A MULTIPLIÇÃO AO LONGO DOS TEMPOS: O USO DO MATERIAL DOURADO COMO MEIO FACILITADOR DA COMPREENSÃO DO ALGORITMO

Carolina Freire Pinto[1]

Educação Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental

Resumo: O Ensino tradicional de Matemática, muitas vezes, aborda os algoritmos como uma série de regras que existem sem uma justificativa maior e os alunos, por sua vez, as decoram muitas vezes sem a compreensão do que estão fazendo, o que gera muitos obstáculos epistemológicos. O presente artigo tem como objetivo desmistificar a crença de que só existe uma única forma de efetuar a multiplicação com naturais e fazer uma reflexão sobre as propriedades existentes em cada algoritmo. Para isso, faremos um breve panorama histórico de métodos alternativos para efetuar a multiplicação, usados em diferentes civilizações, refletindo sobre as propriedades que tornam o produto correto. Para auxiliar a compreensão da multiplicação entre números naturais, faremos uma adaptação do método da Gelosia para o uso do material dourado, para que este seja um meio facilitador da aprendizagem. Acreditamos que o minicurso possa auxiliar a propagar essa refleção e a diminuir os obstáculos epistomológicos criados em torno do algoritmo da multiplicação.

Palavras Chaves: Números Naturais. Operações. Algoritmos. Material Dourado.

INTRODUÇÃO

Muitas pessoas possuem a visão da matemática como uma disciplina munida de regras a serem decoradas. Entretanto, a falta de compreensão das propriedades, utilizadas nos cálculos, pode gerar uma série de obstáculos epistemológicos, definido por Brousseau (1983) como qualquer obstáculo ligado a um saber mal adaptado, podendo este ser um meio de interpretar erros recorrentes cometidos pelos estudantes.

No intuito de fundamentar essa proposta, é preciso compreender quais são os obstáculos epistemológicos encontrados na multiplicação de números naturais.

Corroborando esse objetivo inicial, Brandt et al. (2011) analisaram os erros de alunos de 6º ano do Ensino Fundamental, no intuito de compreender qual seriam os obstáculos epistemológicos existentes na compreensão dos algoritmos das quatro operações com os números naturais.

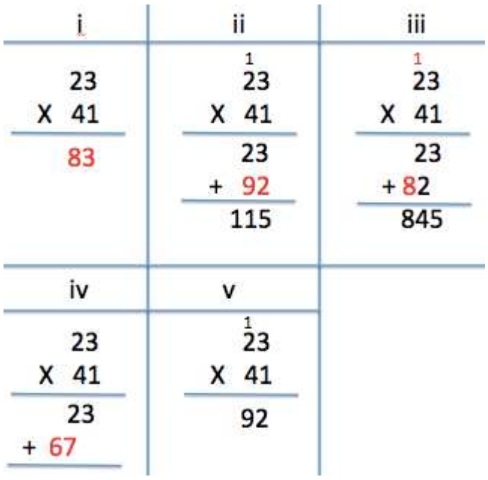
Na análise, foi possível observar que muitos dos erros cometidos pelos alunos indicam a falta de compreensão do algoritmo. Na multiplicação de dois algarismos, foi possível identificar erros como:

---

[1] Mestre em Ensino de Matemática. UFRJ. carol.freire.uff@gmail.com

i. A multiplicação da unidade pela unidade e da dezena pela dezena apenas.
ii. A multiplicação do algoritmo da dezena como se ele fosse unidade.
iii. A não consideração do algarismo da reserva na dezena.
iv. A confusão entre o uso do algoritmo da adição e o da multiplicação.
v. O início a multiplicação pela dezena, esquecendo de multiplicar as unidades.

Figura 1: Exemplos de erros.



Segundo D`Ambrósio (1997,2015), “contextualizar a matemática é essencial para todos” (D`AMBRÓSIO, 2015, p.76). Reforçando essa hipótese, faremos o uso da história da matemática para a apresentação dos diferentes métodos de multiplicação utilizados ao longo dos tempos.

Conforme Ball (1991) e Moreira (2004), na formação dos professores, nem sempre é dada a devida atenção a conceitos considerados como básicos. No intuito de auxiliar a preencher essa lacuna existente na formação dos professores e na tentativa de minimizar os obstáculos epistemológicos já listados, o minicurso tem como objetivos fazer:

- um breve panorama histórico de algoritmos da multiplicação utilizados por diferentes civilizações.
- uso do material dourado, adaptado ao método da Gelosia, como um meio facilitador para a compreensão do algoritmo da multiplicação.

UM PANORÂMA HISTÓRICO DOS ALGORITMOS DA MULTIPLICAÇÃO

Segundo Ripoll et al. (2015), os algoritmos não podem ser apresentados aos alunos como um conjunto de regras prontas e acabadas que devem apenas ser decoradas e reproduzidas.

É necessário que os professores compreendam a matemática existente nesses algoritmos, conhecendo os porquês e as propriedades ali presentes, admitindo que esse algoritmo não é único e acabado, que existem outros métodos de multiplicação.

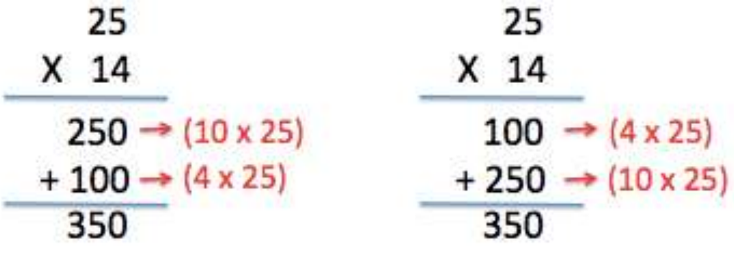
> Entendemos que o trabalho com outros algoritmos, utilizados no passado, valoriza a Matemática enquanto conhecimento social e permite ao aluno a comparação com aqueles que já conhece, seja identificando diferenças e semelhanças, seja percebendo as vantagens e desvantagens de cada um dos dispositivos de cálculo. Isto, com certeza, favorece uma melhor compreensão dos conteúdos, permitindo que, numa dada operação o aluno escolha o algoritmo que considere mais adequado, mais interessante e, enfim, aquele com que tenha mais afinidade. (OLIVEIRA, 2010, p.174)

Ratificando essa ideia, a história da matemática nos mostra que vários algoritmos da multiplicação foram desenvolvidos por diferentes civilizações. Sem a intenção de esgotar o assunto, nessa seção, apresentaremos alguns deles, com base em Oliveira(2010), Boyer(1996), Zonzini(2016) e Soldatelli(2016). Outros métodos tais como as varas de Napier e o método chinês podem ser encontrados nesta bibliografia.

Grécia Antiga

O algoritmo utilizado na Grécia Antiga é o que mais se assemelha com o que usamos atualmente. A única diferença é que o primeiro inicia a multiplicação pelo algarismo de maior valor absoluto e o segundo, com o de menor valor.

Figura 2: Comparativo entre o método grego e o que usamos atualmente.



Na imagem, a primeira conta se refere ao algoritmo usado pelos gregos na antiguidade, e a segunda, à forma como multiplicamos nos dias atuais. Observe que esse método faz o uso da propriedade distributiva, a partir da decomposição de um dos fatores:

$$25 \times 14 = 25 \times (10 + 4) = 25 \times 10 + 25 \times 4$$

Como, na adição, a ordem das parcelas não altera o total, fazer 25x10 + 25x4 é o mesmo que fazer 25x4 + 25x10. Portanto, é indiferente se começarmos a multiplicar pelo número de maior ou menor valor absoluto.

A escolha desse método como o primeiro a ser discutido no minicurso é proposital, fazendo emergir a quebra de paradigmas existentes, mostrando que não existe uma única forma de se efetuar essa operação. Sendo assim, partindo do conhecimento prévio que os professores já possuem sobre a multiplicação, discutiremos as propriedades envolvidas no nosso algoritmos e porquê ele é válido.

Método Egípcio

A palavra multiplicação é originada do latim "*multiplicatio*" que está relacionada ao ato de aumentar, tonar algo várias vezes maior. É a junção de "*multus*"- muitos – com "*plex*" – dobra.

O ato de efetuar sucessivas dobras é a regra principal do algoritmo utilizado pelos egípcios.

> A operação aritmética fundamental no Egito era a adição, e nossas operações de multiplicação e divisão eram efetuadas no tempo de Ahmes por sucessivas 'duplicações'. Nossa palavra de multiplicação na verdade sugere o processo egípcio. (BOYER, 1996, p.10)

O algoritmo egípcio consiste em efetuar sucessivas dobras com um dos valores; a escolha do de maior valor absoluto facilita os cálculos. A partir da escolha de um dos fatores, formamos uma tabela para efetuar os cálculos, colocando o número 1 na primeira coluna e um dos fatores escolhidos na segunda coluna. Em seguida, duplicamos os valores de cada linha da tabela em relação à anterior, até que o valor da primeira coluna seja maior ou igual ao outro fator, que não consta na tabela. Para finalizar, devemos verificar quais são os valores da primeira coluna que somados resultam no fator fora da tabela, efetuando a soma dos correspondentes desses números na outra coluna.

Para multiplicar, por exemplo, 17x51, escolhemos o maior fator para formar a tabela.

Figura 3: Primeiro passo: escolha de um dos fatores para formar a tabela.

1	51

Feito isso, faremos as sucessivas dobras até o número da coluna do 1 ser igual ou maior que 17.

Figura 4: Efetuamos todas as dobras até o número da coluna do 1 ser maior ou igual ao fator que não está na tabela.

1	51
2	102
4	204
8	408
16	816
32	1632

Observando os números da primeira coluna, podemos observar que 17 = 16 + 1. Portanto, para o resultado de 17 x 51 é a soma do correspondente do 16 e do 1, na tabela, ou seja 17 x 51 = 816 + 51 = 867.

Esse método é válido, pois todo número natural pode ser escrito como uma soma de potências de base 2, logo, 17 x 51 = $(2^0 + 2^4)$ x 17 = (1 + 16) x 17.

Método Russo

O método usado pelos russos era simular ao dos egípcios. Entretanto, além do uso de sucessivas dobras, utiliza a metade de números também.

Para efetuar a multiplicação por esse método, devemos escrever os dois fatores em uma tabela com duas colunas. Na primeira coluna faremos a sucessão de metades (quando a divisão não for exata, desconsideramos a parte fracionária e registramos somente a parte inteira), e na segunda, registraremos o dobro dos valores. Para saber o valor do produto, basta somar os correspondentes dos números ímpares da coluna da divisão.

Figura 5: Método russo.

17	**51**
8	102
4	204
2	408
1	816

A figura acima representa a multiplicação de 17x51. Na primeira coluna foram feitas as divisões por 2 e na segunda, as multiplicações por 2. Podemos ver na tabela, que na coluna da divisão, só temos o 1 e o 17 como ímpares, logo, o produto de 17 x 51 será a soma dos correspondentes de 1 e 17, ou seja, 816 + 51 = 867.

Podemos discutir a validade desse método com uma malha quadriculada e a ideia da multiplicação como o cálculo da área de uma figura retangular, como podemos ver em Zonzini (2016). Se eu reduzo a metade um dos lados do retângulo é preciso dobrar o outro lado para que o produto relativo à área seja o mesmo.

O USO DO MATERIAL DOURADO COMO UM MEIO FACILITADOR DA COMPREENSÃO DO ALGORITMO: UMA ADAPTAÇÃO DO MÉTODO DA GELOSIA

> A capacidade de realizar corretamente um algoritmo não implica, por si só, a compreensão adequada, sob o ponto de vista conceitual, da própria operação e, nem mesmo, a compreensão da legitimidade do funcionamento do algoritmo. (RIPOLL et al., 2015, p.82)

O professores que lecionam no Ensino Fundamental I, em regra, não são especialistas em Matemática. Nessa acepção, não é raro nos depararmos com docentes e discentes nesse segmento de ensino que não compreendam o porquê do funcionamento dos algoritmos, ou ainda, há os que admitam como verdadeiro apenas um caminho de solução, apenas um algoritmo como possibilidade de efetuar cálculos.

Há alguns anos, a maioria dos materiais didáticos apresentavam uma única forma de algoritmo de multiplicação – que é ainda o algoritmo mais ensinado – continuando em muitas escolas a ser o único a ser visto pelos alunos.

Figura 6: Algoritmo trabalhado nas salas de aula.

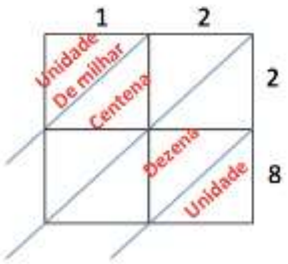
$$\begin{array}{r} \overset{1}{4}5 \\ \times\ 21 \\ \hline 45 \\ +90 \\ \hline 945 \end{array}$$

Em razão disso, apresentamos um método de multiplicação alternativo, uma adaptação do método da Gelosia com o uso do material dourado, no intuído de quantificar os algarismos, para que, dessa forma, o aluno possa visualizar as quantidades, evitando os obstáculos epistemológicos citados na introdução desse texto.

Esse é um método árabe. Acredita-se que foi criado na Índia e foi levado para a Europa, na Idade Média, com a expansão do comércio e das grandes navegações. O algoritmo, criado no intuito de facilitar os cálculos, recebe esse nome por lembrar as Gelosias, grades usadas pelos árabes nas janelas das casas com o intuito de proteger as mulheres.

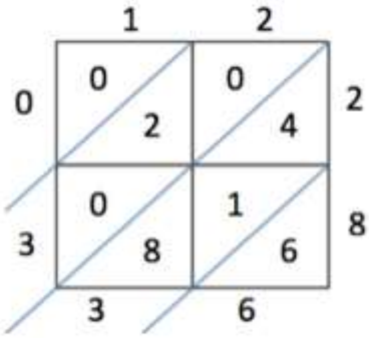
Consiste em uma técnica de multiplicação, valendo-se da decomposição dos números em quadrados, onde cada quadrado é dividido por uma diagonal para separar o produto em ordens como mostra a figura.

Figura 7: Organização dos números no método da Gelosia



Após essa organização fazemos os produtos de cada quadrado.

Figura 8: Multiplicação pelo método da Gelosia



Efetuando o produto de cada quadrado, basta somar as diagonais. Portanto, temos que 12 x 28 = 336.

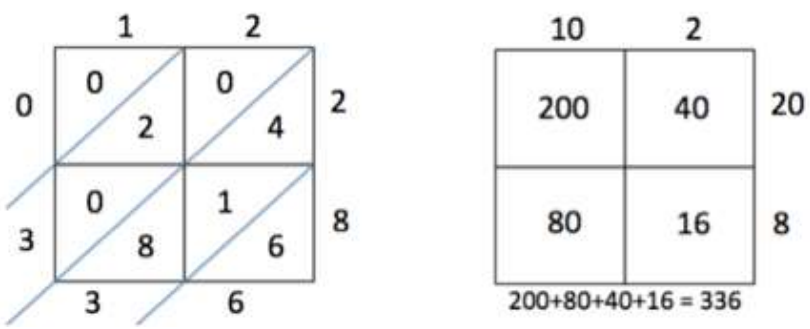
Alguns livros didáticos, atualmente, já possuem uma preocupação em abordar a compreensão do algoritmo da multiplicação, apresentando a multiplicação, pelo chamado “método da decomposição”.

Smole et al. (2016) apresentam, em seu livro didático, um algoritmo de multiplicação análogo ao método da Gelosia, valendo-se da decomposição dos fatores, como uma soma de parcelas com os valores relativos de cada algarismo.

Figura 9: Multiplicação por decomposição usando a estrutura da Gelosia (SMOLLE et al, 2016, p.203)

Observe que, a partir do momento que usamos o valor relativo do algarismos, não precisamos mais das diagonais dos quadrados do método da Gelosia.

Figura 10: Comparativo entre os métodos.

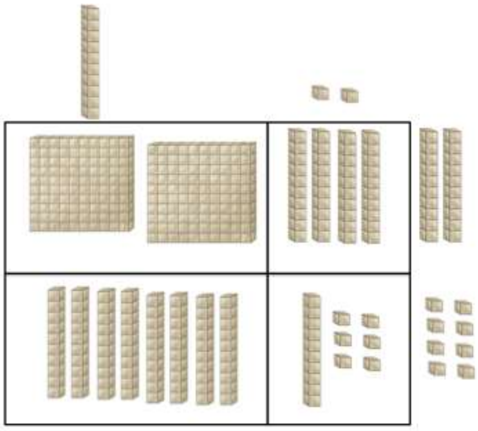


Podemos explicar a validade desse método usando a propriedade distributiva da multiplicação: 12 x 28 = (10 + 2)(20 + 8) = (10 + 2)x20 + (10 + 2)x8 = 10x20 + 2x20 + 10x8 + 2x8 = 200 + 40 + 80 + 16. Repare ainda que, como a ordem das parcelas não altera o total, operando com os valores relativos, podemos somar em qualquer ordem os produtos, o que não podemos fazer na Gelosia.

Comparando esses dois métodos, podemos deduzir que o método da comparação é uma derivação do método da Gelosia. No entanto, o fato de valer-se do valor relativo dos algarismos e não do valor absoluto, torna esse método visualmente mais simples.

Para trabalhar a multiplicação com uso do material dourado, iremos adaptar o método da Gelosia, valendo-se da decomposição dos números. O material dourado será usado como um meio facilitador para que o aluno possa visualizar a quantidade que cada algarismo representa. Os números serão substituídos pelo material dourado.

Figura 11: Uso do material dourado adaptando o método da Gelosia.



Após efetuar as multiplicações, basta somar os valores de cada quadrado, fazendo as devidas conversões: 12x28 = 200+40+80+16 = 336.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Assim como na resolução de problemas, existem vários meios de resolução do algoritmo da multiplicação. Esperamos, com esse minicurso, propagar essa reflexão, a partir do panorama histórico dos diferentes algoritmos usados nas diferentes civilizações.

Na apresentação da adaptação do método da Gelosia com o uso do material dourado, abordaremos a multiplicação com números de dois e de três algarismos.

A reflexão e a argumentação são habilidades que devemos desenvolver em nossos alunos e devem estar presentes no ensino e na aprendizagem de Matemática. Esperamos, com esse trabalho, contribuir nesse sentido.

BIBLIOGRAFIA

BALL, D.L. **Research on teaching mathematics: Making subject matter knowledge part of the equation.** In: BROPHY, J. (ed.): Advances in Research on Teaching. Greenwich. JAI Press, 1991. v.2, pp. 1-48.

BRANDT, C.F.; BASSOI, T. S.; DIONIZIO, F. Q. **As dificuldades dos alunos, do 6º ano do Ensino Fundamental, para a realização das operações fundamentais: adição, subtração, multiplicação e divisão com números naturais**. X Congresso Nacional de Educação – EDUCARE, 2011.

BROUSSEAU, G. **Les obstacles epistèmologiques et les problemes en mathematiques**. 1983. RDM, vol.4, nº2, pp. 165-198.

BOYER, C.B. **História da Matemática**, tradução: Elza F. Gomide. 2ª ed. São Paulo: Blücher, 1996.

D`AMBRÓSIO, U. **Educação Matemática: da Teoria à prática**. Campinas: Papirus, 1997.

D`AMBRÓSIO, U. **Etnomatemática: Elo entre as tradições e a modernidade**. 5ª ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2015.

MOREIRA, P.C. **O conhecimento matemático do professor: formação na licenciatura e prática docente na escola básica**. Tese de Doutorado, Programa de Educação, UFMG, 2004.

OLIVEIRA, G.S. **História da Matemática: algoritmos da multiplicação**. 2010. Ensino em Re-vista, 8 (1): 173-183, jul.99/jun.00.

RIPOLL, C.; RANGEL, L.; GIRALDO, V. **Livro do Professor de Matemática volume I: números naturais**. Rio de Janeiro: SBM, 2015.

SMOLE, K.; DINIZ, M. I.; MARIM, V. **Faça Matemática saber, 3º ano: parte 1 e 2**. 1ª ed. São Paulo: FTD, 2016.

SOLDATELLI, A. **Etnomatemática: a multiplicação ao redor do mundo**. In: Scientia cum Industria 4.4 (2017): 219-222.

ZONZINI, C.S.F. **Algoritmos de multiplicação: uma experiência no Ensino Fundamental**. Dissertação de Mestrado. Mestrado Profissional em Matemática, UnB, 2016.