



# VII CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DA MATEMÁTICA

ULBRA – Canoas – Rio Grande do Sul – Brasil.

04, 05, 06 e 07 de outubro de 2017

Comunicação Científica

## CONHECIMENTO MATEMÁTICO ESPECIALIZADO DO PROFESSOR QUE ENSINA GEOMETRIA NA EDUCAÇÃO INFANTIL E NOS ANOS INICIAIS: UM CASO DE ESTIMAÇÃO DE(E) MEDIDA DE COMPRIMENTO

Alessandra Rodrigues de Almeida<sup>1</sup>

Milena Soldá Policastro<sup>2</sup>

Silvania Couto<sup>3</sup>

Miguel Ribeiro<sup>4</sup>

### Formação de Professores que Ensinam Matemática

#### Resumo:

Este trabalho resultou de uma investigação realizada no âmbito de um curso de extensão da Unicamp para professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental e da Educação Infantil. Buscamos evidências que contribuíram para enriquecer a resposta à nossa questão motivadora: “*Que conhecimento matemático especializado revelam professores da Educação Infantil e dos Anos Iniciais sobre o tema de Medida ao resolverem e discutirem uma tarefa desenhada para promover o desenvolvimento desse conhecimento?*”. Desse modo, delineamos um projeto que tem dentre seus objetivos obter um mais amplo entendimento sobre o conteúdo do conhecimento do professor que ensina Geometria na Educação Infantil e nos Anos Iniciais e contribuir efetivamente para a melhoria da formação, da prática, das aprendizagens e dos resultados dos alunos. Neste trabalho, assumimos que o conhecimento do professor de matemática é especializado, estando essa especialização não restrita ao domínio do conhecimento didático, encontrando muito da sua essência no conhecimento matemático e no entendimento dos porquês e conexões envolvendo os temas matemáticos. Assim, assumimos a conceitualização do Mathematics Teachers’ Specialized Knowledge (MTSK). Os dados foram coletados a partir das respostas (registradas em papel e em gravações audiovisuais) a uma tarefa num dos encontros do curso. Os resultados preliminares revelam a necessidade de maior investimento nos processos de formação com foco no desenvolvimento dos subdomínios KoT, KSM, KPM, quanto ao entendimento dos professores da necessidade de utilização de instrumentos de medida de forma não convencional, ao que corresponde estimar e medir.

**Palavras Chaves:** Conhecimento Especializado. MTSK. Geometria. Medidas. Anos Iniciais.

#### Introdução

Ao analisar as pesquisas recentemente reportadas no âmbito da Educação Matemática, com foco em Geometria, constatamos que estas se preocupam essencialmente com aspectos como o tipo de organização do trabalho em sala de aula – trabalho de grupo, discussões nas salas de aula da Educação Básica

<sup>1</sup> Doutora em Ensino de Ciências e Matemática. PUC Campinas. [Alessandraalmeida628@gmail.com](mailto:Alessandraalmeida628@gmail.com)

<sup>2</sup> Doutoranda em Educação. Unicamp. [mitapolicastro@gmail.com](mailto:mitapolicastro@gmail.com)

<sup>3</sup> Mestranda em Educação. Unicamp. [silvaniacoutoc@gmail.com](mailto:silvaniacoutoc@gmail.com)

<sup>4</sup> Professor do programa de Pós-Graduação em Educação (PPGE) e do Programa de Pós-Graduação Multiunidades em Ensino de Ciências e Matemática (PECIM). Unicamp. [cmribas78@gmail.com](mailto:cmribas78@gmail.com)

(FIGUEIREDO; BELLEMAIN; TELLES, 2014), nos recursos utilizados na prática pedagógica, tais como materiais manipulativos, tecnologias, jogos (RODRIGUES; BELLEMAIN, 2017) – ou nas abordagens metodológicas adotadas – resolução de problemas, investigação, argumentação (SANNI, 2007; FRIPP, 2012). Estas debruçam-se, assim, essencialmente nos alunos e nas suas ações, interações e respostas em determinado contexto ou associadas a uma tarefa específica. Porém, ao pensarmos em formas de contribuir para a melhoria das aprendizagens matemáticas dos alunos (que consideramos como o objetivo último da pesquisa em Educação Matemática), tais estudos deixam à margem o professor e o seu conhecimento no processo de ensino e aprendizagem, sendo que esse conhecimento é o fator de maior impacto nos resultados dos alunos (NYE; KONSTANTOPOULOS; HEDGES, 2004).

O conhecimento do professor que ensina matemática (PEM) assume-se, no contexto do trabalho que desenvolvemos, como sendo especializado, tanto no que concerne às especificidades do domínio do conhecimento matemático, quanto do conhecimento didático-pedagógico e, nesse sentido, assumimos a conceitualização do *Mathematics Teachers' Specialized Knowledge* – MTSK<sup>5</sup> (CARRILLO et al., 2013).

Assim, buscando um entendimento mais amplo sobre do conhecimento do professor e os aspectos que o tornam especializado, é essencial identificar as áreas mais críticas em termos das aprendizagens dos alunos, mas assumindo essa identificação como um ponto de partida e não de chegada. Um desses temas matematicamente críticos nos Anos Iniciais refere-se à Medida, sendo que essa criticidade se sustenta, por um lado, na parca formação que os professores detêm nesse contexto (Geometria e Medida) e, por outro, pela ideia de Medida ser uma área, ainda, associada quase exclusivamente à manipulação de signos, sem atribuição de sentido e significado. Procurando mudanças nas práticas, torna-se necessário entender efetivamente os diferentes aspectos que sustentam a noção de medir – considerando suas múltiplas dimensões (CLEMENTS;STEPHAN, 2004).

---

<sup>5</sup> Optamos por manter a nomenclatura em Inglês pois esta é uma conceitualização do conhecimento professor reconhecida internacionalmente e a tradução desvirtuaria não apenas o sentido mas, essencialmente, o conteúdo de cada um dos subdomínios que compõem o modelo que a representa (Veja-se figura 1)

Ainda que nos documentos oficiais nacionais atuais (BRASIL, 1998; BRASIL, 1997) destaque-se o trabalho com o tema Medidas desde a Educação Infantil devido à sua presença em diferentes situações cotidianas, é necessário que se invista mais efetivamente no ensino desse tópico. Tal necessidade evidencia-se em resultados de pesquisas internacionais, cujo foco está nas aprendizagens matemáticas dos alunos (GOMES; RIBEIRO; PINTO; MARTINS, 2013; SZILÁGYI; CLEMENTS; SARAMA, 2013). Tais estudos revelam a necessidade de se investigar o conhecimento especializado do professor envolvido na exploração desse tema com vistas a melhorar a aprendizagem (com entendimento) dos alunos.

Considerando a centralidade do papel do professor e do seu conhecimento na e para a melhoria das aprendizagens (conhecimento, capacidades, competências) matemáticas e resultados dos alunos, assumimos ser essencial obter mais amplo entendimento sobre o conhecimento do professor no âmbito de Medida. Buscando elementos que nos permitam enriquecer esse entendimento e perspectivando uma contribuição para o seu incrementar, debruçamo-nos, aqui, sobre a seguinte questão:

*Que conhecimento matemático especializado revelam professores da Educação Infantil e dos Anos Iniciais sobre o tema de Medida ao resolverem e discutirem uma tarefa desenhada para promover o desenvolvimento desse conhecimento?*

### **Aporte teórico**

Medir pode ser definido como “comparar duas grandezas da mesma espécie – dois comprimentos, dois pesos, dois volumes, etc.” (CARAÇA, 1963, p. 29). Para Clements e Stephan (2004), medir é atribuir um número a quantidades contínuas, considerando que o processo cognitivo das crianças, no tocante à medida, se dá primeiro pela associação da palavra à quantidade que a representa para, então, ao compararem dois objetos e notarem suas semelhanças e diferenças, associarem o número à quantidade.

A ideia de medir encontra-se incluída na Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2017), sendo destacado como expectativa para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental que os alunos reconheçam a medida como a comparação de

uma grandeza com uma unidade e a expressão numérica do resultado, determinando diferentes medidas sem o recurso a fórmulas. Porém, Clements e Stephan (2004), tendo por base a ideia de medir comprimentos (uma dimensão), apresentam seis princípios que sustentam a compreensão da atividade matemática de medir unidimensionalmente: partição do objeto; unidade de iteração; transitividade; conservação; acumulação da distância e relação com um valor numérico. Aqui, pelo foco do trabalho (ver contexto e método), debruçamo-nos apenas sobre três desses princípios: partição, unidade de iteração e transitividade.

A partição está relacionada à atividade mental de dividir o objeto em unidades menores e de mesmo comprimento – considerando o caso particular de a unidade ser menor que o objeto a medir. A unidade de iteração configura-se como a habilidade de pensar num comprimento como referência para ‘cobrir’ todo o comprimento do objeto, num processo que garante que as extremidades final e inicial dessa referência coincidam, sem que se deixem espaços entre duas unidades subsequentes ou que se sobreponham unidades adjacentes. A transitividade se configura como processo de se obter, por meio de estimativa ou dedução, uma relação de igualdade ou desigualdade (superior ou inferior) de uma grandeza e estendê-la a outros dois ou mais objetos.

Ainda que medir esteja associado à relação com um valor numérico, o valor da medida está relacionado com a capacidade de efetuar estimativas que se aproximem da ordem de grandeza do que se mede. A ideia de estimativa encontra-se, nos documentos oficiais, ligada quase exclusivamente ao contexto das operações – “estimar o valor da conta” (BRASIL, 1997; 2017) – restringindo o entendimento que se pode obter do que é efetivamente estimar e, em última instância do que é medir, não se encontrando, por exemplo, de forma explícita a palavra estimar ou qualquer flexão dela originada, no texto do Bloco de Conteúdos Grandezas e Medidas dos PCN<sup>6</sup>.

Ao considerarmos a centralidade do conhecimento do professor nas aprendizagens e resultados dos alunos (NYE; KONSTANTOPOULOS; HEDGES, 2004.), faz-se essencial uma discussão sobre o conteúdo desse conhecimento de modo a se conceituarem formas de contribuir para a melhoria da prática do

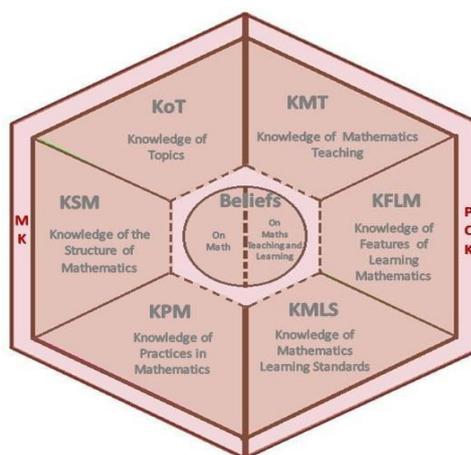
---

<sup>6</sup> Parâmetros Curriculares Nacionais

professor - e, necessariamente, da formação.

Assumimos que o conhecimento do PEM é especializado, sendo o nosso foco o domínio do conhecimento matemático. Nesse sentido, das várias conceitualizações do conhecimento do PEM que têm sido desenvolvidas, assumimos nesta investigação o MTSK (Figura 1). Em cada um dos dois grandes domínios (conhecimento do conteúdo e conhecimento pedagógico do conteúdo) são considerados três subdomínios, atendendo, cada um, às especificidades do conhecimento do PEM. Note-se que, a separação em subdomínios é entendida de modo operacional e, nesse sentido, assumem-se suas inter-relações, tendo sempre como pano de fundo a matemática e o seu ensino e aprendizagem.

**Figura 1.** Domínios do *Mathematics Teacher's Specialized Knowledge*



Fonte: Carrillo et al. (2013)

Assim, ao professor cumprirá um conhecimento matemático que proporcione aos alunos entendimento do que fazem e porque o fazem a cada momento, perspectivando as aprendizagens futuras e sustentado nas anteriores.

Tal conhecimento matemático deve complementar o que se espera que os seus alunos aprendam, bem como se relacionar aos fundamentos matemáticos, procedimentos “tradicionais” e alternativos ou às distintas formas de representação dos diferentes tópicos. Nesse conhecimento inclui-se, entre outros, um saber matemático associado aos conceitos que lhe permita conhecer o que se faz, como se faz, porque se faz de determinada forma e as características do resultado, mas que permita também conhecer múltiplas definições equivalentes para um mesmo

conceito (*Knowledge of Topics – KoT*).

Complementarmente, cumprirá um conhecimento associado à estrutura da matemática, incluindo um conhecimento matemático de cada um dos temas, assumindo uma perspectiva da sua integração e relação com estruturas mais amplas, permitindo ao professor trabalhar a matemática elementar de um ponto de vista superior e vice-versa (*Knowledge of the Structure of Mathematics – KSM*).

Ainda incluído no conhecimento do conteúdo, considera-se um conhecimento matemático associado às formas de fazer matemática. Dentre essas formas podem ser referidas as diferentes maneiras de demonstrar, os critérios a estabelecer para que uma generalização seja válida, o significado de definição ou o conhecimento da sintaxe matemática, incluindo aqui também conhecimentos de diferentes estratégias de resolução de problemas ou de modelagem (*Knowledge of Practices in Mathematics – KPM*).

Destes aspectos do conhecimento do professor, consideram as especificidades associadas à atuação docente, sendo que, no caso particular da Medida, uma delas se refere a atribuir significado aos motivos matemáticos que podem sustentar o uso de determinados instrumentos de medida não *standard* de modo *standard* (RIBEIRO; BADILLO; SANCHEZ-MATAMOROS MONTES; GAMBOA, 2017). Assim, como parte integrante do conhecimento especializado do professor, consideramos essenciais os aspectos que sustentam o que Mason (2002) define por *noticing*, que se associa à capacidade de ver, ouvir e interpretar os diferentes contextos, sem perder o foco nos objetivos matemáticos que se perseguem.

Aprofundar o entendimento que se detém do conteúdo do conhecimento do professor associa-se a colocá-los diante de situações que sejam, para cada um deles, matematicamente críticas, ou seja, que envolvam alguns aspectos não esperados e para os quais não conhecem imediatamente a resposta – em um paralelismo com a resolução de problemas –, que nos fornecem elementos para aprender sobre e melhor entender o conteúdo do conhecimento do professor e as formas como se pode desenvolvê-lo.

## **Contexto e método**

Aqui apresentamos algumas evidências que contribuem para enriquecer a resposta à nossa questão motivadora, emergentes de um curso de extensão desenhado com o objetivo de promover o desenvolvimento do conhecimento especializado do professor que ensina Geometria nos Anos Iniciais e Educação Infantil.

Neste curso (40 horas presenciais) partimos de situações da prática de sala de aula para discutir simultaneamente conteúdos de Geometria, as formas de abordagens com as diferentes turmas e o conhecimento especializado do professor. As tarefas conceitualizadas e implementadas estão associadas à especificidade dos objetivos perseguidos, de modo que se consideram, em cada uma delas, pelo menos duas partes: uma, referente às dimensões dos conhecimentos dos alunos (Parte I) e outra, às especificidades do conhecimento do professor (Parte II).

Neste texto discutimos as respostas que os participantes do curso (12 professores) deram aos quatro itens de uma das questões que compõem a segunda parte da tarefa. Os formandos são professores da Educação Infantil (09), dos Anos Iniciais (01), dos anos Finais (01) do Ensino Fundamental e um estudante do Curso de Física. Todos os encontros foram gravados (áudio e vídeo, sem captar os rostos dos participantes) e essas gravações foram verificadas de forma independente pelos autores deste texto, tendo-se identificado algumas situações matematicamente críticas.

Os professores resolveram a questão da tarefa (Parte II) em grupos (quatro integrantes) e, para tal, receberam diferentes materiais, em diferentes etapas. Primeiramente foi entregue uma tira de madeira para cada grupo e solicitado que os professores não tocassem nela e dessem uma resposta para a primeira questão e, na sequência, distribuíram-se elásticos de borracha. Na tarefa foi proposto que fizessem a estimativa do comprimento da tira, considerando, para tal, o elástico como uma unidade fornecida (necessariamente ainda sem se “aproximarem” da tira). Somente após essas etapas é que puderam efetivamente medir.

## A tarefa

Observe a tira de madeira que está em cima da mesa.

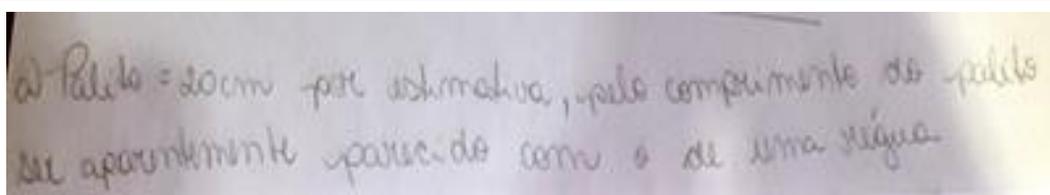
- a) Estime o valor do seu comprimento;
- b) Considerando o elástico, estime o valor do comprimento da tira e explique de que modo pensaste;
- c) Usando o elástico, meça e registre o comprimento da tira;
- d) Usando o elástico, e a medida obtida, registre em uma folha de papel uma representação do comprimento da tira. Discuta com os teus colegas os resultados obtidos.

As respostas dos formandos foram analisadas inicialmente de forma individual por cada um dos pesquisadores e, posteriormente, uniformizadas por contraste. Aqui focamo-nos nas respostas escritas e seguimos a ordem das diferentes questões da tarefa – no sentido de evidenciar alguns dos aspectos do conhecimento do professor emergentes dessas resoluções.

## Análise e discussão

Ao serem solicitados a estimar o comprimento da tira de madeira todos os professores optaram por utilizar uma parte do corpo ou objeto simultaneamente como instrumento e unidade de medida. No entanto, sentiram a necessidade de fazer referência à uma unidade *standard*, submúltiplo do metro, o centímetro:

**Figura 2:** Respostas dos professores – questão 2 - item a



**Ju:** Palito = 20 cm por estimativa, pelo comprimento do palito ser aparentemente parecido com o de uma régua

1 Palmo do Eduardo

Ed: O palito mede 1 palmo da mão do Ed. (Aproximadamente 22 cm)

ca) Estimo o tamanho do palito  
 $\pm 20\text{cm}$  - utilizando a medida da distância do dedo médio ao indicador  
que é  $\pm 10\text{cm}$ .



Er: - + ou - 20 cm - utilizando a medida da distância do dedo médio ao indicador que é de 10 cm.

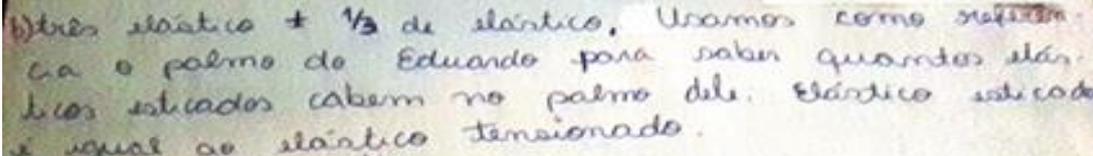
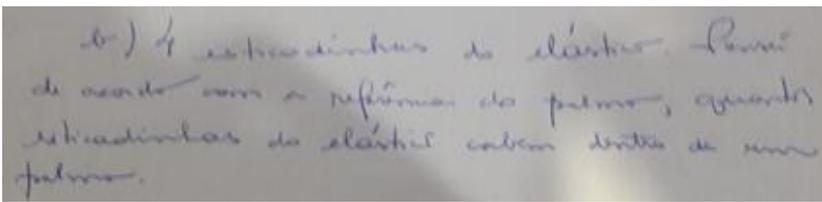
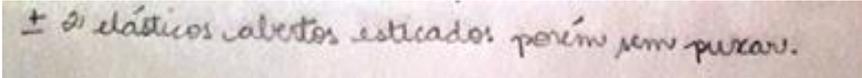
Fonte: arquivo dos autores

Esta primeira questão associa-se ao objetivo de aceder, explorar e discutir o conhecimento e entendimento do professor associado à estimativa (o que corresponde estimar) e à necessidade de definir uma determinada unidade que permita efetuar a estimativa da medida de comprimento (KoT). No entanto, para estimar, todos os professores sentiram necessidade de indicar uma resposta final em *cm*, tendo usado para isso uma comparação dupla (transitividade) envolvendo instrumentos de medida *standard* (pensar na régua – Ju), ou uma medida não *standard* (Er: medida da distância do dedo médio ao indicador) e, posteriormente, uma comparação com o *cm* (KoT). Este tipo de resposta era já o esperado pela ausência explícita de uma unidade de comparação, o que difere das tarefas comumente encontradas nos livros didáticos ou exploradas em cursos de formação. Apesar de não ser requerido, os professores usam uma linguagem mais formal (*cm*) para indicar a medida do comprimento da tira (KPM), que se poderá associar à sua visão da necessidade de formalismo matemático, mesmo quando essa necessidade não se verifica.

O recurso à transitividade (ainda que inconsciente, tal como foi referido posteriormente na discussão em grupo), buscando como ponto de chegada uma resposta usando uma unidade *standard*, pode ser considerado como um elemento do conhecimento do professor (já consolidado) ou uma situação matematicamente crítica, e assim, oportunidade para o desenvolvimento desse conhecimento (relacionando-o com o KSM e KPM).

A segunda questão (*Considerando o elástico, estime o valor do comprimento da tira e explique de que modo pensaste*), pretendia que os formandos mobilizassem o seu conhecimento sobre a que corresponde medir (partição); à necessidade de definir a unidade de medida – multiplicidades de forma de utilizar o elástico para efetuar a medição (conservação); que o instrumento de medida seja utilizado sempre do mesmo modo (iteração); e atribuição de um valor à medida, identificando a unidade utilizada (relação com um valor numérico). As respostas fornecidas sustentam-se nos procedimentos efetuados anteriormente, mesmo quando não era fornecida a unidade de medida:

**Figura 3:** Respostas dos professores – questão 2 - item b

 <p><b>Ri:</b> 2 elásticos abertos sem esticar, usamos a abertura dos dedos da colega [nome]</p>
 <p><b>Le:</b> Três elásticos + <math>\frac{1}{3}</math> de elástico. Usamos como referência o palmo do [nome do colega] para saber quantos elásticos esticados cabem no palmo dele. Elástico esticado é igual ao elástico tensionado.</p>
 <p><b>Ev:</b> 4 esticadinhas do elástico. Pensei de acordo com a referência do palmo, quantas esticadinhas do elástico cabem dentro de um palmo.</p>
 <p><b>Ju:</b> Mais ou menos dois elásticos abertos esticados porém sem puxar.</p>

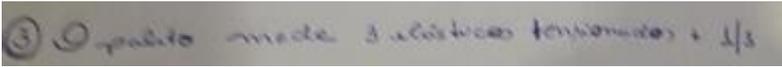
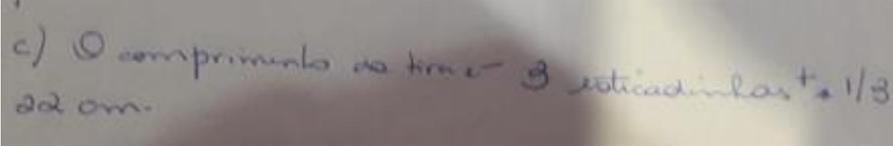
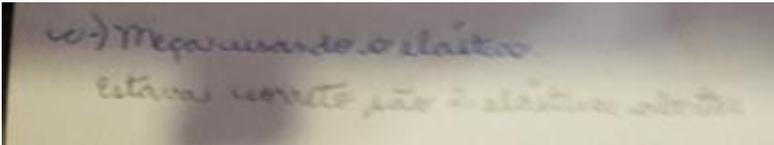
Fonte: arquivo dos autores

Todos os formandos realizaram a estimativa do comprimento da tira tendo por

base a utilização do procedimento *standard* de medição do comprimento (KoT), utilizando a medida do maior comprimento do elástico como unidade de referência, variando apenas o nível de tensão aplicada ao elástico (“elásticos abertos” e “elásticos esticados”).

Na terceira questão, (*Usando o elástico, meça e registre o comprimento da tira*) pretendia-se relacionar o modo como foi feita a estimativa e o modo como de fato foi realizada a medição, utilizando o mesmo instrumento.

**Figura 4:** Respostas dos professores – questão 2 - item c

 <p><b>Ka</b> - O comprimento da tira é equivalente a 3 elásticos sem estarem esticados</p>
 <p><b>Le</b> - 3 elásticos esticados + <math>\frac{1}{3}</math></p>
 <p><b>Ev</b> - O comprimento da tira é 3 esticadinhas + <math>\frac{1}{3}</math>. 22 cm</p>
 <p><b>Er</b> - Estava correto. São 2 elásticos abertos</p>

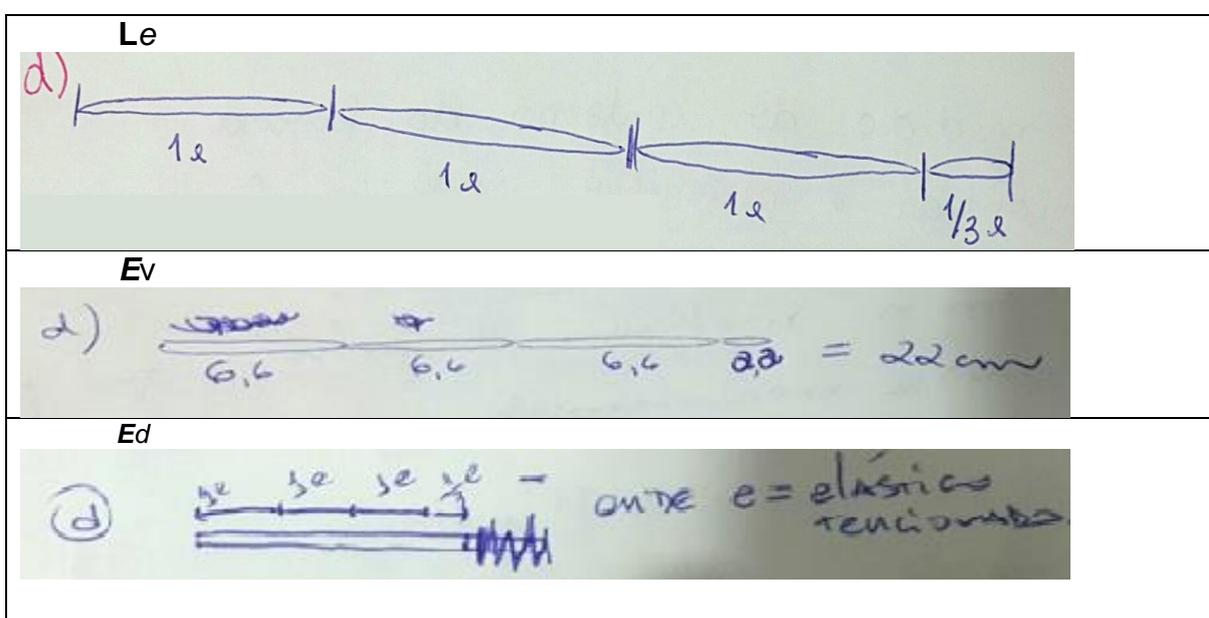
Fonte: arquivo dos autores

Embora aqui alguns formandos não recorram ao uso do *cm*, todos utilizam o procedimento *standard* de medição do comprimento (KoT). Ressalta-se o registro efetuado por **Le** e **Ev**, referindo-se a uma medida fracionária da unidade de referência (o elástico) para indicar que o comprimento da tira excede as três unidades inteiras de elástico. No entanto, não há uma preocupação de efetuar os registros de forma matematicamente adequada pois ao se referirem à parte

fracionária ( $\frac{1}{3}$ ) não consideram a unidade de referência, embora esteja implícito que se esteja falando do elástico – conhecimento da integração de temas matemáticos (KSM) e da sintaxe matemática (KPM).

A última questão (*Usando o elástico, e a medida obtida, registre em uma folha de papel uma representação do comprimento da tira. Discuta com os teus colegas os resultados obtidos*) pretendia mobilizar conhecimentos acerca das diferentes formas de representação, além da sua relação com os princípios daquilo que encerra a atividade de medir.

**Figura 5:** Respostas dos professores – questão 2 - item d



Fonte: arquivo dos autores

Todos os formandos demonstram associar a atividade de medir ao uso do instrumento de medida de um modo *standard* (RIBEIRO, et al., 2017), efetuando a medida da tira por comparação com a maior medida do elástico – comprimento do elástico ( $KoT$ ). Além disso, apenas um formando associa (por transitividade), o comprimento da tira ao uso da linguagem formal (*cm*) em sua representação. Salienta-se também que, apesar de terem apresentado uma resposta incompleta na questão anterior (**Le**: 3 elásticos esticados +  $\frac{1}{3}$ ; **Ev**: O comprimento da tira é 3 esticadinhas +  $\frac{1}{3}$ ), elaboram representações que, fazendo uso da sintaxe matemática, revelam um nível de compreensão da noção de racional associada à quantidade ( $\frac{1}{3}$  do elástico) – KSM –, recorrendo **Ev** à transitividade para a representação da quantidade dessa medida em linguagem formal (*cm*).

## Considerações Finais

A análise às produções dos formandos evidencia a manutenção de determinados procedimentos de medição, na linha de Clements e Stephan (2004), revelando também a priorização pela necessidade (mesmo quando não solicitado) de expressarem a medida recorrendo a uma unidade formal (*cm*). Estes resultados, emergentes de uma situação que se configurou como matematicamente crítica para os formandos, reforça a necessidade de um foco no KSM e KPM, complementando o seu KoT. Esta necessidade de foco de atenção na formação (inicial e continua) sustenta-se também no fato de as discussões nos grupos terem ficado ao nível dos procedimentos *standard* de medição (KoT). Assim, ressaltamos a necessidade de discutir as possibilidades de utilização de instrumentos (convencionais ou não convencionais) de medida de forma não convencional (KPM), discutindo o efetivo sentido de medida e da unidade que se considera.

Outra dimensão que requer um foco futuro, relaciona-se com o entendimento que possuem relativamente ao que corresponde estimar, ampliando esse conhecimento também, no contexto da medida (KoT), ao que corresponde medir. Este foco de atenção terá como preocupação melhor entender (para desenvolver o conhecimento especializado do professor) os aspetos que sustentam a visão da unicidade do formalismo matemático (associado à simbologia) ou ao entendimento de que na matemática não cabem dúvidas ou incertezas (KoT, KSM, KPM).

Nesta pesquisa, estabelecemos como foco conhecimentos relacionados à estimativa e à medida unidimensional (comprimento), no entanto, considera-se fundamental o desenvolvimento de pesquisas futuras centradas no entendimento do conteúdo do conhecimento especializado do professor relativamente a medidas que envolvem outras dimensões como área e volume, ou outras grandezas como massa, tempo, temperatura.

## Agradecimentos

Este texto foi produzido tomando por base o trabalho desenvolvido no âmbito do projeto "Conhecimento matemático especializado do professor que ensina matemática na educação infantil e nos anos iniciais: um foco em conteúdos de

Geometria”, processo número 2016/22557-5, Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP).

## REFERÊNCIAS

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. Base nacional comum curricular. MEC/SEB: Brasília. 2017. 396p

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais: matemática. MEC/SEF: Brasília. 1997. 142p

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais: matemática. MEC/SEF: Brasília. 1998. 148 p.

CARAÇA, B. J. Conceitos Fundamentais da Matemática. Lisboa: Bertrand (Irmãos), 1963.

CARRILLO, J. et al. Determining Specialized Knowledge for Mathematics Teaching. In: B. Ubuz, C. Haser, & M.A. Mariotti (Eds.), Proceedings of the VIII Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME 8). p. 2985-2994. Antalya, Turquia: Middle East Technical University, Ankara. 2013.

CLEMENTS, D.H.; STEPHAN, M. Measurement in pre-K to grade 2 mathematics. In D.H. Clements, J. Sarama, & A-M Di Biase (Eds.), Engaging Young Children in Mathematics: Standards for Early Childhood Mathematics Education. Mahwah, NJ: LEA. p. 299–317. 2004.

FIGUEIREDO, A.P.N.B.; BELLEMAIN, P.M.B.; TELES, R.A.M. Grandeza Volume: um estudo exploratório sobre como alunos do ensino médio lidam com situações de comparação. BOLEMA: Boletim de Educação Matemática (Online), v. 28, p. 1172-1192, 2014.

FIORENTINI, D.; PASSOS, C.L.B.; LIMA, R.C.R. de (Orgs). Mapeamento da pesquisa acadêmica brasileira sobre o professor que ensina matemática: período 2001 - 2012. FE/UNICAMP: Campinas. 2016.

FRIPP, A. Enseñanza de la geometría en la escuela primaria: Cómo entrelaza el

maestro, en sus prácticas, la matemática, el contexto y sus alumnos. Cuadernos de Investigación Educativa, Montevideo (Uruguay), v. 3, n. 18, 2012. p. 55-63.

GOMES, A.; RIBEIRO, C. M.; PINTO, H.; MARTINS, F. Prospective teachers' knowledge on the (possible) relationships between squares and rectangles. Quaderni di Ricerca in Didattica. , v.23, p.282 - 291, 2013.

MASON, J. Researching your own practice: the discipline of noticing. New York: RoutledgeFlamer. 2002.

NYE, B.; KONSTANTOPOULOS, S.; HEDGES, L. V. How large are teacher effects? In: Educational Evaluation and Policy Analysis. V.I 26, n. 3, p. 237-257, 2004

RIBEIRO, M.; BADILLO, E.; SANCHEZ-MATAMOROS, G.; MONTES, M.; GAMBOA, G. Intertwining noticing and knowledge in video analysis of self practice: the case of Carla. In: CERME 9, 2017, Dublin. Proceedings CERME 9. 2017. p.a aparecer - a aparecer

RIBEIRO, C.M.; CARRILLO, J. Discussing a teacher MKT and its role on teacher practice when exploring Data analysis. B. Ubuz (Eds.). *Proceedings 35th PME*. Ankara, Turkey, v. 4, p. 41-48, 2011.

RODRIGUES, A.D.; BELLEMAIN, P.M.B.A. A comparação de áreas de figuras planas em diferentes ambientes: papel e lápis, materiais manipulativos e no appreni géomètre 2. Em Teia Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana, v. 7, n. 3, 2017.

SANNI, R. Teaching geometry in schools: an investigative rather than instructive process. Pythagoras, n. 65, pp. 39-44 June, 2007.

SHULMAN, L. Those who understand: Knowledge growth in teaching. In: Educational Researcher, 15 (2). p. 4-14.1986.

SZILÁGYI, J; CLEMENTS D. H.; SARAMA, J. Young Children's Understandings of Length Measurement: Evaluating a Learning Trajectory. Journal for Research in Mathematics Education. v. 44, n. 3, 2013. p. 581–620.