



## OS SONS DA FUNÇÃO SENO: UMA ATIVIDADE DE ENSINO MEDIADA PELO GEOGEBRA

Dienifer Tainara Cardoso<sup>1</sup>

Jéssica Meyer Sabatke<sup>2</sup>

Rogério de Aguiar<sup>3</sup>

### Educação Matemática, Tecnologias Informáticas e Educação a Distância

**Resumo:** O presente trabalho é o relato dos resultados de uma atividade de ensino aplicada a onze alunos de uma turma de mestrado, todos professores de Matemática. As atividades propostas buscavam explorar os conceitos de amplitude e frequência por meio da utilização do software GeoGebra. O objetivo da atividade foi apresentar algumas potencialidades do GeoGebra, bem como, discutir a aplicabilidade desta atividade em uma turma do Ensino Médio. Os resultados foram analisados a partir das respostas colhidas entre os alunos que realizaram as atividades, e também por meio de observações e discussões feitas durante a execução em sala. Uma das conclusões a que chegamos foi que a atividade despertou interesse e foi produtiva com os mestrandos, principalmente pelo fato de conhecerem comandos de sons que o software apresenta. Porém, para que seja implementada em sala de aula, ainda necessita que se façam algumas alterações na sequência de atividades.

**Palavras Chaves:** Função seno. Amplitude. Frequência. Notas musicais. GeoGebra.

### INTRODUÇÃO

Sabemos que inovar em sala de aula é uma tarefa delicada, porém consideramos importante que o professor reflita sobre sua prática e busque aplicar metodologias diferenciadas, com novas abordagens do conteúdo, que desperte a curiosidade dos alunos.

Como diz Tavares (2013, p. 14) “um grande problema no processo de ensino aprendizagem da matemática é a falta de interesse dos alunos em consequência de suas dificuldades no entendimento da matéria”. Diante disso, os professores devem estar sempre buscando inovar sua prática de modo a cativá-los.

Em relação ao ensino de funções trigonométricas, uma abordagem recomendável é a utilização de aplicativos de geometria dinâmica. Um dos motivos, conforme Claudio e Cunha (2001), é que a utilização do computador no ensino da

<sup>1</sup> Mestranda do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências, Matemática e Tecnologias. Universidade do Estado de Santa Catarina. E-mail: cardoso.dienifer@gmail.com.

<sup>2</sup> Mestranda do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências, Matemática e Tecnologias. Universidade do Estado de Santa Catarina. E-mail: jessicasabatke2@gmail.com.

<sup>3</sup> Doutor em Matemática Aplicada. Universidade do Estado de Santa Catarina. E-mail: rogerville2001@gmail.com

Matemática desperta o interesse do aluno pela disciplina, sendo este um aspecto positivo na utilização de um software matemático.

O objetivo do presente trabalho é apresentar uma proposta de ensino envolvendo a função seno que foi aplicada à turma de Fundamentos do Cálculo do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências, Matemática e Tecnologias (PPGECMT) do Centro de Ciências Tecnológicas da Universidade do Estado de Santa Catarina (UDESC). As atividades desenvolvidas consistiram em apresentar a função seno com o auxílio do GeoGebra explorando alguns parâmetros dessa função. Além disso, buscou-se evidenciar uma aplicação da função seno utilizando-se a relação entre este tipo de função e as notas musicais a partir do significado físico da frequência e da amplitude. A atividade realizada no ambiente GeoGebra teve como intuito que o aluno visualizasse o que acontece graficamente quando se modificam alguns parâmetros da função, e também, que ele percebesse que estes parâmetros representam a alteração de intensidade e altura de notas musicais.

Essa abordagem diferenciada de expor a função seno só foi possível devido ao software GeoGebra, que permite uma análise interativa e dinâmica sobre a alteração dos parâmetros da função seno gerando diferentes sons audíveis. Ademais, a escolha pelo software se deu por ele ser gratuito, e permitir ser usado tanto on-line como off-line (instalado no computador), sendo de fácil instalação tanto no sistema operacional Windows, quanto no Linux e no IOS, estando disponível também para o sistema Androide.

## **CONHECENDO A FUNÇÃO SENO**

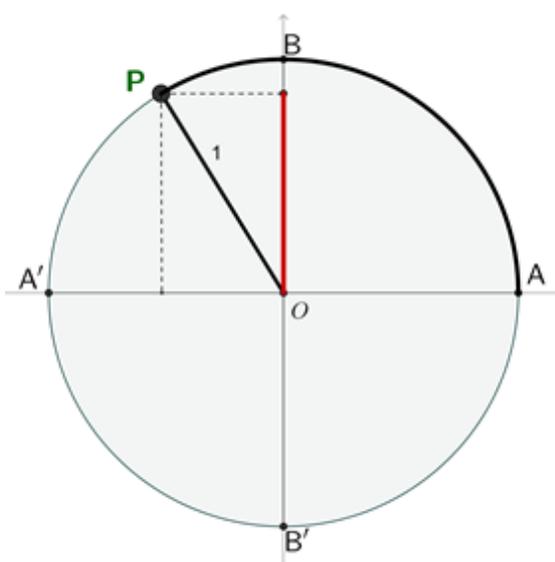
Segundo Boyer (1974) no início da história quando os babilônios e os egípcios iniciaram o uso da trigonometria, ela tinha o nome de “trilaterometria”, pois nesta época não era conhecida a medida de ângulo.

Segundo Costa (1997), no século IV o centro da cultura começou a se deslocar para a Índia onde foi definido o seno, inicialmente chamado de *Jiva*, que era denominada a razão entre o cateto oposto e a hipotenusa sendo que este conceito estava relacionado com os estudos de Astronomia.

Dado esse conceito inicial, foi possível definir o seno de um arco  $c$  no ciclo

trigonométrico (o círculo de raio um no plano cartesiano). Para tal, fixado um ponto  $A$  sobre a circunferência do ciclo trigonométrico devemos tomar um ponto  $P$  também sobre circunferência do ciclo trigonométrico tal que  $AP = c$ . O comprimento do arco  $c$ , denotado por  $|c|$  é medido a partir de  $A$ , e para marcar o ponto  $P$  deve-se considerar o sentido anti-horário se  $c > 0$  e sentido horário se  $c < 0$ . Dessa forma, se  $P = (x, y)$  definimos o seno de  $c \in \mathbb{R}$  denotado por  $\text{sen } c$ , por  $\text{sen } c = y$ , ou seja, o seno de  $c$  é a ordenada do ponto  $P$  (MUNIZ NETO, 2013), conforme a Figura 1.

Figura 1 - Seno de um arco



Fonte: Adaptada de Muniz Neto (2013).

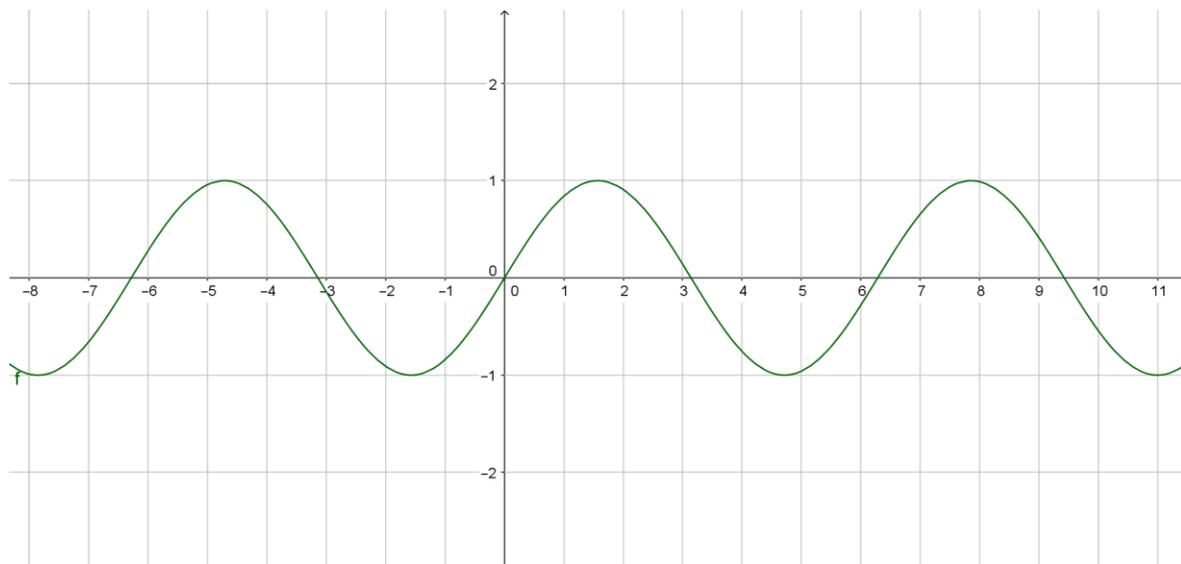
O ciclo trigonométrico é por definição o círculo de raio um, como mostra a Figura 1. Sendo assim, a maior ordenada no ciclo é 1, sendo a ordenada de  $B(0,1)$ , assim como, a menor ordenada é  $-1$ , a ordenada de  $B'(0,-1)$ . Então,  $-1 \leq \text{sen } c \leq 1$ .

Além disso, vale que para  $k \in \mathbb{Z}$ , o arco  $2k\pi$  radianos coincide com o ponto  $A$  do ciclo trigonométrico. Da mesma forma que, fixado  $c \in \mathbb{R}$ , a extremidade final do arco de comprimento  $c + 2k\pi$  coincide com aquela de um comprimento simples igual a  $c$ , ou seja,  $\text{sen}(c + 2k\pi) = \text{sen } c$ , para todo  $k \in \mathbb{Z}$ , sendo assim podemos definir a função seno com domínio dos reais como segue:  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  onde  $f(x) = \text{sen}(x)$ .

A função seno tem como principais características ser uma função limitada no

intervalo  $[-1,1]$ , tendo como conjunto imagem  $Im = [-1,1]$ , e periódica de período  $2\pi$ . O seu gráfico é conhecido como senoide, que pode ser visto na Figura 2.

Figura 2 – Gráfico senoide



Fonte: Produção no GeoGebra.

## **AMPLITUDE E FREQUÊNCIA DAS NOTAS MUSICAIS APOIADAS PELA TECNOLOGIA**

Em alguns eventos cotidianos podemos observar fenômenos periódicos, como por exemplo, altura das marés, pressão arterial e movimento de um pêndulo. Esses fenômenos são descritos por meio de ondas – geralmente representadas graficamente por senos ou cossenos - classificadas como ondas mecânicas (precisam de um meio material para se propagar) e ondas eletromagnéticas (não precisam de um meio material para se propagar). As ondas mecânicas estão associadas principalmente ao som, e as eletromagnéticas a luz e as cores.

A representação geométrica dessas ondas origina gráficos que podem ser analisados utilizando-se os conceitos das funções trigonométricas. Dois conceitos são fundamentais quando tratamos de onda: amplitude e frequência. A amplitude de uma onda “é a distância do nível de equilíbrio a crista ou ao vale de uma onda, quanto maior a amplitude maior é a quantidade de energia transportada” (PRADO, 2013, p. 36). Já a frequência é o número de oscilações por unidade de tempo. A unidade mais comum usada internacionalmente para expressar a frequência de uma onda é o hertz,

simbolizado por Hz, que equivale a uma oscilação por segundo.

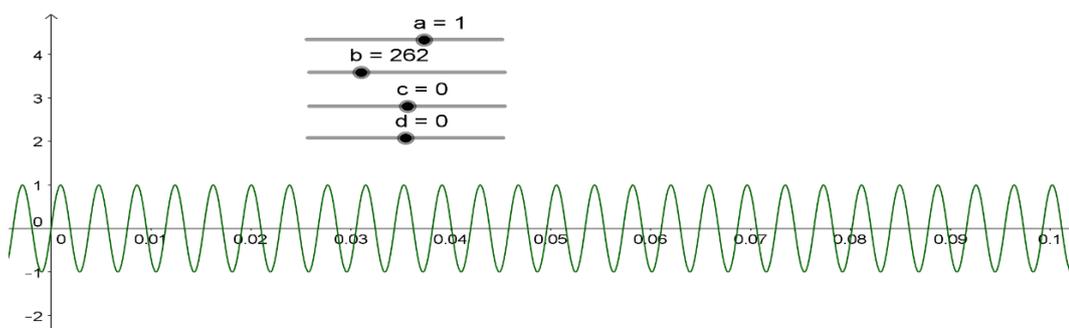
O som é um fenômeno físico e, quando ele acontece, ocorre a transformação da energia em um determinado meio, essa energia sendo transmitida como onda sonora leva a informação de diferentes frequências. A amplitude fornece, basicamente, a energia com a qual o som está sendo ouvido, ou seja, a intensidade do som que ouvimos é uma função crescente da sua amplitude (PRADO, 2013). A intensidade do som está relacionada ao seu volume e é medida em Decibéis (Db).

No caso das notas musicais a frequência está relacionada com o que o senso comum da maioria das pessoas chama de “altura”. Um som é relativamente agudo se sua frequência é alta, e é dito grave se sua frequência é baixa (PRADO, 2013).

A maioria dos sons musicais formam estruturas definidas pela função seno do tipo  $f(x) = a\text{sen}(Bx + c) + d$ , onde  $a$  fornece a amplitude e o  $B$  calculado por  $B = 2\pi b$ , é a frequência. Então, com os parâmetros  $(a, b, c$  e  $d)$  da função  $f(x) = a\text{sen}(2\pi bx + c) + d$ , é possível verificar algumas características do som, que serão relatadas nos próximos tópicos deste trabalho.

Os sons que escutamos em cada instrumento são denominados notas musicais, a “nota musical é o termo empregado para designar o elemento mínimo de um som e é formado por um único modo de vibração do ar” (PRADO, 2013). A frequência identifica a nota musical associada ao som, sendo assim, cada nota, num intervalo de um segundo, está associada à uma frequência, cuja unidade é o hertz. Certos valores de frequências são convencionalmente equivalentes às notas musicais ocidentais, por exemplo 262 Hz é a nota Dó, isso significa que ocorrem 262 oscilações no período de um segundo, como exemplo a Figura 3.

Figura 3 - Frequência de 262Hz, apresentado com os parâmetros da função seno – Gráfico de 1/10 da nota dó em um segundo



Fonte: Produção dos autores.

Hoje temos sete notas musicais mais convencionais, que estão representadas no Quadro 1 com suas respectivas frequências:

Quadro 1 - Notas musicais com suas frequências

Nota musical	Dó	Ré	Mi	Fá	Sol	Lá	Si
Frequência (Hz)	262	294	330	349	392	440	494

Fonte: Produção dos autores.

Alguns programas hoje facilitam a visualização dessas ondas, como por exemplo: *Wave Player*, *Audacity* e o simulador *Wave Interference*. Este último mostra o gráfico das ondas, com relação a mudança de sua amplitude e frequência em três situações – torneira pingando, som de alto-falante, e ondas da luz. O simulador está disponível gratuitamente no site da Universidade do Colorado (PHET, 2017).

O GeoGebra, é um software que pode ser utilizado para analisar mais amplamente a função seno, pois é possível atuar dinamicamente em cada parâmetro e observar o que acontece com a função. Consequentemente, com isso, é possível explorar as notas musicais, apresentadas no Quadro 1, visto que o programa possui o comando “TocarSom”, que executa o som, conforme modificações feitas.

### **USO DO GEOGEBRA PARA O ENSINO E FORMAÇÃO DE CONCEITOS**

Conforme Lopes (2011), as Tecnologias de Comunicação e Informação (TIC) estão cada vez mais frequentes em nosso cotidiano, sendo por exemplo, um instrumento de trabalho. Por conta disso, é de essencial importância o aumento da inserção dela na educação, principalmente na Educação Matemática.

O conteúdo de trigonometria é um dos conteúdos que pode estar aliado a tecnologia para uma melhor exploração da mesma. A exploração dos parâmetros da função seno, é um exemplo que vem sendo abordado com mais frequência pelos professores de Matemática com auxílio do software GeoGebra, sendo obtidos resultados positivos (DANTAS, 2015; BALDINI e CYRINO, 2012).

Além disso, sabemos da contribuição positiva que a investigação de contextos aplicados a vida cotidiana exerce na aprendizagem, fato presente nos Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN (BRASIL, 1997).

Desse modo, nosso intuito foi construir uma sequência de atividades em que fosse possível explorar esses recursos do GeoGebra para ensinar a função seno, e explicar a diferença de amplitude e frequência com as notas musicais.

## PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Tendo como objetivo a análise qualitativa da compreensão do conceito de amplitude e frequência da função seno, aplicamos uma sequência de atividades com auxílio do software GeoGebra. Essas atividades consistiram principalmente em investigar a compreensão desses conceitos quando interpretados a partir de notas musicais. Também, tínhamos como objetivo apresentar algumas funcionalidades do GeoGebra utilizando sons.

A sequência de atividades foi aplicada a onze mestrandos do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência, Matemática e Tecnologias, em um laboratório de informática, da Universidade do Estado de Santa Catarina durante duas aulas de 50 minutos cada.

A sequência desenvolvida, abordou quatro atividades, que foram baseadas nos trabalhos de Baldini e Cyrino (2012), Uebel e Castro (2015) e Almeida (2014), e está disponível no GeoGebra Book<sup>4</sup> juntamente com a descrição dos objetivos de realização de cada atividade. Além dessa sequência, foi aplicado um questionário de opinião, com o intuito de avaliar nossa atividade (Quadro 2).

Quadro 2 - Avaliando a sequência

- |  |
|--|
| <ol style="list-style-type: none"><li>1) Você conhecia esse recurso de áudio do GeoGebra? ( ) SIM ( ) NÃO</li><li>2) Você aplicaria uma atividade nesse estilo com seus alunos? ( ) SIM ( ) NÃO</li><li>3) O conceito de frequência e amplitude ficou claro da forma que foi explorado?<br/>( ) SIM ( ) NÃO Se não, porquê?</li><li>4) Tem alguma sugestão para mudança da aplicação da atividade?</li></ol> |
|--|

Fonte: Produção dos autores.

Para realização das atividades, solicitamos, anteriormente a aula, que os mestrandos levassem fone de ouvido, para que pudessem escutar individualmente os sons produzidos pelo software.

---

4 <https://ggbm.at/tqykjYnz>

## RESULTADOS E DISCUSSÕES

A primeira atividade (Figura 4), que consistia em analisar o que ocorria com a função seno, conforme variavam-se seus parâmetros, permitiu os mestrandos observarem o efeito no gráfico da função no GeoGebra conforme movimentavam-se os seletores – usados com a ferramenta do controle deslizante. Nem todos os alunos responderam utilizando as palavras “amplitude” (que era o que mudava quando se movimenta o seletor  $a$ ), ou “frequência” ou “período” (que era o que mudava quando se movimenta o seletor  $b$ ). No entanto, mesmo não utilizando esses termos em suas respostas, conseguiram verificar as mudanças na senoide, fato verificado também a partir de discussões após a apresentação das respostas em sala.

Figura 4 - Atividade 1

**Funções Seno e suas principais características**

Abrir uma tela do GeoGebra e digitar a função:  $f(x)=a*\sin(b*x+c)+d$  e criar seus respectivos seletores. Mudar o incremento dos seletores para 1. E responder as questões:

- 1) Ajuste os seletores para que  $b=1$ ;  $c=0$  e  $d=0$  movimente o seletor  $a$ , investigue o que acontece. O que o  $a$  faz na função?
- 2) Ajuste os seletores para que  $a=1$ ;  $c=0$  e  $d=0$  movimente o seletor  $b$ , investigue o que acontece. O que o  $b$  faz na função?
- 3) Ajuste os seletores para que  $a=1$ ;  $b=1$  e  $d=0$  movimente o seletor  $c$ , investigue o que acontece. O que o  $c$  faz na função?
- 4) Ajuste os seletores para que  $a=1$ ;  $b=1$  e  $c=0$  movimente o seletor  $d$ , investigue o que acontece. O que o  $d$  faz na função?

Fonte: Produção dos autores.

Na segunda atividade (Figura 5) o intuito era fazer a construção de “botões” no GeoGebra para executar os sons produzidos, e o aluno verificar o que ocorre com a alteração dos parâmetros na função seno em relação ao som. A ferramenta “botão” disponível no software serve para desencadear *scripts* quando clicados. Embora isso possa ser executado de alguma outra maneira, achamos conveniente implementar essa construção de botões pois permite que o aplicativo fique mais intuitivo. Há duas diferentes formas de implementar botões no GeoGebra: usando a ferramenta de botão, como é apresentado na Segunda Atividade do GeoGebra Book, ou utilizando comandos de programação. Alguns mestrandos, que não estavam muito habilitados a usarem o GeoGebra, tiveram dificuldades nessa construção, sendo necessário

explicações individuais para efetivação da atividade.

Figura 5 - Atividade 2

**Produzindo notas musicais no GeoGebra**

Utilizando a função investigada na 1ª parte, é o momento de fazer as alterações necessárias para a execução de notas musicais. Para isso, basta substituir **b** na função  $f(x)=a*\sin(b*x+c)+d$  por  $b*2*\pi$ , ficando com  $f(x) = a*\sin(b*2*\pi*x + c) + d$ .  
Ir em propriedades e também mudar o controle deslizante **b** de 0 a 500.

Mantendo **a=1, c=0 e d=0**, coloque **b=440** (pois representa a nota Lá).

Na janela de entrada entrar com um dos seguintes comandos:

- `TocarSom(f(x), 0, 3)`
- `TocarSom(sen(440*2*pi* x), 0, 3)`

Agora, criar um botão para o som tocar e desligar:

- Na barra de ferramentas escolher a opção *botão*, inserir uma legenda "play", e na programação digitar: `TocarSom(f(x),0,15)`;
- Depois, inserir um outro botão, "stop", com a programação: `TocarSom(0,0,0)`.

1) Verifique (usando o botão "play") o que acontece com o som, colocando os seguintes valores para **b**, (mantendo  $a=1, c=0$  e  $d=0$ ):

<i>b</i>	264	297	352	392	440	495	528
----------	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

a) O que você percebe escutando essas notas?

2) Agora, perceba o que acontece com o som alterando-se as constantes **a, c, b e d**.

Fonte: Adaptada de Almeida (2014).

Na primeira questão da segunda atividade, solicitamos aos mestrandos que escutassem o som das frequências dadas e observassem que se tratava da sequência das notas musicais conhecidas: Dó, Ré, Mi, Fá, Sol, Lá, Si, Dó. Porém, apenas dois alunos conseguiram perceber isso, os demais, constataram que havia mudança nos sons, mas não identificaram que os sons produzidos correspondiam a sequência das notas musicais. Contudo, após mostrarmos que as frequências dadas se referiam as sete notas musicais, eles conseguiram compreender do que se tratava, entretanto, alguns alegaram que não era possível perceber com nitidez o som que ouviram pelo seu fone de ouvido.

O fato de poucos alunos não terem notado que as frequências pertenciam as sete notas musicais pode estar relacionada ao fato que nenhum deles tinha familiaridade com teoria musical - isso foi perguntado a eles após a realização da atividade. Além disso, o som reproduzido por alguns fones de ouvido dos participantes pode ter influenciado na identificação dos sons. Todavia, os mestrandos (que também são professores) falaram que acreditam que seus alunos poderiam perceber esse fato com maior facilidade, já que muitos tocam algum instrumento musical ou tem

familiaridade com a música.

Em relação a definição de amplitude solicitada na terceira atividade (Figura 6), nenhuma das respostas pode ser considerada totalmente correta. A maioria das respostas definiu amplitude como sendo o valor máximo e mínimo da função, ou como sendo o tamanho da onda. Dentre essas respostas, um mestrando representou graficamente mostrando que a amplitude da função é a metade da distância vertical entre os picos, o que estaria correto, porém, sua definição não deixou isso evidente. Durante a aplicação da atividade observamos que poderíamos ter feito outras questões que levassem os mestrandos a concluírem por si só o que era amplitude.

Figura 6 – Atividade 3

<p><b><u>Amplitude e frequência:</u></b></p> <p>1) <b>O que você entendeu por amplitude?</b></p> <hr/> <hr/> <hr/>
<p>2) <b>O que você entendeu por frequência?</b></p> <hr/> <hr/> <hr/>

Fonte: Produção dos autores.

A segunda questão nessa mesma tarefa era sobre a definição de frequência. Dentre os onze alunos, três responderam corretamente, descrevendo que frequência é o número de oscilações que ocorre em um período de tempo. Algumas das demais respostas foram: “é o período da função” e “deslocamento do período”.

Durante a quarta atividade, que foi aplicada apenas para conhecimento dos mestrandos, eles pareceram se divertir criando diferentes melodias. Inclusive citaram que seria interessante apresentar isso aos seus alunos.

Na avaliação da nossa sequência, um dos mestrandos não respondeu, logo, contaremos com apenas dez do total. Na pergunta 1 obtemos todas as respostas sendo “não”, ou seja, nenhum conhecia o recurso de áudio do GeoGebra. Na pergunta 2 e 3, obtemos oito “sim” e dois “não”, o que indica que com esse grupo de alunos a atividade demonstrou ter sido relevante.

Nas observações, evidenciaram que apesar de terem gostado da atividade, não a aplicariam como uma atividade introdutória, mas sim, após a definição e

exemplificações da função seno. E por fim, uma das sugestões é que conceitos musicais específicos fossem explorados, como por exemplo som agudo e grave.

## **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Percebemos que atualmente existem alguns programas e simuladores disponíveis gratuitamente que permitem explorar o conteúdo de ondas em determinadas situações. Nesse artigo, focamos mais especificamente nas potencialidades que o GeoGebra oferece com relação a função seno e o som de determinadas notas musicais.

A aplicação nos permitiu verificar que apesar de serem exploradas algumas atividades com o auxílio do GeoGebra, a visualização da diferença de amplitude e frequência - que era um dos nossos objetivos - nesse caso, não foi obtida com êxito. Logo, para que a atividade possa ser aplicada no Ensino Médio, algumas modificações são sugeridas, como por exemplo, explorar a definição da função seno, frequência e amplitude, e depois, utilizar as atividades aqui propostas como atividades complementares para que os alunos visualizem uma aplicação prática das funções trigonométricas.

Um dos fatos interessantes observados após a análise dos resultados, foi que nenhum dos mestrandos conhecia a possibilidade de trabalhar com comandos de som do software. O que é algo relevante, já que todos são professores de Matemática. Desse modo, acreditamos que a atividade contribuiu para esses professores conhecerem um novo recurso e um modo diferente de poder aplicar a função seno com seus alunos, visto que, a maioria respondeu no formulário que aplicaria a atividade com suas turmas.

## **REFERÊNCIAS**

ALMEIDA, Mario Sérgio. **A Matemática de Alguns Experimentos Sonoros**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal da Bahia, Salvador, 2014.

BALDINI, Loreni Aparecida Ferreira; CYRINO, Márcia Cristina de Costa Trindade. Função seno: uma experiência com o software GeoGebra na formação de professores de Matemática. **1ª Conferência Latino Americana de GeoGebra**. São Paulo, 2012, p.151 – 164.

BOYER, Carl Benjamin. **História da Matemática**. Tradução Elza F. Gomide, São Paulo: Edgard Blucher. ed. da Universidade de São Paulo, 1974.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática** / Secretaria de Educação Fundamental – Brasília: MEC/SEF, 1997.

CLAUDIO, Dalcidio Moraes; CUNHA, Márcia Loureiro da. As Novas Tecnologias na Formação de Professores de Matemática. In: CURY, Helena Noronha (org.). **Formação de professores de Matemática: uma visão multifacetada**. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2001.

COSTA, Nilce Meneguelo Lobo da. **Funções seno e cosseno: uma sequência de ensino a partir do contexto do mundo experimental e do computador**. Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1997.

DANTAS, Aleksandre Saraiva. O uso do GeoGebra no ensino de trigonometria: uma experiência com alunos do ensino médio. **Ciência e Natura**. Santa Maria, v. 37. ed. Especial PROFMAT, 2015, p. 123 – 142.

MUNIZ NETO, Antonio Caminha. **Geometria**. Coleção PROFMAT. 1. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2013.

LOPES, Maria. Contribuições do software Geogebra no ensino e aprendizagem de trigonometria. **XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática**. Recife, Brasil, 2011.

PHET INTERACTIVE SOMULATIONS. **Wave Interference**. Disponível em: <<https://phet.colorado.edu/en/simulation/wave-interference#translated-versions-header>>. Acesso em: 08 de junho de 2017.

PRADO, Flávio Brito. **Uma proposta de ensino de construção de gráficos da função afim com funções trigonométricas e uma aplicação em música**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Instituto de Matemática Pura e Aplicada e Sociedade Brasileira de Matemática, Rio de Janeiro, 2013.

TAVARES, Wellington Silva. **O ensino de funções trigonométricas com o auxílio do software matemático de ambiente gráfico WINPLOT**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Instituto de Matemática e Estatística, Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2013.

UEBEL, Tamara; CASTRO, Manuela Longoni. **Relacionando a função seno e fenômenos periódicos: uma experiência com mídias digitais**. Trabalho de conclusão de especialização (Ciências Exatas e da Terra) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2015.