



## CONSTRUINDO E APRENDENDO COM O GEOPLANO

Caroline Oliveira Rodrigues<sup>1</sup>

Talessa dos Reis da Silva<sup>2</sup>

Vinícius Titto Machado Souto<sup>3</sup>

### Educação Matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental

**Resumo:** Este minicurso tem como objetivo construir, apresentar e ampliar a divulgação do recurso didático Geoplano com professores da Educação Básica, mostrando uma forma alternativa para trabalhar a disciplina de matemática. Esta ferramenta é um recurso didático muito rico que possibilita um ensino-aprendizagem significativo, pois os estudantes conseguem visualizar e compreender conceitos abstratos, de modo que a aprendizagem de fórmulas e propriedades não se dê por meio da memorização, mas sim pela dedução. O Geoplano pode ser usado em todos os níveis da Educação Básica, para se ensinar diversos conteúdos da Geometria Plana, Espacial e Analítica, Trigonometria, Aritmética, entre outros. Neste minicurso pretende-se construir Geoplanos e trabalhar com diversas sugestões de atividades que oportunizem a exploração do mesmo, em experiências de aprendizagem relativas aos conceitos de perímetro e área de polígonos, retas paralelas e perpendiculares, demonstração do Teorema de Pitágoras, plano cartesiano, distância entre pontos, e distância entre ponto e reta.

**Palavras Chaves:** Geoplano. Geometria. Recurso Didático. PIBID.

### CONSIDERAÇÕES INICIAIS

A presente proposta foi elaborada pelos bolsistas do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Pretendemos com ela, trabalhar com os conteúdos de Geometria Plana e Geometria Analítica, por meio do recurso didático Geoplano. Com esta ferramenta é possível desenvolver a habilidade de deduzir e compreender conceitos matemáticos relacionados aos conteúdos de área e perímetro de polígonos, Teorema de Pitágoras, estudo das retas paralelas, coincidentes e perpendiculares; localização de pontos no plano cartesiano, bem como, distância entre pontos, distância entre ponto e reta no que se refere à Geometria Analítica.

---

<sup>1</sup> Graduanda em Licenciatura em Matemática. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. rodriguescaroline06@gmail.com

<sup>2</sup> Graduanda em Licenciatura em Matemática. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. reistalessa@gmail.com

<sup>3</sup> Graduando em Licenciatura em Matemática. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. viniustitto@gmail.com

O Geoplano foi muito utilizado durante o movimento da matemática moderna ao longo dos anos 60 e 70 do século XX. Este movimento foi de suma importância na história da educação matemática, pois trouxe mudanças significativas no ensino de matemática em diversos países. Neste período ampliou-se as possibilidades de trabalho com jogos e diversos recursos didáticos, como o Geoplano, Blocos Lógicos, Cousinaire, dentre outros. Segundo Rocha (2007), há registros que um dos primeiros trabalhos que utilizava o Geoplano foi realizado no ano de 1961, por Caleb Gattegno, um pedagogo e matemático inglês, que era um defensor, também, do método de Cousinaire na sala de aula. Além destes, outros estudiosos da área Matemática passaram a utilizar o Geoplano para ensinar propriedades e conceitos matemáticos ligados a Aritmética, a Álgebra, a Trigonometria e as Geometrias (Plana, Espacial e Analítica) em suas aulas. O termo Geoplano surgiu da junção de Geo, que neste caso significa geometria, e Plano, que se remete a superfície plana, sendo assim, temos o Geoplano. (KNIJNIK, BASSO e KLÜSENER, 1996, MENEZES, 2008).

A ferramenta didática Geoplano, possui diversos modelos, e o mais conhecido é o Geoplano Retilíneo ou Quadrado (Figura 1), o mesmo constitui-se em um tabuleiro de madeira, de forma quadrada ou retangular, que mede aproximadamente 20 centímetros de lado, onde são pregadas fileiras de pregos, o tamanho da madeira varia de acordo com a distância deixada entre cada prego. Além deste, temos o Geoplano Circular (Figura 2) e o Geoplano Conjugado (Figura 3). Para a construção das figuras geométricas e plano cartesiano usam-se atilhos coloridos ou barbante, dependendo do conteúdo que será trabalhado.

Figura 1- Geoplano Retilíneo

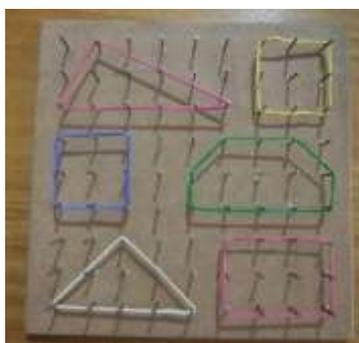
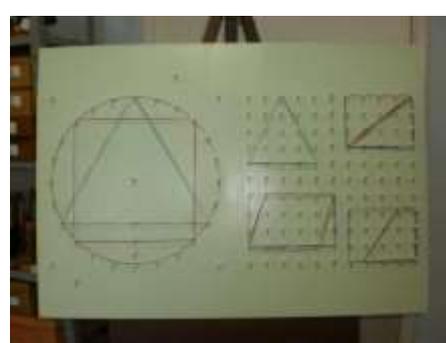


Figura 2- Geoplano Circular



Figura 3- Geoplano Conjugado



Após, Gattegno, descrever os diferentes tipos de geoplanos que podem ser construídos, ele afirma que:

Todos os geoplanos têm indubitável atrativo estético e foram adotados por aqueles professores que os viram ser utilizados. Podem proporcionar experiências geométricas a crianças desde cinco anos, propondo problemas de forma, dimensão, de simetria, de semelhança, de teoria dos grupos, de geometria projetiva e métrica que servem como fecundos instrumentos de trabalho, qualquer que seja o nível de ensino. (GATTEGNO apud KNIJNIK; BASSO; KLÜSENER, 2004, p. 5-6)

Relacionado com esta citação, justificamos a escolha de trabalhar com este recurso, que nos foi apresentado na disciplina de Laboratório de Prática de Ensino-Aprendizagem em Matemática I, do curso de graduação de Licenciatura em Matemática. Com isso, a partir das atividades que realizamos com esta ferramenta, que para nós era desconhecida, ficamos interessados e curiosos para explorar suas variadas possibilidades.

Após, realizarmos pesquisas e estudos, concluímos que o Geoplano é um material que transcende as idades, pois pode ser trabalhado dos anos iniciais ao ensino médio, auxiliando professores e alunos, pois trata-se de uma ferramenta concreta, que possibilita a visualização de propriedades matemáticas importantes e muitas vezes consideradas complexas.

O Geoplano proporciona a representação de várias figuras e a movimentação das mesmas no plano e no espaço, por isso pode ser classificado como um recurso didático: dinâmico e múltiplo. Mesmo o Geoplano sendo um instrumento pedagógico que se adapta aos conteúdos, e que serve de suporte para a representação mental, é papel do professor e do aluno criarem meios que possibilitem uma aprendizagem significativa, que relacione o concreto com o abstrato.

Em sala de aula o Geoplano deve ser usado de modo que proporcione a socialização do conhecimento, incentivando os estudantes a manipularem e explorarem o objeto. Como primeiro passo, consideramos importante que os alunos construam seus próprios materiais para que esta interação propicie uma assimilação eficiente, onde os mesmos consigam relacionar, deduzir e generalizar conceitos, fórmulas e propriedades matemáticas com a ferramenta. Também é necessário que o educador avalie previamente o conhecimento matemático da turma, aplicando atividades que sejam compatíveis e contemplem a necessidade de todos.

O Geoplano por ser uma ferramenta que possibilita a visualização concreta de figuras geométricas, podendo o aluno visualizar através do toque, podendo ser então um aliado importante na inclusão de alunos com deficiência visual nas aulas de

matemática. É necessário que haja a preocupação da escola e do professor com a inclusão de alunos deficientes em salas de aula regulares. Ribeiro afirma:

O profissional da educação assume a convicção de que todos são capazes de aprender e de que o pressuposto de sua aprendizagem é sua interação com o mundo- Sua ação sobre os objetos. Desse modo, o aluno precisa de ambientes estimuladores, não estereotipados. O conhecimento que o aluno vai adquirir depende da riqueza das experiências que lhe foram oferecidas. (RIBEIRO, 2007, p. 49)

Criamos este Minicurso com o objetivo de apresentar, ampliar a divulgação e construir este recurso com professores da Educação Básica, mostrando uma forma alternativa para trabalhar a disciplina de matemática.

### **Construção do Geoplano**

Recursos Didáticos Necessários:

- Um pedaço de madeira de 12x12 cm;
- Régua;
- Lápis;
- Tesoura;
- Folha de ofício A4;
- Martelo;
- Pregos;
- Atilhos ou barbante.

Passo a passo da Construção:

1. Cortar uma folha quadrada de aproximadamente 12 cm de lado (Figura 4);

Figura 4- Folha quadrada de 12x12



2. Fazer 10 linhas horizontais e 10 verticais, com um centímetro de espaço entre

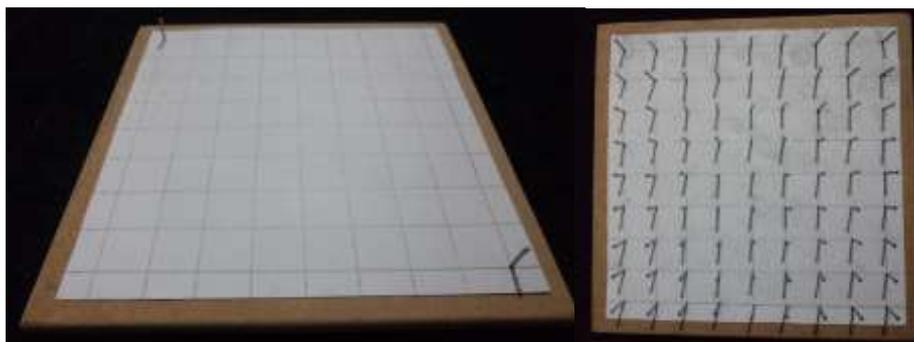
cada linha resultando em uma malha quadriculada (Figura 5);

Figura 5- Malha Quadriculada



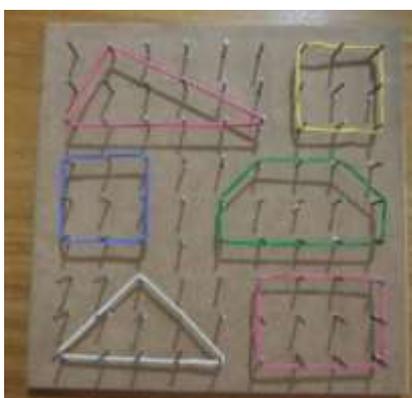
3. Posicionar a malha sobre a madeira, deixando aproximadamente 1 centímetro de margem, e pregar um prego sobre cada intersecção das linhas (um prego em cada vértice dos quadrados formados); (Figura 6)

Figura 6- Pregos em todos os vértices dos quadrados



4. Pronto, agora é só usar os atilhos ou pedaços de barbante para explorar o Geoplano (Figura 7).

Figura 7- Geoplano pronto.



## Sugestões de Atividades

- **Atividade:** Construindo Polígonos

- **Objetivos:**

-Construir espontaneamente noções de área e perímetro, comparando figuras geométricas planas.

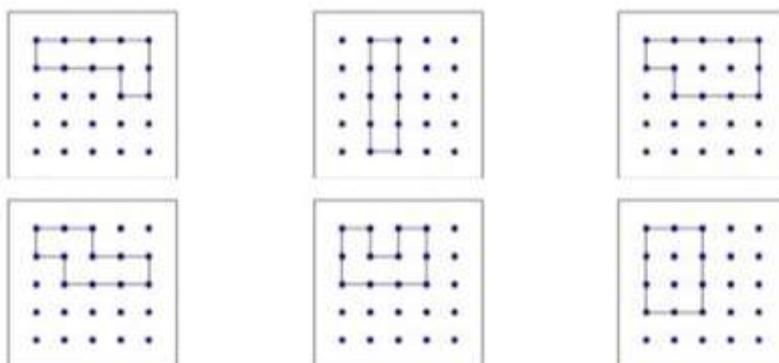
-Discutir a possibilidade da existência de polígonos de mesma área e perímetros diferentes.

-Definir e demonstrar por meio do Geoplano quais polígonos são convexos.

- **Desenvolvimento:**

O professor pedirá aos alunos que representem no Geoplano os seguintes polígonos (Figura 8), após eles deverão construir outra figura que tenha mesma área que os polígonos representados, porém formato diferente.

Figura 8: Polígonos sugeridos para a atividade.



Em seguida, o professor solicitará aos estudantes que calculem o perímetro de todos os polígonos e figuras construídas. Após esse momento, os participantes da atividade irão discutir e comparar se as formas construídas são iguais e se o perímetro mudou mesmo a área sendo igual.

O professor também pode pedir que os alunos definam quais polígonos são convexos por meio do Geoplano, traçando um segmento de reta com atilhos, que ligue dois lados do polígono e visualizando se o mesmo ultrapassa a figura (sai da figura).

- **Atividade:** Desafio dos Triângulos

- **Objetivos:**

-Construir, identificar e classificar os triângulos de acordo com os lados (isósceles ou escalenos) e de acordo com os ângulos (acutângulo, retângulo e obtusângulo);

-Compreender e explicar o motivo de não conseguirmos construir triângulos equiláteros no Geoplano;

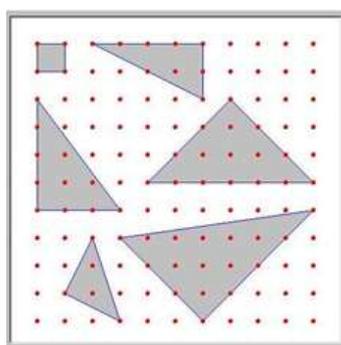
-Desenvolver noções iniciais de área de triângulos por meio da manipulação e construções com atilhos realizadas no Geoplano.

- **Desenvolvimento:**

O professor pedirá aos alunos que construam triângulos no Geoplano e que os classifiquem quanto aos lados e quanto aos ângulos. Após, questionará os alunos se é possível construir um triângulo equilátero no Geoplano Retilíneo? Por que? Nesta parte do desafio os estudantes poderão manipular os atilhos neste recurso didático até chegarem às suas conclusões.

No momento seguinte o professor pedirá que seus alunos construam triângulos no Geoplano (Figura 9), calculem a área de cada um, baseando-se no quadradinho 1x1, que será a unidade de medida, depois, os estudantes explicarão como calcularam as áreas.

Figura 9- Modelos de triângulos a serem construídos no Geoplano.



- **Atividade:** Dedução do Teorema de Pitágoras

- **Objetivos:**

-Visualizar concretamente, compreender e deduzir o Teorema de Pitágoras a partir da construção do Geoplano.

- **Desenvolvimento:**

O professor pedirá aos alunos que cada um construa um triângulo retângulo do tamanho que quiser. Após, solicitará que construam quadrados sobre a hipotenusa (lado de medida maior do triângulo) e sobre os catetos (lados de medidas menores).

No momento seguinte, os alunos estarão livres para manipular e realizar movimentos com os atilhos, de modo que o objetivo é que eles concluam que a área dos quadrados menores é igual à área do quadrado maior.

Para finalizar, o professor formalizará o Teorema de Pitágoras, explicando que o quadrado construído sobre a hipotenusa é igual à soma dos quadrados construídos sobre os catetos, e a partir disso desafiará todos a deduzirem uma fórmula geral ( $a^2=b^2+c^2$ ), que abranja todas as fórmulas que os estudantes encontraram.

- **Atividade:** Entendendo a distância entre pontos.

- **Objetivo:**

-Desenvolver a ideia de localização e distância entre pontos no plano cartesiano, usando o Teorema de Pitágoras.

- **Desenvolvimento:**

O professor solicitará aos alunos que construam um plano cartesiano com atilhos de cores diferentes para cada eixo. Nesse momento será explicado o que é plano cartesiano, abordando a ideia dos eixos coordenados.

Posteriormente, o professor definirá com os alunos o sentido positivo das abcissas, os valores que estarão à direita da intersecção dos dois eixos (origem); e o sentido positivo dos eixos das ordenadas, os valores que estarão acima da intersecção dos eixos. Após, os alunos receberão diversos pontos, em uma folha, para localizarem no plano e identificarem a diferença das posições.

Figura 10 - Pontos para localização no plano.

**Localize no Plano Cartesiano os seguintes pontos:**

- (0,0)
- (2,3)
- (4,6)
- (3,2)
- (5,1)
- (1,0)

No momento seguinte será trabalhado distância entre pontos. O professor solicitará que os alunos localizem e deduzam a distância de dois pontos que tenham a mesma coordenada em  $x$ , neste caso o objeto de estudo será um segmento paralelo à  $y$ . A seguir, o mesmo processo será realizado para dois pontos com mesma coordenada em  $y$ , neste caso o objeto de estudo será um segmento paralelo à  $x$ .

Em seguida será pedido que eles encontrem a localização e a distância de dois pontos, que não tenham as mesmas coordenadas, a partir de estratégias elaboradas pelos mesmos. Neste momento é papel do professor indagar e orientar os alunos, respeitando a criatividade e raciocínio de cada um, para que deduzam que a fórmula geral da distância entre dois pontos é o Teorema de Pitágoras.

**Observação 1:** As atividades podem ser aplicadas individualmente, em duplas ou grupos, de acordo com a preferência do professor.

**Observação 2:** Todas as atividades podem ser adaptadas para alunos com deficiência visual, pois o Geoplano é um recurso didático que pode ser visualizado e manipulado por meio do tato.

**Observação 3:** Este minicurso será desenvolvido pelo PIBID - subprojeto Matemática, em turmas de sétimo e oitavo ano, que apresentam dificuldade de assimilar conceitos da Geometria Plana.

## **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Com a presente pesquisa, concluímos que o Geoplano é um recurso extremamente relevante e acessível para ser utilizado em sala de aula, pois é uma ferramenta que possibilita uma aprendizagem concreta e inclusiva de diversos conteúdos matemáticos.

Na maioria das vezes a matemática é trabalhada de forma que os alunos apenas memorizem e aceitem conceitos e símbolos, produzindo um conhecimento que não utilize raciocínio. E o Geoplano é uma possibilidade de tornar essa aprendizagem significativa e desafiadora, de modo que o aluno constrói e deduz os conceitos e fórmulas matemáticas.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

DIAS, Marília do Amaral. **Experiências Matemáticas no Geoplano**. Canoas: VI Congresso Internacional de Ensino de Matemática.

<<http://www.conferencias.ulbra.br/index.php/ciem/vi/paper/viewFile/1145/439>>, acesso em 15 de abril de 2017.

Disponível em: < <http://matunifal.blogspot.com.br/2011/05/geoplano.html> >, acesso em 23 de abril de 2017.

Disponível em: < <http://odin.mat.ufrgs.br/matematicando/geoplano.html> >, acesso em 21 de fevereiro de 2017.

Disponível em:

<[http://paje.fe.usp.br/~labmat/edm321/1999/material/\\_private/geoplano.html](http://paje.fe.usp.br/~labmat/edm321/1999/material/_private/geoplano.html)>, acesso em 24 de abril de 2017.

KNIJNIK, Gelsa; BASSO, N. V. de A.; KLÜNSENER, R. **Aprendendo e Ensinando Matemática com o Geoplano**. 2 ed. Ijuí: Ed. Unijuí, 2004. (Biblioteca do professor. Coleção Programa do Livro na Escola).

RIBEIRO, Maria Luisa Sprovieri. **Perspectativa da escola inclusiva: Algumas reflexões**. In: RIBEIRO, Maria Luisa Sprovieri e BAUMEL, Roseli Cecília Rocha de Carvalho (orgs.) Educação Especial do querer ao fazer. São Paulo: Avercamp, 2003.

ROCHA, C. A.. PESSOA, G.; PEREIRA, J. A.A. e FILHO, J.M.S. **O uso do geoplano para o ensino de geometria: uma abordagem através de malhas quadriculadas**. Belo Horizonte: IX ENEM.

<[http://http://www.sbem.com.br/files/ix\\_enem/Html/minicursos.html](http://http://www.sbem.com.br/files/ix_enem/Html/minicursos.html)>, acesso em 10 de abril 2017.