ou seja, quando o teodolito era posicionado na vertical, a haste não ficava alinhada com o ângulo zero. No entanto, eles acreditavam ter feito de maneira correta, pois achavam que o teodolito seria usado na horizontal. Assim, quando foram medir distâncias inacessíveis no pátio da Escola e numa rua próxima à mesma, não puderam medir corretamente os ângulos. (HUANCA, 2006, p.242)

Tais desafios nas utilizações de materiais e recursos podem servir para aprimorar a prática e promover discussões propícias em sala de aula, mediante solução dos reais problemas enfrentados, estimulando os alunos na busca pela superação dos mesmos. Para tal, é necessário que o professor esteja preparado para a aula em que o teodolito será montado. Nesta perspectiva, o minicurso proposto pretende auxiliar professores e futuros professores.

O Minicurso Proposto

O minicurso “Prática de Trigonometria a partir da construção e uso do Teodolito” retomará os conceitos de seno, cosseno e tangente como razão entre dois lados de um triângulo retângulo. Também serão discutidas as leis dos senos e dos cossenos nos triângulos quaisquer.

Para dinâmicas com os conteúdos citados, utilizar-se-á um único teodolito que pode fornecer ângulos verticais e horizontais, confeccionados pelos participantes do minicurso com materiais manipuláveis de baixo custo: papel, canudo, colchetes bailarina, cola, tesoura, CD reciclado e palito de dente. A seguir, a Imagem 1 apresenta o teodolito a ser construído pelos participantes do minicurso. Como

diferencial dos demais teodolitos já conhecidos por parte de alunos e professores, o teodolito apresentado pode medir ângulos horizontais, ou seja, entre um ponto e outro, medido horizontalmente.



Figura 1: O Teodolito

Fonte: A pesquisa

Para medições de alturas inacessíveis, o teodolito será utilizado para a obtenção do ângulo de visualização (ângulos verticais) de um certo observador, ao enxergar ponto mais alto da estrutura/objeto em questão.

Entretanto, para a medição de distâncias inacessíveis, pode-se utilizar o teodolito para medir o ângulo entre dois pontos que limitam essa distância (ângulo horizontal). Ao imaginar um triângulo com vértices no observador e nos dois pontos em questão, e sabendo-se a distância entre o observador e esses pontos, pode-se aplicar a lei dos cossenos.

O minicurso descrito tem por objetivo contribuir com a formação do professor de matemática, seja inicial ou continuada, apresentado a metodologia do uso do teodolito para estudo da Trigonometria, difundindo, assim, o processo de ensino/aprendizagem de forma dinâmica, com uso materiais manipuláveis e, especialmente, contextualizada. Ademais, a aplicação deste conhecimento pode servir de estímulo para interações entre professor e aluno, aluno e conteúdo e conteúdo e aplicação.

Referências

BOYER, Carl B. **História da Matemática**. São Paulo: Edgar Bluncher, 1996.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio**. Brasília: Ministério da Educação e Cultura, 2000.

DICIONÁRIO ETIMOLÓGICO. **Trigonometria**. Disponível em:

<<https://www.dicionarioetimologico.com.br/trigonometria/https://www.dicionarioetimologico.com.br/trigonometria/>>. Acesso em: 13 maio 2017.

FIORENTINI, Dario. Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no Brasil. In: **Revista Zetetiké**, Campinas, ano 3, n. 4, 1995.

HUANCA, R. R. H. **A resolução de problemas no processo ensino-aprendizagem: avaliação de Matemática na e além da sala de aula**. 2006, 253 fl. Dissertação. (Mestrado em Educação Matemática). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista.

MOTA, T. B.; JUCÁ, R. S.; PINHEIRO, C.A.M. Uma análise de erros nas relações trigonométricas no triângulo retângulo. In: XI ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. PUCPR. **Anais...** Curitiba, 18 a 31 jul. 2013.

PEDROSO, L.W. **Uma proposta de ensino da trigonometria com uso do software Geogebra**. 2012. 171 f. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Ensino de Matemática) – Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Rio Grande do Sul: Porto Alegre, 2012.

SANTOS, D. C.; CURY, H. N. O uso de materiais manipuláveis como ferramenta na resolução de problemas trigonométricos. In: **VIDYA**, v. 31, n. 1, p. 49-61, jan./jun., 2011 - Santa Maria, 2011

VYGOTSKY, L. S. **Pensamento e Linguagem**. São Paulo: Martins Fontes, 1987.