O PROBLEMA DOS QUATRO QUATROS

Clarice Segantini[1]

Modelagem Matemática e Resolução de Problemas

Resumo: O presente trabalho investiga e analisa, apoiado em alguns princípios da História Cultural, sobretudo, nos conceitos de apropriação e representação, discutidos por Roger Chartier, um grupo de alunos em um ambiente de Resolução de Problemas, a partir de uma atividade, popularmente, conhecida como Os Quatro Quatros, extraída da obra *O Homem que Calculava,* de Malba Tahan. Trata-se de um estudo de caso, de natureza qualitativa que oportunizou o surgimento de diversas soluções para um mesmo problema e a possibilidade do trabalho em equipe. As apropriações e representações identificadas reafirmaram as características do problema como recreativo e as dificuldades dos alunos em operar com as expressões numéricas.
Palavras Chaves: Resolução de Problemas. Matemática Recreativa. Malba Tahan. O Homem que Calculava.

1. INTRODUÇÃO

Discorrer sobre a Resolução de Problemas e a Matemática Recreativa fez-nos compreender "[...] o modo como em diferentes lugares e momentos uma determinada realidade social é construída, pensada e dada a ler [...]" (CHARTIER, 2002, p.16) como, também, colaborou responder à questão: Como alguns problemas, extraídos do livro "O Homem que Calculava", de Malba Tahan, são apropriados e representados, em um ambiente de Resolução de Problemas, por um grupo de alunos do 1º ano do Ensino Médio de uma escola pública estadual?

Para tanto, realizamos um estudo de caso etnográfico, de natureza qualitativa, orientados por alguns princípios da História Cultural, priorizando os conceitos de representação, apropriação e prática, apresentados por Roger Chartier (2002). Empregamos algumas técnicas condizentes à nossa pesquisa[2] tais como a análise de conteúdo, observação participante, triangulação, entrevista semi-estruturada, bem como utilizamos um diário de bordo e realizamos algumas oficinas, dentre elas a do "Problema dos Quatro Quatros", para o tratamento dos dados.

As oficinas foram aplicadas nos meses de maio e junho de 2015, e contaram com algumas atividades desenvolvidas com os sujeitos participantes. Optamos, então, para compô-las cinco problemas extraídos da referida obra: 1] Problema dos

---

[1]Mestra em Ensino na Educação Básica - CEUNES/UFES. Secretaria Municipal de Educação de São Mateus e Secretaria Estadual de Educação do Estado do Espírito Santo. claricesegantini@gmail.com
[2] Pesquisa de Mestrado sob orientação do Prof. Dr. Moysés Gonçalves Siqueira Filho.

35 camelos; 2] Problema dos 8 pães; 3] Problema dos 21 vasos; 4] Problema dos quatro quatros; 5] Problema do jogo de xadrez.

A seguir ampliaremos a discussão sobre Resolução de Problemas (RP), por nós concebida como uma metodologia de ensino e, posteriormente, falaremos sobre a Matemática Recreativa e dos registros feitos pelos alunos participantes da referida oficina.

2. RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Schroeder & Lester (1989) dispõem o ensino de Matemática e a resolução de problemas em três categorias: [1] O ensino sobre resolução de problemas, [2] O ensino para resolução de problemas e [3] O ensino via resolução de problemas. Consideramos esta última no desenvolvimento deste trabalho, uma vez que

> "[...] é uma das alternativas que os professores possuem de dinamizar o processo de ensinoaprendizagem. Ao ser mediador, o professor faz os questionamentos necessários para que os alunos construam a base de conhecimentos durante a resolução dos problemas. Os alunos, como sujeitos ativos, adquirem confiança ao trabalharem em grupos, dialogando com seus pares e trocando as informações que precisam. Os problemas são um meio de formalizar os conceitos matemáticos que se almeja ensinar, além de proporcionar as aplicações dos conteúdos já ensinados" (SEGANTINI, 2015, p.121).

Nessa perspectiva, Silva & Siqueira Filho (2011, p. 145) afirma que a RP "[...] aguça processos cognitivos, uma vez que dá ao aluno possibilidades de reflexão, análise dos procedimentos efetivados, descobertas de caminhos diferenciados para a conclusão do problema em pauta, releitura do resultado encontrado, dentre outras".

Contudo, Allevato & Onuchic (2014) utilizam outra nomenclatura~~,~~ *Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas,* cuja aplicação de uma atividade de RP é desenvolvida em 10 passos : (1) Proposição do problema, (2) leitura individual, (3) leitura em conjunto, (4) resolução do problema, (5) observar e incentivar, (6) registro das resoluções na lousa, (7) plenária, (8) busca do consenso, (9) formalização do conteúdo, (10) proposição e resolução de novos problemas.

De qualquer forma, ao falar sobre a temática surgem questionamentos: O que é um problema e quais tipos podemos utilizar? Apoiamos em Polya (2006) em que um problema proporciona, não de imediato, a busca por uma ação consciente, para alcançar um fim desejado e Varizo (1993) que os categoriza em rotineiro, não-rotineiro, real ou recreativo, a qual comentaremos acerca deste último que julgamos ser utilizado nesta investigação.

3. MATEMÁTICA RECREATIVA

A Matemática Recreativa, segundo Costa (2014) é toda a atividade com caráter lúdico e pedagógico e, conforme Lopes (2012) as pessoas praticam por satisfação, prazer, para pensar e para jogar.

O estudo das recreações e curiosidades matemáticas[3], também, colaborou para o início de teorias matemáticas, por exemplo, o problema das Pontes de Königsberg deu origem a Teoria dos Grafos, por Leonhard Euler (1707 - 1788); ~~e~~ o Problema dos Pontos, resolvido por Pierre de Fermat (1601 - 1665) e Blaise Pascal (1623 - 1662), levou à Teoria das Probabilidades (EVES, 2004).

Os pesquisadores americanos Sam Loyd (1841 – 1911) e Martin Gardner (1914 - 2010) e o russo Yakov Perelman (1882 - 1942) foram considerados importantes difusores da Matemática Recreativa Mundial. No Brasil temos um importante propagador desse segmento: Malba Tahan, pseudônimo do carioca e professor Júlio Cesar de Mello e Souza (1895-1974).

O personagem árabe, segundo Siqueira Filho (2013, p.10) "acompanhou as modificações dos saberes ditados por reformas educacionais ou emergenciais e a elas adaptou as suas obras e a sua prática [...]", tanto para divulgar uma Matemática recreativa, por meio de obras não didáticas, quanto para intervir na formação de novas gerações, difundindo métodos de ensino moderno. De acordo com Lorenzato (2009) os problemas absurdos, irreais, e sem a menor utilidade eram condenados radicalmente por ele.

Uma de suas obras mais divulgadas é "O Homem que Calculava", traduzida para mais de 12 idiomas, conforme a editora Record. Em 2013, estava na 84º edição (SIQUEIRA FILHO, 2015) e em 2015, uma edição especial em capa dura fora lançada, em homenagem aos 120 anos de seu nascimento (SEGANTINI, 2015).

Sem dúvida alguma é uma obra que retrata uma extensa pesquisa de cunho histórico-cultural, registrada ao longo de cada capítulo, como também notória em suas notas de rodapé. Evidente está o predomínio de títulos franceses relacionados,

[3] Ver Segantini (2015, p.46 -52).

ora à matemática, ora a sua história (SIQUEIRA FILHO, 2011). Muitos dos problemas apresentados, certamente são adaptações de algumas das literaturas a que Melo e Souza teve acesso, por exemplo, Récréations Arithmétiques, de E. Fourrey (1899); Récréations mathématiques: Problèmes des temps anciens et modernes, de Rouse W. Ball (1907); Curiosités & Récréations Mathemátiques, de Gaston Boucheny (1939) e Recreations in Mathematics and Natural Philosophy**,** de Jacques Ozanam e outros (1840) .

Observamos nessas obras os seguintes problemas: [1] **Problema da Herança** em Fourrey (1899, p.159), Boucheny (1939, p. 143) e Ball (1907, p.110), [2] **Problema da Partilha dos 8 Pães** em Fourrey (1899, p.160), Boucheny (1939, p.62) e Ball (1907, p.111), [3] **Problema da Divisão dos 21 Vasos** em Fourrey (1899, p.160), Boucheny (1939, p.57) e Ozanan (1840, p. 81); e [4] **Problema do Jogo de Xadrez** em Fourrey (1899, p.158), Boucheny (1939, p.94) e Ozanan (1840, p. 37) (SEGANTINI, 2015).

Muito provavelmente, o problema dos Quatro Quatros esteja entre eles, no entanto, não temos como afirmar. Vale destacar que na edição de 13/05/1972, do jornal *Última Hora*, esse desafio veiculava no concurso nº 9, em sua coluna *Matemática Recreativa*, com o intuito de obter novas soluções advindas de seus leitores (SIQUEIRA FILHO, 2015).

A seguir descreveremos e exploraremos o desenvolvimento da oficina e faremos algumas considerações.

4. O PROBLEMA DOS QUATRO QUATROS

> Alguns dias depois, encerrados os trabalhos que Beremiz e o mercador faziam no palácio do vizir, foram dar um giro pelo Suque e pelos jardins de Bagdá. A cidade apresentava, naquela tarde, um movimento intenso, febril, fora do comum. É que, pela manhã, haviam chegado duas ricas caravanas de Damasco. [...] Interessou-se Beremiz por um elegante e harmonioso turbante azul-claro que um sírio, meio corcunda, oferecia por 4 dinares. A tenda desse mercador era, aliás, muito original, pois tudo ali era vendido por 4 dinares. Mas o que impressionava o Calculista era que a tenda era intitulada **Os Quatro Quatros**. [...] a legenda que figura nesse quadro recorda uma das maravilhas do Cálculo: podemos formar um número qualquer empregando quatro quatros! [4]
> O problema dos quatro quatros é o seguinte:
> **"Escrever, com quatro quatros e sinais matemáticos, uma expressão que seja igual a um número inteiro dado. Na expressão não pode figurar (além dos quatro quatros) nenhum algarismo ou letra ou símbolo algébrico que envolva letra, tais com: log, lim etc."**

[4] Extraído e adaptado de Tahan (2008, capítulo 7, p.43 – 51).

Pede-se: Escreva usando quatro quatros e sinais matemáticos expressões para os números de 0 a 10.

Queremos ressaltar que essa oficina foi dividida em dois momentos:

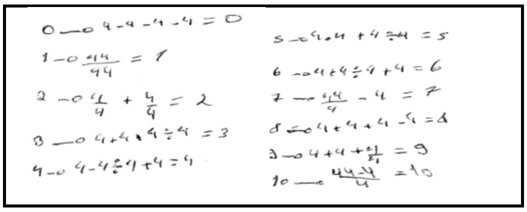
4.1 Descrição do 1º Momento

O primeiro momento ocorreu em 11 de Junho de 2015 e teve duração de duas aulas, no período compreendido das 7h00 às 8h50. Contamos com a participação da professora regente e de 24 alunos, sendo 14 do sexo masculino e 10 do sexo feminino, organizados em sete grupos que nomeamos A, B, C, D, E,F, G.

Solicitamos aos alunos, uma leitura silenciosa do enunciado do problema. Posteriormente, lemos para eles, quando surgiram questionamentos sobre palavras desconhecidas, como por exemplo, turbante, esclarecida pela professora regente; ou *Suque,* cuja resposta foi dada com base na informação trazida no livro em voga. Ao observar que os alunos não compreenderam o que fora proposto, escrevemos um exemplo no quadro: 0 = 44 – 44; o que colaborou para o desenvolvimento da tarefa. Vejamos as soluções encontradas em cada grupo:

Grupo A:

Figura 1 - Registro elaborado pelo grupo A

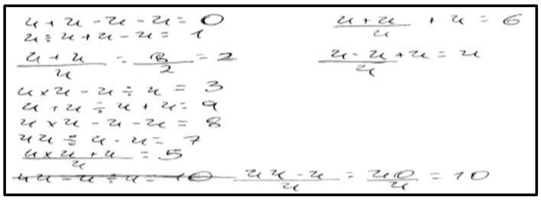


Fonte: Segantini (2015).

Durante todo o processo o grupo investigou e mostrou interesse em solucionar o problema proposto. Notamos, que muitas vezes, a regra das operações aritméticas formadas não foi cumprida, em que primeiro as multiplicações e divisões, na ordem em que aparecerem, são resolvidas, para em seguida, as adições e subtrações. Os registros evidenciam que a representação do 3 quanto a do 6, representariam o número 9, bem como, a do 5, o 17. O uso do "sinal matemático" no registro da representação do 3, 5 e 6 deixaria a resposta correta, por exemplo, $(4+4+4):4=3$, $(4.4+4):4=5$ e $(4+4):4+4=6$. A representação do numeral 4, em nossa visão, seria outro registro para o numeral 7. A representação do zero da forma que se apresenta, tem resposta - 8.

Grupo B: As expressões aritméticas dos numerais 1 e 9 estão corretas, o que não acontece para a do 3, cuja resposta seria o 15. Podemos observar que com a utilização de sinais matemáticos, a representação do 3 ficaria correta, por exemplo, (4.4 - 4) : 4 = 3, e outras representações poderiam ser construídas para os números 1 = (4+4):(4+4) e 6 = ((4+4):4)+4 . Por falta de atenção, acreditamos, que usaram, apenas, três numerais 4 para representar o 2. A representação do 10 foi reescrita corretamente o que remete-nos ao quarto passo, retrospecto, de Polya (2006) no processo de resolução de um problema (FIGURA 2).

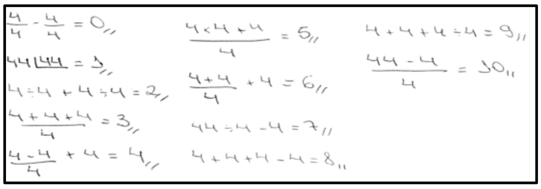
Figura 2 - Registro elaborado pelo grupo B



Fonte: Segantini (2015).

Grupo C: Os alunos solucionaram o problema com tranquilidade. Demonstraram domínio no uso das regras nas expressões aritméticas e, inclusive, colocaram a "chave" em lugar dos tradicionais dois pontos ou do traço de fração para a construção do numeral 1 (FIGURA 3):

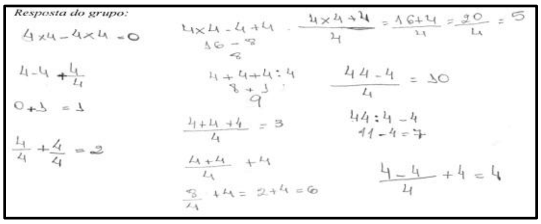
Figura 3 - Registro elaborado pelo grupo C



Fonte: Segantini (2015).

Grupo D: O empenho dos componentes do grupo foi satisfatório, tanto pelo atendimento às exigências do enunciado, quanto à persistência em encontrar os registros esperadas. Notamos, uma forma aleatória para se chegar aos resultados, sem a preocupação em seguir a sequência de 0 a 10. Percebemos que as respostas ora eram descritas linhas abaixo, como registrado nas expressões dos numerais 1, 7, 8, 9, ora seguiam uma sequência de igualdades, ora uma mistura das duas, como se vê na do 6, ou com um registro direto como nos dos numerais 0, 2, 3, 4, 10 (FIGURA 4).

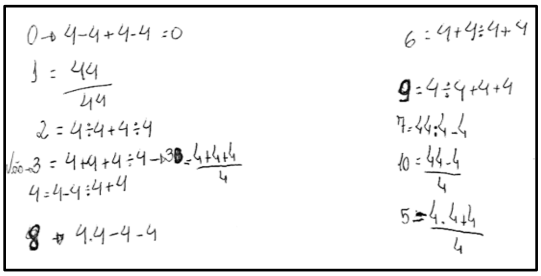
Figura 4 - Registro elaborado pelo grupo D



Fonte: Segantini (2015).

Grupo E: Os alunos empenharam-se durante a resolução do problema, mostrando-se interessados na conclusão da atividade. Como estávamos próximos a eles naquele momento de resolução, chamamos a atenção para o registro do numeral 3, que logo foi reescrito corretamente (FIGURA 5). Os registros feitos para os numerais 3 e 6 são idênticos aos do grupo A, a qual as considerações foram realizadas. A expressão obtida para o numeral 4, do modo como escreveram apresenta resposta 7, caso usassem os parentes, como exemplo, ((4 - 4) : 4) + 4, a obtenção do resultado estaria correta.

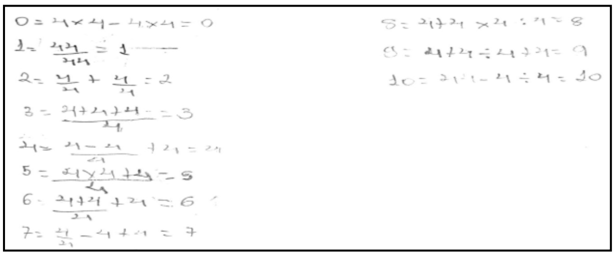
Figura 5 - Registro elaborado pelo grupo E



Fonte: Segantini (2015).

Grupo F: Notamos persistência e interesse do grupo em encontrar todas as expressões solicitadas. O registro do numeral 10 foi idêntico ao do Grupo B e sua correção foi realizada em tempo. As regras para a solução de expressões numéricas foram negligenciadas e os sinais matemáticos não foram percebidos pelos alunos, fato esse, possivelmente, por não termos explorado melhor o enunciado do problema. A representação numeral 7 não está correta, e mesmo com a inserção de sinais matemáticos: $\left(\frac{4}{4}-4\right)+4$; $\frac{4}{4}-\left(4+4\right)$ resultariam em, respectivamente, 1 e -7 (FIGURA 6).

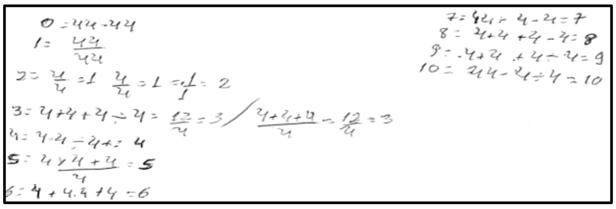
Figura 6- Registro elaborado pelo grupo F



Fonte: Segantini (2015).

Grupo G: Os alunos representaram o zero como exatamente o exemplo dado por nós na lousa e o 10 como os registros dos Grupos B e C. Nota-se uma reescrita do numeral 3 na intenção de não ficar dúvidas sobre o procedimento realizado. Na expressão obtida para o numeral 6, o grupo, apesar de assinalar o sinal da multiplicação, operou com o sinal da divisão, porém sem obediência à regra. Caso fosse usado parênteses, teríamos ((4 + 4) : 4) + 4 = 6. Parece-nos estranho dois registros encontrados por eles, quais sejam: [1] a expressão usada para o numeral 2 e [2] para o numeral 4. No primeiro, o grupo calculou duas vezes a divisão de dois quatros, em seguida dividiu novamente, equivocando-se na resposta, o que nos remete arriscar que para os alunos a expressão $\dfrac{4/4}{4/4}$ é igual $\dfrac{4}{4}+\dfrac{4}{4}$. No segundo, houve um esquecimento no registro do quarto quatro. Nota-se a falta de clareza nesses registros (FIGURA 7).

Figura 7 - Registro elaborado pelo grupo G



Fonte: Segantini (2015).

4.2 Descrição do 2º Momento

Esse 2º momento teve a duração de uma aula, compreendida das 11h05 às 12h00, em 12 de Junho de 2015. Participaram 20 alunos, sendo 9 do sexo masculino e 11 do sexo feminino. Os componentes do Grupo G faltaram, assim formamos apenas seis grupos.

Ao iniciar a oficina, solicitamos que não fizessem mais nenhum tipo de anotação na tarefa, que fora devolvida, do encontro anterior. Compartilhamos as diferentes soluções, as quais anotamos na lousa, o que permitiu elaborar, como exemplo, o seguinte registro para o zero: Grupo A : $0=4-4-4-4$; Grupo B : $0=4+4-4-4$; Grupo C : $0=\dfrac{4}{4}-\dfrac{4}{4}$ Grupo D : $0=4.4-4.4$; Grupo E : $0=4-4+4-4$; Grupo F : $0=4.4-4.4$; Grupo G : $0=44-44$.

Em seguida, ao discutirmos as soluções, pedimos ao grupo A que verificasse sua resposta, quando chegaram a conclusão que deveriam trocar um dos sinais negativos por um positivo, conforme mostrado pelos Grupos B e E. Segundo Cavalcanti (2001, p.139) “[...] quando os alunos são incentivados a expressar livremente seu modo de pensar, é natural que surjam algumas soluções incorretas” e nesse momento uma das ações possíveis ao professor é conduzir à classe a reflexão dos atos praticados com o intuito de investigar as soluções, localizar os erros e reorganizar os dados.

Para Stancanelli (2001, p.109), o uso de problemas com mais de uma solução "rompe com a crença de que todo problema tem uma única resposta", e ao escrever na lousa as expressões para os numerais 1 e 2, assim como fora feito com o zero, os alunos perceberam que não há uma única maneira certa de resolvê-lo.

Posteriormente, conduzimos a oficina dizendo a eles que era possível escrever, com quatro quatros, todos os numerais inteiros de 0 a 100 (TAHAN, 2008). Explicamos o significado do sinal gráfico - (!) - fatorial, que causou surpresa em alguns alunos, como relato de um deles: "[...] eu não sabia que uma simples 'exclamação' na língua portuguesa tivessse outro sentido na matemática [...]" (A11); mencionamos a calculadora científica, que é útil para cálculo do fatorial dos inteiros (x!); orientamos a terem atenção na escrita das expressões, principalmente, com relação à ordem das operações; acrescentamos o símbolo da raiz quadrada $\sqrt{}$ e prosseguimos com uma nova questão: *Agora, com auxílio do fatorial e do sinal da raiz quadrada, além dos sinais matemáticos, escreva três números inteiros entre 11 e 30.*

A atividade fluiu com naturalidade e todos os grupos encontraram os três numerais e utilizaram, em suas expressões, o fatorial, porém, a raiz quadrada não apareceu em nenhuma delas. Em síntese, os numerais variaram entre 12 (Grupos E e F); 14 (Grupos B, D); 20 (Grupos A, C, D, E, e F); 23 (Grupos A e B); 24 (Grupo C); 25 (Grupo B); 26 (Grupo C) e 28 (Grupos A, D, E e F).

Ressaltamos que houve diferentes expressões no registro dos números, como exemplo: <u>Numeral 12</u>: Grupo E: 4! + 4 – 4 . 4; Grupo F: $\frac{4!x4}{4+4}$; <u>Numeral 14</u>: Grupo B: 4! : 4 + 4 + 4; Grupo D: $\frac{4!}{4}+4+4$; <u>Numeral 20</u>: Grupo A: $\frac{4!x4}{4}-4$; Grupo C; $\frac{4!-4}{4}x4$; Grupos D e F: 4! + 4 – 4 – 4; Grupo E: 4! – 4 – 4 + 4; <u>Numeral 28</u>: Grupo A: $\frac{4!x4}{4}+4$ e 4! + 4 +4 – 4; Grupo E: 4! - 4 + 4 + 4; Grupo F: 4! + 4 - 4 + 4 (SEGANTINI, 2015).

Conforme Stancanelli (2001, p.120), "cada momento na resolução dos problemas deve ser de investigação, descoberta, prazer e aprendizagem". Atributos, esses, bastante perceptíveis, tanto na oficina quanto no relato da professora regente, que nos diz: “os alunos se sentiram bastante desafiados, além de serem interessantes os problemas, eles não tinham uma cobrança de conteúdos em si”. Para ela, trabalhar com esse tipo de atividade, “estimula desde os alunos aplicados até aqueles desinteressados das aulas de matemática” (SEGANTINI, 2015).

Ao término da oficina, os alunos relataram por escrito suas opiniões acerca da atividade realizada, a qual faremos a seguir algumas considerações.

4.3 Apropriações dos sujeitos com relação ao problema dos Quatro Quatros.

Muitos atributos denotam uma apropriação feita em meio a atividade desenvolvida. Segue alguns depoimentos, que relatam o gosto por aprender um conceito novo; a presença de representações engessadas, estabelecidas pelo/no espaço escolar acerca do que seja um “problema”, tais como, **complicado; fácil;** como também, a possibilidade em torná-lo **interessante legal; divertido; diferente:**

> [...] Quando aprendemos a usar esse fatorial ficou tudo muito fácil, e foi uma experiência muito boa como um **quebra cabeça** (A9).
>
> [...] A **história** dos 4 quatros é bem interessante também, dá para descobri inúmeros números até “100” (A21).
>
> Eu achei muito **legal** e fácil, e trazia uma **fórmula interessante** que eu não conhecia, e foi bom pra “mim” aprender (A2).
>
> Achei **legal** e também fácil, complementando o que fizemos na atividade anterior, usamos os quatro quatros, juntamente com os sinais +, _ , : e x, e o símbolo do fatorial (A23).
>
> Achei o trabalho bem fácil e muito **legal**, pois foi interessante saber que podemos resolver os problemas com os números iguais porém com sinais diferentes (A5).
>
> O problema foi fácil, e foi **divertido** descobrir novas formas de resolver contas com mesmo números, com sinais diferentes e encontrar resultados diferentes (A4).
>
> Em relação ao problema dos quatro quatros achei fácil e **diferente**. Nunca imaginei que pudesse conseguir tantos resultados com os mesmos números alternando apenas os sinais matemáticos. Foi uma espécie de **“desafio”** e me **diverti** realizando-o (A24).
>
> O problema foi um pouco complicado no começo mais logo depois eu entendi e consegui fazer com o meu grupo <u>era só pensar o número ele</u> **automaticamente** <u>aparecia </u>(A12) (SEGANTINI, 2015).

Os discursos (A9), (A4), (A24) mostram a preservação das características de um problema recreativo e (A2), (A23), (A5) afirmam que a busca pela solução foi interessante e legal.

Notamos que a situação-problema despertou o interesse, a imaginação, além de desafiar o aluno ao raciocíonio e as apropriações efetivadas por eles se inscreveram em suas “práticas” de investigação, de acordo com Chartier (2002), como constituintes da história cultural e realizadas em meio às produções de sentido, de interpretação do enredo narrado.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os resultados de nossa dissertação deixam evidentes que Resolução de Problemas é umas das metodologias que colaboram com o trabalho do professor ao conduzir o processo de ensino e aprendizagem, uma vez que oportunizam aos alunos tomarem decisões, instigam processos cognitivos e a troca de experiências entre os pares.

A Matemática Recreativa, por sua vez, mostra-se como um rico campo, tanto para quem ensina, quanto para quem aprende, pois oportuniza o uso de estratégias próprias, imaginação, criatividade, desperta o interesse e produz questionamentos.

A oficina dos Quatro Quatros mostrou aos alunos ser possível resolver um problema por diversos caminhos e que não existe apenas uma solução para o enredo narrado. As dificuldades dos alunos emergem diante de conceitos matemáticos e propriedades básicas inculcados ao longo da vida escolar sem produzir-lhes significados ou mesmo compreensão no uso de determinadas regras.

6. REFERÊNCIAS

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que Através da Resolução de Problemas? In: ONUCHIC, L. R. et al. (Org.). **Resolução de Problemas**: Teoria e Prática. Jundiaí: Paco Editorial, 2014. p. 35 – 52.

CAVALCANTI, C. T. Diferentes Formas de Resolver Problemas. In: SMOLE, K. S; DINIZ, M. I. (Org.). **Ler, escrever e resolver problemas:** Habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001. p. 121 – 149.

CHARTIER, R. **A História Cultural**: Entre Práticas e Representações. 2. ed. Lisboa: DIFEL, 2002.

COSTA, O. da. **A matemática recreativa no ensino básico**. 2014. 98f. Dissertação (Mestrado em Ciências – Formação Continuada de Professores) - Área de especialização em Matemática, Universidade do Minho, 2014.

EVES, H. **Introdução a história da matemática**. Campinas: Editora da UNICAMP, 2004.

LOPES, A. J. **Dia da Matemática e a obra didática de Malba Tahan, para além do homem que calculava**. Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM): Boletim n.13. Brasília, 2012.

LORENZATO, S. Uma especial página da Educação Matemática Brasileira. **Revista Ciência em Foco**. Campinas, n. 2, vol.1, 2009.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

SCHROEDER, T. L.; LESTER JR, F. K . Developing Understanding in Mathematics via Problem Solving. In: TRAFTON, P. R.; SHULTE, A. P. (ed). **New Directions for Elementary School Mathematics**. Reston: NCTM, 1989, p. 31-42.

SEGANTINI, C. **Problemas Recreativos na obra *O Homem que Calculava*, de Malba Tahan, e a Resolução de Problemas.** 2015. 131f. Dissertação (Mestrado em Ensino na Educação Básica) - Universidade Federal do Espírito Santo, Centro Universitário Norte do Espírito Santo, Vitória, 2015.

SILVA, C. M. da S; SIQUEIRA FILHO, M. G. **Matemática**: Resolução de Problemas. Brasília: Líber Livro, 2011.

SIQUEIRA FILHO, M. G. Malba Tahan em: da mágia dos contos árabes às recreações matemáticas. In: SEMINÁRIO NACIONAL DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA, 9., 2011, São Paulo. **Anais eletronicos**... Disponível em <http://www.each.usp.br/ixsnhm/Anaisixsnhm/Comunicacoes/1_Filho_M_G_S_Malba_Tahan.pdf>. Acesso em jul. 2014.

______. Três breves histórias sobre Malba Tahan. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11., 2013, Curitiba. **Anais eletrônicos**... Disponível em <http://sbem.web1471.kinghost.net/anais/XIENEM/pdf/3327_2093_ID.pdf >. Acesso em 29 jun. 2014.

______. **Os concursos de Malba Tahan veiculados na Última Hora em 1972**. São Paulo: Editora e Livraria de Física, 2015.

STANCANELLI, R. Conhecendo Diferentes Tipos de Problemas. In: SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. (Org.). **Ler, escrever e resolver problemas:** Habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001. p. 103-120.

TAHAN, M. **O Homem que Calculava**. 72. ed. Rio de Janeiro: Record, 2008.

VARIZO, Z. da C. M. O ensino da Matemática e a resolução de problemas. **Inter-ação**, Revista da Faculdade de Educação, Universidade Federal de Goiás, Goiás, n. 17, p. 1-20, 1993.