



## EXPLORAÇÃO DAS INTERPRETAÇÕES DOS NÚMEROS RACIONAIS POR MEIO DO FRAC-SOMA 235: REFLEXÕES PERANTE A PRÁXIS DE UMA OFICINA

Dienifer da Luz Ferner<sup>1</sup>

Andressa de Siqueira Cereta<sup>2</sup>

Patrícia Pujol Goulart Carpes<sup>3</sup>

### Educação Matemática no Ensino Superior

**Resumo:** O presente trabalho tem por objetivo apresentar os resultados concernentes a oficina: "Explorando as interpretações dos números racionais por meio do Frac-Soma 235" discutindo a relevância destes saberes na formação do professores de Matemática, tendo como fundamentação as ideias de Magina e Campos (2008) e Duval (1993), especialmente no que diz respeito às Interpretações dos números racionais e o uso da Teoria dos Registros de Representação Semiótica. A opção teórico-metodológica adotada é de cunho qualitativo, tendo como instrumento de produção de dados a folha de registro escrito dos participantes da oficina. As conclusões permitem considerar que o PIBID por meio desta ação oportunizou um ambiente propício à aprendizagem conjunta, participantes com trajetórias acadêmicas diferentes e por conseguinte favorecendo a qualificação e trocas dos processos de ensinar e aprender.

**Palavras Chaves:** Registro de Representação Semiótica. Materiais Manipuláveis. PIBID. Números Racionais. Oficina.

### INTRODUÇÃO

Várias pesquisas e avaliações nacionais e regionais<sup>4</sup> apontam que os estudantes ainda não atingiram os níveis de conhecimento esperados para as séries analisadas em Matemática. Este fato pode estar relacionado a pouca apreciação pela disciplina e/ou ao não entendimento do quê e do porque do que estão estudando, ou seja, não atribuem significados para os conceitos matemáticos trabalhados na escola. Dentre os conteúdos matemáticos que os estudantes apresentam grandes dificuldades, pode-se destacar o conceito de número racional e seus diferentes significados. Destaca-se ainda, que esta dificuldade muitas vezes ainda persiste no Ensino Superior.

Pesquisas recentes evidenciam dificuldades em relação ao conceito do número racional, tanto do ponto de vista do ensino quanto do ponto de vista da

---

<sup>1</sup> Graduada em Matemática - Licenciatura; Universidade Federal do Pampa - Campus Itaqui; [dieniferferner@gmail.com](mailto:dieniferferner@gmail.com)

<sup>2</sup> Bolsista de Iniciação à Docência - PIBID Subprojeto/Matemática; Universidade Federal do Pampa - Campus Itaqui; [andressa.s.cereta@gmail.com](mailto:andressa.s.cereta@gmail.com)

<sup>3</sup> Mestre em Matemática Pura e Aplicada; Universidade Federal do Pampa - Campus Itaqui; [patigou23@gmail.com](mailto:patigou23@gmail.com)

<sup>4</sup> Magina e Campos (2008), SAERS (2007), Prova Brasil (2008).

aprendizagem. Com relação ao ensino, o que se tem revelado nas pesquisas, é uma maior ênfase em procedimentos e algoritmos, e uma forte tendência para principiar esse conceito com base no significado parte – todo, geralmente, ensinado sem muito sentido para o estudante. Essas situações são, na maioria das vezes, apresentadas por figuras de um todo dividido em partes iguais, com algumas dessas partes pintadas ou hachuradas. Alicerçado a isso, são apresentados aos estudantes os termos da fração; o total de partes em que o todo foi dividido corresponderá ao denominador e a quantidade de partes pintadas será o numerador da fração, trabalhando-se, a partir daí, com a representação  $a/b$ , sem explorar que essa representação assume diferentes significados dependendo do contexto: número, parte/todo, quociente, medida, operador multiplicativo (MAGINA e CAMPOS, 2008).

No que diz respeito à aprendizagem, os estudantes podem até apresentar algumas habilidades em manipular os números racionais, sem necessariamente ter uma compreensão clara deste conceito. Nunes, Bryant discutem que:

Com as frações as aparências enganam. Às vezes as crianças parecem ter uma compreensão completa das frações e ainda não o tem. Elas usam os termos fracionais certos; elas falam sobre fração coerentemente; elas resolvem alguns problemas fracionais; mas diversos aspectos cruciais das frações ainda lhes escapam. De fato, as aparências podem ser tão enganosas que é possível que alguns alunos passem pela escola sem dominar as dificuldades das frações, e sem que ninguém perceba (NUNES; BRYANT, 1996 apud MAGINA; CAMPOS, 2008, p. 26).

A afirmação apresentada por Nunes e Bryant pode ser constatada quando observa-se o baixo desempenho atingido pelos estudantes brasileiros do Ensino Superior em avaliações referentes à componentes curriculares como Teoria das Funções Elementares e Cálculo frente a situações que envolvem o conceito de número racional, na sua representação fracionária, em questões bem próximas daquelas trabalhadas em sala de aula da Educação Básica, apresentadas na maioria dos livros didáticos e retomada em conceitos de teor universitário.

Diante deste contexto, o tema desta pesquisa deu-se com base em nossa participação no Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência - PIBID, que por meio deste vivenciamos as dificuldades apresentadas pelos estudantes e professores da Educação Básica quando se trata do ensino e aprendizagem dos números racionais. Tendo em vista esta necessidade, em reuniões realizadas com o grupo de bolsistas de Iniciação à Docência (ID), em meio a estudos e discussões realizadas sobre este assunto, foi proposta uma oficina para ampliar esta questão

com o objetivo geral de apresentar aos acadêmicos as interpretações dos números racionais e duas opções de trabalhar este conceito/conteúdo de uma forma diferenciada em sala de aula.

A oficina foi destinada à acadêmicos do curso de Matemática - Licenciatura da Universidade Federal do Pampa - UNIPAMPA campus Itaqui e à professores da Educação Superior e Básica desta área pertencentes a este mesmo município. Esta transcorreu em três momentos e cada um deles contou com o envolvimento de grupos diferentes de bolsistas de iniciação à docência (ID). O primeiro momento proposto, foi reservado a apresentação das possíveis interpretações dos números racionais conforme Lamon (2008) e Oliveira (2014), em razão de que, conforme supracitado, apenas uma dessas interpretações é a mais enfatizadas na Educação Básica, a saber, parte-todo.

O segundo momento foi destinado a apresentação e posterior manipulação do *software* JFractionLab com o intuito de apresentar e discutir o conceito de números racionais por meio da manipulação do *software* JFractionLab, explorando seus limites e potencialidades. Já o terceiro momento, cujo relato e discussão é o foco deste trabalho, teve por objetivo explorar as interpretações dos números racionais por meio do Frac-Soma 235, numa tentativa de apresentar aos participantes como e quando fazer uso do material manipulativo para o trabalho com as interpretações propostas por Magina e Campos (2008) para os números racionais.

Nesse sentido, o trabalho tem por objetivo apresentar os resultados concernentes a oficina: "Explorando as interpretações dos números racionais por meio do Frac-Soma 235" discutindo a relevância destes saberes na formação do professores de Matemática.

## **REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA E AS INTERPRETAÇÕES DOS NÚMEROS RACIONAIS: POSSIBILIDADES COM O FRAC-SOMA 235**

Um número racional é o que pode ser escrito na forma  $a/b$  onde  $a$  e  $b$  são números inteiros, e  $b$  deve ser não nulo, isto é,  $b \neq 0$ . No entanto, essa notação  $a/b$  assume diferentes significados, dependendo do contexto que está inserida. São esses diferentes significados que devem ser trabalhados na escola, com o intuito de levar os estudantes a compreenderem a importância desses números na Matemática, nas outras áreas do conhecimento e no próprio dia a dia.

Para tanto, torna-se necessário buscar nos resultados das pesquisas em Educação Matemática teorias e metodologias que dêem suporte para a elaboração dos planejamentos, bem como realizar novas pesquisas sobre o processo de ensino e aprendizagem do número racional e seus diferentes interpretações além de propiciar o contato com as teorias e metodologias aos professores, tanto em formação inicial como continuada.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), os números racionais é um dos conceitos/conteúdos mais complexos que são estudados inicialmente no segundo ciclo do Ensino Fundamental e concluídos nos ciclos posteriores, contudo vemos que grande parte dos estudantes tem dificuldades em compreendê-lo, no entanto muitos professores também se deparam com algum tipo de dificuldade e com isso acabam recorrendo a métodos baseados na memorização e repetição, deixando de incentivar a curiosidade dos seus estudantes na descoberta dos conceitos envolvidos.

Ciscar e Garcia (2000) afirmam que as crenças dos professores orientam suas ações em sala de aula e podem, às vezes, influenciar mais na sua prática do que o conhecimento de técnicas ou de planejamento para ensinar. Esses pesquisadores sugerem que os professores deveriam responder algumas perguntas que podem surgir quando têm que ensinar frações, a saber: Que noções acreditam que são básicas no ensino de frações? Acreditam que as crianças identificam a noção de operação com frações nas situações cotidianas? Acreditam que as crianças utilizam os algoritmos relativos às operações com frações em situações do cotidiano? O ensino de frações deve permanecer em um nível mais abstrato?

Ainda com os estudos de Gonçalves (2013) pode-se inferir, o quanto as crenças do professor em relação às frações podem influenciar as crenças que os estudantes desenvolvem com esse conteúdo. De maneira geral, alunos que estão iniciando um Curso de Licenciatura em Matemática guardam recordações de suas experiências escolares acerca da aprendizagem de frações e do modo com que seus professores trataram esse conteúdo em sala de aula. Dito isso, torna-se pertinente apresentar aos acadêmicos de um curso de Licenciatura em Matemática as demais interpretações dos números racionais a fim de que este não se apoiem apenas em suas experiências escolares para ministrar aulas.

Cabe ainda destacar que em Matemática toda comunicação é estabelecida com base em representações, pois de forma distinta das demais áreas do

conhecimento, os objetos matemáticos são abstratos, ou seja, não são diretamente perceptíveis ou observáveis; necessitando do uso de representações semióticas para a sua apreensão (DUVAL, 2009).

A apreensão dos conceitos matemáticos implica, segundo a teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval (1993), uma abordagem cognitiva de conceitos, ou seja, para alcançar a conceitualização e então poder aplicar os conceitos matemáticos torna-se necessário uma coordenação das várias representações de um mesmo objeto matemático.

As representações semióticas possuem, ao mesmo tempo, a função de objetivação (tomada de consciência), comunicação e tratamento intencional. São representações semióticas: a língua natural, os sistemas de escrita (numérico, algébrico e simbólico), os gráficos cartesiano e as figuras geométricas.

Duval (2009) afirma que não é possível separar os diversos registros de representação semiótica da função cognitiva do pensamento humano. Para ele, não há *noésis* (apreensão conceitual de um objeto) sem *sémiosis* (apreensão ou produção de uma representação semiótica). Essas considerações podem ser exemplificadas: considere um número racional e seus diferentes registros de representação.

(1) Representação fracionária:  $\frac{1}{2}$

(2) Representação decimal: 0,5



(3) Representação figural:

(4) Representação pela língua natural: um meio ou metade

Portanto, temos um número racional representado de quatro formas diferentes: fracionária, decimal, figural e em língua natural, destacando que a única mudança nestes quatro registros foi na forma de representação e não o conteúdo representado. Soares (2007) ainda destaca que o fato de o estudante saber resolver uma atividade envolvendo o número racional na forma fracionária ou qualquer outra (*sémiosis*) não garante que ele tenha o conceito do objeto número racional (*noésis*). Isto porque, conforme Duval (1993), os registros de representação de cada objeto matemático são parciais em relação a ele. Sendo parciais, para ocorrer a *noésis* é necessário integrar todos os registros de representação significativos com suas especificidades próprias.

Soares (2007) ao destacar a representação fracionária de um número racional, apresenta exemplos de como a teoria dos Registros de Representação Semiótica é oportuna com a discussão das diversas interpretações cabíveis a um número racional, a saber:

A relação **parte/todo** significa a divisão de um dado objeto em  $n$  partes, isto é, quando um todo (unidade) é dividido em partes iguais, sendo cada parte representada por  $1/n$ , e o procedimento da dupla contagem dá conta de se chegar a uma resposta correta. A representação fracionária pode ser vista também como o **quociente** de um inteiro por outro ( $a:b=a/b; b \neq 0$ ), representando o tamanho de cada grupo quando se conhece o número de grupos a ser formado.

Outro aspecto a ser observado, diz respeito a representação fracionária com o significado de **número**. Nesse significado está envolvida a ideia da notação  $a/b$ , expressar um número na reta numérica, ou ainda sua representação na notação decimal. A **medida** traz em seu significado a ideia de dividirmos uma unidade em partes iguais (sub-unidades), e verificarmos quantas dessas partes caberão naquele que se quer medir.

Um último aspecto da representação fracionária tratada como **operador multiplicativo**, ou seja, quando é interpretado como razão. Isso ocorre, por exemplo, quando se lida com informações do tipo “5 de cada 15 estudantes precisam realizar o exame.”

O conjunto dos Números Racionais recebe destaque por ser um conteúdo que do início até certo ponto, é tratado como parte da realidade do estudante e usado material concreto para a representação da mesma. A partir do momento em que o estudante consegue identificar “frações”, o professor, na maioria das vezes deixa de utilizar o referido material e a contextualização para continuar o ensino desse conteúdo, ou até mesmo antes do seu entendimento. O uso do material concreto é utilizado apenas como método para dar início ao conteúdo.

A dificuldade do estudante pode aumentar ou começar a partir do momento da abstração desse conteúdo, onde é primordial que o mesmo entenda os processos envolvidos, bem como suas operações e propriedades. Pensa-se que o material concreto pode ser utilizado não somente para o início de determinado conteúdo, como também, na exploração de diversos conceitos/interpretações, como é o caso dos números racionais.

Para tanto, destaca-se as potencialidades do trabalho com o Frac-Soma 235 (Figura 1), que é um material de autoria de Roberto Ribeiro Baldino, que busca trabalhar o conceito e operações com frações. Consiste em barras de mesmo tamanho, 60 centímetros, que são divididas em peças congruentes, com divisores múltiplos de 2, 3 e 5 e para cada um dos divisores é atribuída uma cor.

Figura 1: Frac-soma



Fonte: Arquivo pessoal das pesquisadoras

## PRESSUPOSTOS METODOLÓGICOS

Conforme supracitado, a oficina como um todo foi dividida em três partes. Neste trabalho o enfoque será a terceira parte da oficina, a qual envolveu 31 participantes<sup>5</sup> em uma atividade com duração de uma hora e meia.

Tendo uma abordagem qualitativa, a presente discussão teve como produção de dados o registro escrito pelos participantes sistematizado em uma folha de registro elaborada pelas autoras. A folha de registro foi dividida em quatro blocos, a saber: Bloco I - Conceituando Fração, Bloco II - Equivalência de Frações, Bloco III - Explorando as Interpretações, Bloco IV - Investigando as Respostas de Estudantes.

Cada um destes blocos foi organizado no intuito de explorar o material Frac-Soma 235 e propiciar que os participantes reconhecessem o material e as diversas formas de representar determinadas frações e suas frações equivalentes (Bloco I e II), bem como, discutir de que forma as interpretações propostas por Magina e Campos (2008) poderiam ser trabalhadas utilizando do Frac-Soma como recurso

---

<sup>5</sup> Os quais 5 destes eram professores do curso de Matemática-Licenciatura da UNIPAMPA e outros 2 professores da rede pública estadual lotados em uma escola parceira do PIBID/Matemática.

pedagógico e de que forma este material pode contribuir para a análise de erros dos estudantes e como um registro de representação semiótica.

Destaca-se que o trabalho foi realizado em grupos, devido a disponibilidade do material manipulativo.

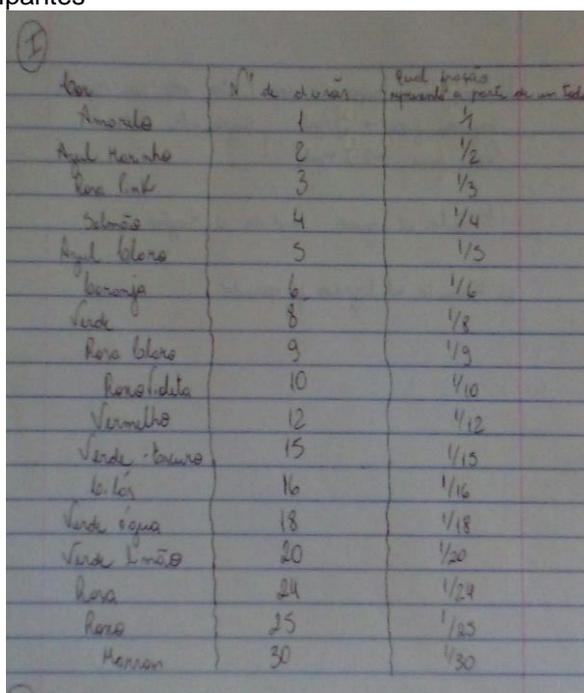
## PONDERAÇÕES DOS RESULTADOS

Inicialmente foi apresentado o material do Frac-soma 235 aos participantes, do que se tratava, do que consistia e suas principais funções. Cabe destacar que a grande maioria destes não haviam tido nenhum contato com este material.

Na sequência foi entregue a cada grupo a folha de registro contendo os quatro blocos de atividades. Foi solicitado aos participantes que fossem realizando e comentando juntamente cada um dos blocos.

O Bloco I - Conceituando Fração foi destinado ao reconhecimento do material manipulativo Frac-Soma 235, para tanto, foi proposta a construção de uma tabela com a cor, o número de divisões e qual era a fração que representava uma parte do todo de cada um dos divisores. Os professores e acadêmicos não apresentaram nenhuma dificuldade na montagem do Frac-soma 235, nem na compreensão de quais divisões faziam parte deste material (Figura 2).

Figura 2: Tabela das divisões do Frac-soma apresentada por um dos participantes



Cor	Nº de divisões	Frac. inteira representada a parte de um todo
Amarelo	1	$\frac{1}{1}$
Azul escuro	2	$\frac{1}{2}$
Verde escuro	3	$\frac{1}{3}$
Verde claro	4	$\frac{1}{4}$
Azul claro	5	$\frac{1}{5}$
Amarelo	6	$\frac{1}{6}$
Verde	8	$\frac{1}{8}$
Verde claro	9	$\frac{1}{9}$
Rosa claro	10	$\frac{1}{10}$
Vermelho	12	$\frac{1}{12}$
Verde - amarelo	15	$\frac{1}{15}$
Verde	16	$\frac{1}{16}$
Verde claro	18	$\frac{1}{18}$
Verde claro	20	$\frac{1}{20}$
Rosa	24	$\frac{1}{24}$
Rosa	25	$\frac{1}{25}$
Amarelo	30	$\frac{1}{30}$

Fonte: Arquivo pessoal das pesquisadoras

No Bloco II - Equivalência de Frações, as atividades apresentadas tinham a intenção de explicitar a partir do Frac-soma 235 que uma fração pode ser representada de diferentes formas e/ou com diferentes peças desse material trabalhando desta forma frações equivalentes e podendo também explorar a ideia de soma de frações. Uma das atividades deste bloco tinha o seguinte enunciado: “Busque no material peças de **tamanhos diferentes** que recubram a peça que representa  $\frac{1}{3}$ ”, todos os grupos de participantes realizaram a atividade, mas a grande maioria utilizou peças de mesmo tamanho, desta forma não atingindo o propósito que havíamos pensado para a atividade, o qual seria relacionar o conteúdo de soma de frações (Figura 3).

Figura 3: Respostas para a questão do bloco II

$\frac{2}{6}, \frac{3}{9}, \frac{4}{12}, \frac{5}{15}, \frac{6}{18}, \frac{8}{24}$   
 AZUL CLARO  $\frac{1}{5}$   
 +  $\frac{1}{12}$   
 VINHO  $\frac{1}{12}$   
 +  $\frac{1}{20}$   
 VERDE LIMÃO  $\frac{1}{20}$   


---

 $\frac{40}{120} = \frac{1}{3}$

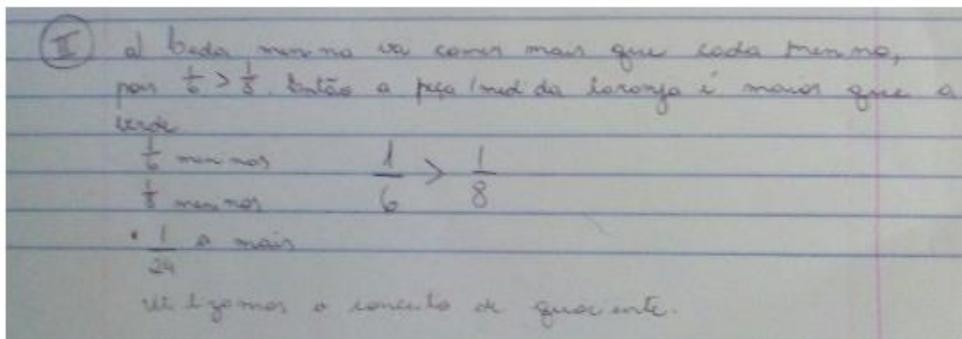
Fonte: Arquivo pessoal das pesquisadoras

O Bloco III - Explorando as Interpretações, foi baseado em questões apresentadas por Magina e Campos (2008), com o intuito de que os acadêmicos e professores pensassem de que forma as atividades expostas poderiam ser explicadas aos estudantes por meio do Frac-soma 235 e quais das interpretações do número racional estava sendo utilizada. Os participantes responderam as atividades na folha de registro na representação da língua natural (Figura 4), mas alguns não utilizaram o material manipulável para encontrar a resposta mas sim os conhecimentos já adquiridos, desta forma não pensando como iria se ensinar/explicar cada situação aos estudantes.

Figura 4: Resposta de uma das situações do bloco III

a) Seis meninas dividem uma torta e oito meninos também dividem outra torta ambas de mesmo tamanho.

- Cada menina vai comer o mesmo tanto que cada menino? Por quê?
- Que fração as meninas vão comer? E os meninos? Qual a maior fração? Quanto maior?



Fonte: Arquivo pessoal das pesquisadoras

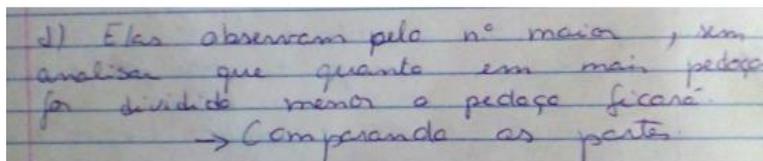
No Bloco IV - Investigando as Respostas de Estudantes, foi apresentada a resposta de um estudante fictício dos anos finais do Ensino Fundamental para uma das questões expostas anteriormente, por conseguinte, foi perguntado aos participantes que como eles pensam que havia sido estruturado o raciocínio do estudante e como eles fariam para promover a compreensão deste estudante. Cabe destacar que alguns participantes não responderam a esta questão e os que responderam utilizariam a comparação de frações para a compreensão da situação por meio do estudante (Figura 5).

Figura 5: Resposta da atividade do bloco IV

Uma criança deu as seguintes respostas:

- Cada menino vai comer o mesmo tanto que cada menina vai comer porque as tortas são do mesmo tamanho.
- Os meninos comem  $\frac{1}{8}$  e as meninas comem  $\frac{1}{6}$ .
- $\frac{1}{8}$

Como você acha que essa criança raciocinou? O que você faria para promover a compreensão dessa criança?



Fonte: Arquivo pessoal das pesquisadoras

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Considera-se que o presente trabalho constrói-se na esteira de discussões ainda em aberto acerca dos estudos referentes aos números racionais, principalmente no que diz respeito a correntes teórico/metodológicas para o processo de ensino e aprendizagem. Dito isso, infere-se que a reflexão e a troca de saberes propiciadas pela oficina “Explorando as interpretações dos números racionais por meio do Frac-Soma 235” é de relevância não só para acadêmicos do curso, mas também, para a comunidade escolar da região.

As folhas de registro elaboradas para a oficina, possibilitaram mostrar o envolvimento e entendimento/reflexão de cada um dos grupos mediante ao assunto proposto, visto que a maioria dos participantes não tinham o conhecimento sobre as interpretações dos números racionais e nem de que forma poderiam ser ensinados com o auxílio de um material manipulável.

Para a realização da oficina aqui relatada, foi fundamental o envolvimento e a reflexão sobre as atividades propostas, a definição de metas e objetivos a serem atingidos e o desejo de aprender para ensinar. Contribuindo desta forma para a formação tanto dos bolsistas ID que elaboraram a oficina quanto aos participantes, proporcionando um espaço de aprendizagem e construção de vivências relacionadas à docência.

Neste trabalho foi possível observar que o PIBID por meio desta ação oportunizou um ambiente propício à aprendizagem conjunta, participantes com trajetórias acadêmicas diferentes e por conseguinte favorecendo a qualificação e trocas dos processos de ensinar e aprender.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

CISCAR, S. L.; GARCIA, M. V. S. **Fracciones: la relación parte-todo**. Madrid: Síntesis, 2000.

DUVAL, R. **Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée**. In: Annales de Didactique et de Sciences Cognitives. IREM de Strasbourg, vol V, p.37-65, 1993.

DUVAL, R. **Semiósis e pensamento humano: registro semiótico e aprendizagens intelectuais (Semiosis y Pensamiento Humano: Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels): (fascículo I)/ DUVAL, R.** Tradução: LEVY, L. SILVEIRA, M. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

GONÇALVES, M. I. **Crenças e dificuldades de futuros professores de matemática no domínio de números racionais.** Tese (Doutorado). Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte, 2013.

LAMON, S. J. **Teaching Fractions and Ratios for Understanding: Essential Content Knowledge and Instructional Strategies for Teachers.** 2. ed. Londres: Lawrence Erlbaum Associates, 2008.

MAGINA, S.; CAMPOS T. **A fração nas perspectivas do professor e do aluno dos dois primeiros ciclos do ensino fundamental.** Bolema, Rio Claro, SP, Ano 21, nº 31, 2008, p. 23 a 40.

OLIVEIRA, L. M. C. P. **Aprendizagem no empreendimento estudo do raciocínio proporcional.** Editora: Londrina, 2014.

SOARES, M.A. **Os números racionais e os registros de representação semiótica: análise dos planejamentos das séries finais do ensino fundamental.** Dissertação (Mestrado). Universidade do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul. Ijuí, 2007.