# VII CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DA MATEMÁTICA



ULBRA - Canoas - Rio Grande do Sul - Brasil.

04, 05, 06 e 07 de outubro de 2017

Comunicação Científica

# ANÁLISE DE ERROS DE CALOUROS DA LICENCIATURA EM MATEMÁTICA EM ASSUNTOS PRÉ-CÁLCULO

Antonio Fabio do Nascimento Torres<sup>1</sup>
Luís Havelange Soares<sup>2</sup>

# Educação Matemática no Ensino Superior

Resumo: Apresenta-se um recorte de uma pesquisa de Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) que teve por objetivo analisar os erros cometidos por estudantes calouros da Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba (IFPB), Campus Campina Grande, em assuntos introdutórios ao Cálculo Diferencial e Integral. Na oportunidade, foi aplicado um questionário contendo questões abertas e a análise das respostas foi subsidiada pela análise de conteúdo, na perspectiva de Lorance Bardin. Observou-se que assuntos bases para o cálculo, como fatoração, divisão polinomial e representação gráfica, algébrica e tabular de funções não eram bem compreendidos por boa parte dos estudantes.

Palavras Chaves: Análise de Erros. Cálculo. Ensino.

# **INTRODUÇÃO**

Não é recente o interesse da Educação Matemática pelo nível superior de ensino. Porém, nos últimos anos tem havido um movimento mais consistente no sentido de investigar com mais profundidade o ensino e a aprendizagem neste nível. Os trabalhos de Cury e Bortoli (2011), Santos e Matos (2012), Filho *et al* (2012), Müller *et al* (2015) e Meneghetti *et al* (2016) são exemplos de pesquisas que discutem temas relacionados ao ensino de Matemática em cursos de graduação.

Pesquisas que problematizam o ensino da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I (CI) parecem ter despertado um interesse especial dos educadores matemáticos, como atestam Pagani e Allevato (2014), que mapearam teses e dissertações abordando a problemática do ensino de Cálculo. A razão por esse interesse talvez seja o alto índice de não-aprovação (aqui incluem-se abandonos, trancamentos e reprovação por insuficiência de notas) que essa disciplina apresenta, como concluem Pagani e Allevato (2014).

\_

¹Graduando. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba. afabio1985@vahoo.com.br

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Doutor. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba. havelan@gmail.com

Alvarenga et al (2016), apresentam dados de algumas instituições públicas e privadas da região Centro-oeste referentes a aprovação/reprovação na disciplina de CI. Observou-se que o índice de retenção de estudantes ficou entre 39% e 61,88%. Nessa mesma perspectiva, Garzella (2013), fez um levantamento de dados, do período entre 1997 e 2009, na Universidade Estadual de Campinas (Unicamp), na disciplina de CI, chegando a constatar índices de até 77,5% de não-aprovação nas turmas analisadas.

Os índices da não-aprovação no componente de CI, no IFPB, Campus Campina Grande, também são alarmantes. Através de uma solicitação junto à Coordenação de Controle Acadêmico do Campus, coletamos dados de aprovação e não-aprovação de estudantes da Licenciatura em Matemática nos períodos de 2015.2. e 2016.1 e verificamos 70,8% e 91,7% de não-aprovação, respectivamente.

Esses resultados sinalizam que a disciplina de CI merece uma atenção especial por parte de pesquisadores, professores, alunos e instituições de ensino, especialmente pelo fato de ser uma disciplina pré-requisito para outras e uma reprovação acaba por interferir no andamento do curso e no entendimento de outros conteúdos (SANTOS *et al*, 2012). Desta forma, torna-se fundamental questionar quais as dificuldades (ou obstáculos) que interferem na aprendizagem de CI.

As causas do insucesso dos estudantes na referida disciplina podem ter origens variadas. Algumas dos motivos, de acordo com Garzella(2013), são a ruptura da passagem da matemática ensinada no ensino básico para a praticada no ensino superior, a grande quantidade de conteúdos e a relação professor- aluno, por vezes pouco afetuosa.

Outras pesquisas remetem a deficiência dos alunos nos assuntos de matemática básica (àquela desenvolvida nos níveis fundamental e médio), que acaba por constituir obstáculo à compreensão de assuntos propriamente ditos do Cálculo, como mostraram Cury e Bortoli (2011), Meneghetti *et al* (2016) e Muller *et al* (2015). Tais estudos corroboram com a ideia de que muito do insucesso dos estudantes na disciplina de Cálculo provém de uma base frágil de matemática pré-universitária.

Diante dessa realidade, esta pesquisa esteve pautada na busca de respostas para duas perguntas centrais. A primeira foi identificar, a partir de uma análise de erros, quais assuntos ditos pré-cálculo os alunos calouros da Licenciatura em Matemática do IFPB, Campus Campina Grande, não dominam. A segunda foi

reconhecer quais estratégias didáticas podem ser utilizadas na tentativa de auxiliar os estudantes na superação de seus erros.

#### O ERRO NO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM

Tendo como base Spinillo *et al* (2014), partimos de um questionamento que se configura num excelente elemento para reflexão: "Errar é preciso?". Em termos de ensino, o erro por muito tempo foi tratado como um fracasso e passível de punição, conforme pontua Correia (2010).

No caso do ensino de Matemática, Alrø e Skovsmose (2010) descrevem a visão que muitos alunos têm de que o professor de matemática tem o propósito de apontar erros e corrigi-los. Nessa perspectiva, o erro assume caráter inflexível, absolutista, evidenciando que não há alternativas quando o professor se depara com o erro do aluno, a não ser a sua "correção" imediata, sem qualquer reflexão com o aluno sobre como o erro se constituiu.

Mas, a visão punitiva do erro parece estar em declínio, conforme situa Correia, quando afirma que "[a] cultura do erro enquanto fracasso, tem aos poucos, perdido espaço para a cultura que admite como elemento que, ao contrário do que se pensava, auxilia na construção do conhecimento" (CORREIA, 2010, p. 37).

Nesse sentido, abordagens construtivistas do erro estão auxiliando professores e alunos na busca pela boa aquisição de conhecimentos, indicando que o erro pode configurar-se numa ferramenta didática para o ensino.

Uma decorrência do princípio construtivista é o fato de o erro apresentar-se como uma oportunidade didática para o professor organizar melhor seu ensino a fim de criar situações apropriadas para o aluno superar seus erros e apropriar-se dos conhecimentos necessários à sua cidadania. (PINTO, 2000, p. 11)

Borasi (1985) descreve a passagem entre a observação do erro e seu efeito didático como um "trampolim para aprendizagem". Neste mesmo sentido, é possível encontrar em Cury (2013) o termo "aproveitamento didático do erro". Ela defende que a análise de erros pode configurar-se perfeitamente como metodologia de pesquisa e metodologia de ensino. Esta última, no sentido dado por Borasi, como um trampolim para a aprendizagem.

Desta forma, o erro não pode mais ser concebido como um fracasso do aluno, mas deve ser revisto e explorado dentro da sala de aula, de forma a promover uma evolução cognitiva do aluno.

#### **METODOLOGIA**

Esta pesquisa, pelas suas características, se insere numa abordagem qualitativa, uma vez que não tem como objetivo apenas quantificar os erros cometidos pelos alunos, mas sim, buscar uma interpretação para esses erros, contextualizando-os e dotando-os de significado. Esses aspectos estão consonantes com a caracterização feita por Borba e Araújo (2013, p. 25) para pesquisas de abordagem qualitativa, ao definirem como as pesquisas que "fornecem informações mais descritivas, que primam pelo significado dado às ações".

Moreira (2011) remete à pesquisa e ao pesquisador qualitativo em ensino, o termo 'pesquisa interpretativa' como sinônimo da abordagem aqui defendida.

A pesquisa interpretativa procura analisar criticamente cada significado em cada contexto. O pesquisador, nessa perspectiva, pergunta-se continuamente que significados têm as ações e os eventos de ensino, aprendizagem, avaliação e currículo para os indivíduos que deles participam. Indaga-se permanentemente sobre o que está acontecendo e como isso se compara cm o que está acontecendo em outros contextos (MOREIRA, 2011, p. 49).

Diante desses esclarecimentos, segue a descrição das características dessa pesquisa e os procedimentos metodológicos utilizados.

### Tipo de pesquisa

Este estudo caracteriza-se como um trabalho de abordagem qualitativa na modalidade de *estudo de caso* do tipo *pesquisa* – *ação*.

Creswell (2014) assim define o estudo de caso.

(...) [U]ma abordagem qualitativa na qual o investigador explora um sistema delimitado contemporâneo da vida real (um caso) ou múltiplos sistemas delimitados (casos) ao longo do tempo, por meio da coleta de dados detalha em profundidade envolvendo múltiplas fontes de informação (p. ex., observações entrevistas, material audiovisual e documentos e relatórios) e relata uma descrição do caso e temas do caso". (CRESWELL, 2014, p. 86).

Em nosso caso, o sistema delimitado que corresponde ao mencionado por Creswell (2014) foram os alunos calouros da Licenciatura em Matemática do IFPB, Campus Campina Grande, e seus conhecimentos em assuntos pré-cálculo.

Classificamos também como uma pesquisa – ação, pois, conforme alude Moreira (2011), este tipo de pesquisa encerra em uma mudança da realidade em estudo. Particularmente, nossa pesquisa não estava somente interessada em uma descrição dos erros cometidos pelos alunos, mas também, junto com eles, promover uma mudança da realidade observada.

## Local de estudo e participantes da pesquisa

Os trabalhos desenvolveram-se no Instituo Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba, Campus Campina Grande, e tiveram como colaboradores da pesquisa 21 alunos calouros do período 2016.2 da Licenciatura em Matemática e o professor da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I.

#### Instrumentos de coleta de dados

Os dados foram obtidos através de questionários do tipo aberto, aplicados junto ao professor e aos alunos, de naturezas distintas, que possibilitaram uma melhor compreensão do fenômeno estudado, e de observações em sala de aula que tiveram por objetivo, dentre outros, familiarizar o pesquisador com os participantes da pesquisa, e identificar prováveis fragilidades dos alunos nos assuntos ditos précálculo.

#### Análise e tratamento dos dados

Como tratamento dos dados, utilizamos a teoria de Análise de Conteúdo na perspectiva de Bardin (2016). Para esta autora, a análise de conteúdo compreende "um conjunto de instrumentos metodológicos cada vez mais sutis em constante aperfeiçoamento que se aplicam a "discursos" (conteúdos e continentes) extremamente diversificados" (BARDIN, 2016, p. 15).

## ANÁLISE DOS DADOS E DISCUSSÕES

Foram aplicados dois tipos de questionários: um para o professor da disciplina de CI, e outro para os discentes participantes da pesquisa.

Como para este recorte do trabalho estamos interessados mais na análise dos erros dos estudantes em suas produções textuais, as respostas dadas pelo professor aparecerão de maneira pontual nesse texto.

Para os alunos, o questionário aplicado se dividiu em duas etapas. A primeira, com o título de "Conhecendo o aluno", e a segunda de "A fala do aluno".

#### Conhecendo o aluno

Os dados revelaram que a maioria dos pesquisados é do sexo masculino (52%), solteiro (a) (81%), não tem filhos (76%), não trabalha ou tem outra ocupação (57%), tem até 25 anos de idade (71%) e a maioria respondeu afirmativamente que quer ser professor de matemática (71%).

Infelizmente, não podemos fazer um comparativo dos resultados acima descritos com outros do mesmo Instituto, em turmas anteriores do curso de Matemática, pela falta de pesquisas na instituição que tenham feito um perfil sóciodemográfico dos estudantes.

Porém, depreende-se dos dados que a turma de calouros é composta por jovens que estão, em sua maioria, dedicados exclusivamente ao curso e que pretendem seguir a profissão. Ou seja, não estão no curso apenas "por estar".

#### A fala do aluno

O estudo de questões que constituiu o *corpus* deste trabalho foi precedido por uma análise documental da ementa da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I, no âmbito do IFPB-CG, da análise do discurso do professor colaborador, chamado daqui em diante de P1, com sua opinião sobre os conteúdos que deveriam ser explorados, e uma exploração de livros de Cálculo além de questões de vestibulares.

Após uma pré-seleção de vinte e três questões, cinco destas foram escolhidas para compor a pesquisa, mas antes foram reformuladas com o objetivo de melhor atender as demandas da pesquisa.

Neste recorte da pesquisa vamos explorar os resultados obtidos apenas para uma das cinco questões contidas no questionário aplicado, devido ao trabalho ainda não estar completamente concluído. Mas, de forma alguma, o trabalho aqui apresentado restará prejudicado.

A questão selecionada, que é apresentada a seguir, foi originalmente extraída do livro de Leithold (1994), sofrendo adaptações e incrementos.

Figura 1 – Questão nº 01 aplicada junto aos discentes.

Considere a função h(x), definida por:  $h(x) = \frac{x}{x}$ 

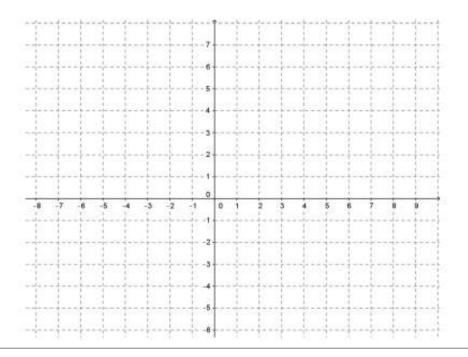
$$h(x) = \frac{x^2 - 9}{x - 3}$$

Sobre esta função, responda aos questionamentos que seguem:

- a) Existe valor de h, para x = 3?
- b) Esboce o gráfico de h(x)
- c) Qual o Dominio e qual a imagem de h(x)?

(Adaptada de LEITHOLD, p. 41).

(Se preferir use o plano cartesiano desenhado abaixo)



Fonte: Autoria própria.

A construção desta questão veio de encontro à fala de P1, quando questionado sobre que assuntos pré-cálculo os alunos têm mais dificuldade e que são essenciais para o estudo de CI. O docente respondeu elencando cada um deles, dentre os quais situa "operações com polinômios; fatoração de expressões algébricas; Definição e representação de funções; Domínio, contradomínio e conjunto imagem de uma função"

A questão proposta também está em sintonia com os objetivos da disciplina de CI obtidos a partir de sua ementa, em cujos objetivos específicos situa "Investigar domínio e imagem de funções elementares e esboçar seus gráficos".

A análise de Conteúdo aplicada para analisar a produção textual dos alunos seguiu os passos apresentados por Bardin (2016), que se compõem de três fases: pré-análise, exploração do material e tratamento dos resultados.

Na fase de pré-análise o material recebeu uma "leitura flutuante", que Cury (2013) interpreta como uma leitura inicial, que tem como objetivo fazer um juízo sobre quais respostas devem ser consideradas e quais devem ser descartadas.

Em nossa pesquisa descartamos apenas as respostas em branco, considerando todas as outras respostas apresentadas, mesmo as que não estavam completas.

Na questão 01, quatro colaboradores não responderam a letra (a), nove deixaram em branco a letra (b) e onze a letra (c).

Na segunda fase, composta pela exploração propriamente dita do material, foram feitas várias leituras das produções textuais, criando-se fichas de análise para cada participante, onde foram feitos os levantamentos dos erros cometidos. Em seguida, as fichas foram comparadas, buscando-se familiaridade de erros para fazer uma categorização dos mesmos.

Bardin (1979, p. 119) defende que a categorização "tem por primeiro objetivo fornecer, por condensação, uma representação simplificada dos dados brutos", e Cury(2013) argumenta que essa categorização deve ser feita seguindo critérios prévios estabelecidos pelo pesquisador, com base em suas convicções, ou mesmo durante a análise dos dados.

Preferimos, neste trabalho, adotar uma categorização própria, baseada a partir dos erros específicos cometidos pelos estudantes, pois consideramos que, dessa forma, a última fase da análise, descrita a seguir, ficaria melhor posicionada.

Por fim, na terceira fase, que é a de tratamento dos resultados, construímos a tabela de erros categorizada, apresentada a seguir, correspondendo aos tipos de erros encontrados, sua frequência bruta e relativa.

Tabela 1 – Levantamento de categorização dos erros para a questão 01

Caractorística	Frequência	Frequência
Caracteristica	absoluta	relativa
Inversão de conceitos de domínio e	04	16,0%
imagem.		
Crença de que a função h é		
contínua em x=3, a partir da	04	16,0%
representação gráfica feita.		
Crença de que 0/0 não é uma	03	12,0%
indeterminação.	03	
Erros de fatoração.	03	12,0%
Discretização do domínio da função.	03	12,0%
Conjecturar que a função h é igual a		
uma função linear para todo o seu	03	12,0%
domínio.		
Representar o gráfico da função h		
como se esta fosse uma função	02	8,0%
definida por partes.		
Esboço do gráfico de h como se	01	4,0%
fosse uma parábola.		
Representação gráfica que fere o	04	4,0%
conceito de função.	UI	
Entender o domínio como se fosse	04	4,0%
uma restrição aos valores de x.	UΊ	
	imagem. Crença de que a função h é contínua em x=3, a partir da representação gráfica feita. Crença de que 0/0 não é uma indeterminação. Erros de fatoração. Discretização do domínio da função. Conjecturar que a função h é igual a uma função linear para todo o seu domínio. Representar o gráfico da função h como se esta fosse uma função definida por partes. Esboço do gráfico de h como se fosse uma parábola. Representação gráfica que fere o conceito de função. Entender o domínio como se fosse	Inversão de conceitos de domínio e imagem.  Crença de que a função h é contínua em x=3, a partir da representação gráfica feita.  Crença de que 0/0 não é uma indeterminação. Erros de fatoração.  Discretização do domínio da função.  Conjecturar que a função h é igual a uma função linear para todo o seu domínio.  Representar o gráfico da função h como se esta fosse uma função h como se esta fosse uma função definida por partes. Esboço do gráfico de h como se fosse uma parábola.  Representação gráfica que fere o conceito de função.  Entender o domínio como se fosse

Fonte: Autoria própria.

A análise da tabela apresentada será de tal forma que sempre que necessitarmos nos referir à resposta de um aluno o faremos por meio de um código que não o exponha. Como tivemos 21 participantes, eles foram nomeados de A1 até o A21.

O erro do tipo (I) ocorreu por o aluno fazer representações equivocadas de elementos do domínio e da imagem. Como, por exemplo, no caso de A7 ao apresentar

a seguinte representação para o conjunto imagem de h:  $Im = \{y \in IR / 0 < x < 0\}$ . Ou, quando A11 determinou os pontos (4,6), (5,7) e (6,9), todos de maneira equivocada, e esboçou no gráfico os valores de x no eixo das ordenadas e os valores de y no eixo das abscissas.

Da literatura até aqui consultada não há registros de análises para este tipo de erro. O que podemos inferir, então, é que o aluno A7 pode ter simplesmente se equivocado na simbologia, enquanto A11 parece não ter assimilado corretamente a construção do plano cartesiano e sua utilização para representação de gráfico de funções.

No erro do tipo (II) ocorreu que alguns alunos responderam corretamente que a função h não estava definida para x=3, mas, ao passarem da representação algébrica para a representação gráfica acabaram por esboçar um gráfico de h em que h(3) existia.

Nota-se, claramente, que nestes casos os alunos não conseguiram guardar coerência entre as diferentes formas de representação de uma função.

Segundo Duval (2003), há uma pluralidade de registros de representação de um mesmo objeto matemático, e a capacidade de dominar essas diferentes formas de representação é condição para uma compreensão adequada desse objeto.

Um erro que nos chamou muita atenção foi o do tipo (V), em que os alunos discretizaram o domínio da função h. O equívoco seguiu o mesmo padrão descrito a seguir, da produção textual de A18 para responder sobre o domínio e imagem de h.

Quadro 1 – Reprodução da resposta de A18 para a letra (c) da questão 01.

Atribuir valores para x				
	X	У	-	
	-2	1	-	
	-1	2	-	
	0	3	-	
O domínio de $h(x)$ : Imagem $ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$				

Fonte: Autoria própria.

Pelo Quadro 1, percebe-se que o aluno elaborou a tradicional tabela de valores para x e y, para a construção do gráfico. Mas se equivocou ao acreditar que o domínio da função, e também sua imagem, se restringiria aos valores por ele obtidos nessa tabela.

Dessa forma, é oportuno questionar se esses alunos que cometeram o erro do tipo (V) têm a crença de que o domínio, e consequentemente a imagem, são somente os valores obtidos na tabela, ou se estão somente representando um subconjunto do domínio desta função, conscientemente.

Outra perspectiva de análise é que ao representarem por diagramas de Venn o conjunto domínio e o contradomínio (observem que A18 acredita que seja a imagem), os alunos que erraram essa questão não trabalharam com a hipótese de que números irracionais poderiam (e fazem parte) do domínio de h.

Cury (2013) argumenta que quando o aluno não observa o fenômeno de maneira continua, mas sim discreta, pode-se inferir que o mesmo não tem construído, cognitivamente, o conceito de número real, gerando equívocos como os observados na determinação do domínio de h.

No erro do tipo (VII), os alunos esboçaram o gráfico de h como se esta fosse uma função definida por várias sentenças. Esse fato é exposto através da Figura 2.

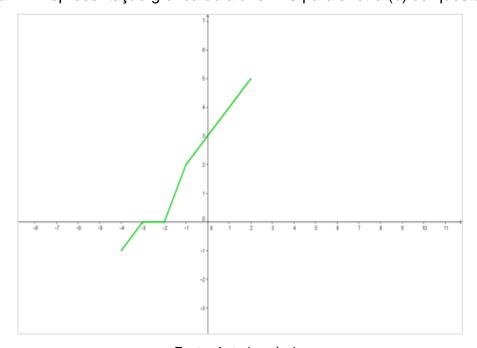


Figura 2 – Representação gráfica do aluno A19 para a letra (b) da guestão 01.

Fonte: Autoria própria.

O que ocorreu, neste caso, foi que o aluno errou na determinação de um dos cinco pontos que investigou. Logo em seguida, acreditou que o gráfico da função seria a união entre segmentos de reta determinado por esses pontos, o que é, infelizmente, um erro comum.

Nasser *et al* (2012) afirma que os estudantes acreditam que o gráfico de uma função é obtido tomando alguns pontos no plano cartesiano e unindo-os por segmentos de reta, desconsiderando, totalmente, a lei de formação da função.

O erro do tipo (VIII), no qual o aluno esboçou o gráfico de h com o aspecto de parte de uma parábola, é muito recorrente nesse tipo de questão, onde a presença de um polinômio de  $2^{\circ}$  grau já parece remeter nos alunos a uma função quadrática.

O aluno A2 utilizou-se o recurso da construção da tabela para quatro valores de x, determinando suas respectivas imagens. O fez de maneira correta, mas ao esboçar o gráfico, desconsiderou a escala nos eixos, e acabou apresentando um esboço de parte de uma parábola, como domínio x > 2.

# CONCLUSÃO

Depreende-se dos resultados obtidos que os assuntos considerados essenciais ao estudo do Cálculo não são dominados por boa parte dos alunos calouros da Licenciatura em Matemática, do período de 2016.2.

Os erros carregam consigo sempre concepções construídas ao longo da vida escolar do aluno, que ao chegar à universidade depara-se com rupturas das mais diversas no ensino e aprendizagem da Matemática.

A alta taxa de não-aprovação na disciplina de Cálculo, em boa parte, é devida a conhecimentos construídos de maneira equivocada no ensino básico.

Como vimos, conceitos explorados na pesquisa como domínio, imagem e esboço gráfico de função revelaram concepções equivocadas sobre esses entes matemáticos, o que, provavelmente, podem dificultar o sucesso desses alunos nas disciplinas de Cálculo.

Pretendemos dar continuidade com essa pesquisa, estudando estratégias didáticas que podem ser empregadas junto a esses alunos, afim de que consigam superar seus erros nos assuntos pré-cálculo.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALRØ, H. SKOVSMOSE, O. **Diálogo e aprendizagem em Educação Matemática**. Tradução de Orlando Figueiredo. 2ª ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2010. 160 p.
- ALVARENGA, K. B., DORR, R. C., VIEIRA, V. D. O ensino e a aprendizagem de cálculo diferencial e integral: características e interseções no centro-oeste brasileiro. Revista Brasileira de Ensino Superior, v.2. n.4.p. 46-57, out.-dez. 2016
- BARDIN, L. **Análise de Conteúdo**. Tradução de Luís Antero Reto, Augusto Pinheiro. São Paulo: Edições 70, 2016. 279 p.
- BARDIN, L. **Análise de Conteúdo**. Tradução de Luís Antero Reto, Augusto Pinheiro. São Paulo: Edições 70, 1979. 229 p.
- BORBA, M.C. ARAÚJO, J. L. (org.). **Pesquisa qualitativa em Educação Matemática**. 5ª ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2013. 144 p.
- BORASI, R. Using errors as springboards for the learning of mathematics; na introduction. Focus on Learning Problems in Mathematics. v.7, n. 3–4, p. 1-14, 1985.
- CORREIA, C. E. F. Matemática, análise de erros e formação continuada de professores polivalentes. São Paulo: Porto de idéias, 2010. 144 p.
- CRESWELL, J. W. Investigação qualitativa e projeto de pesquisa: escolhendo entre cinco abordagens. 3ª ed. Tradução de Sandra Mallmann da Rosa.Revisão técnica Dirceu da Silva. Porto Alegre: Penso, 2014. 341 p.
- DUVAL, R. **Aprendizagem em Matemática: Registros de representação semiótica**. 1ª ed. Cap. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. Campinas SP: Papirus, 2003. 160 p.
- CURY, H. N., BORTOLI, M. F. Pensamento algébrico e análise de erros: Algumas reflexões sobre dificuldades apresentadas por estudantes de cursos superiores. Revista de Educação, Ciências e Matemática. Rio de Janeiro RJ.v.1. n1. 2011.
- CURY, H.N. Análise de erro: o que podemos aprender com as respostas dos alunos. 2ª ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2013.116p.
- FILHO, A. D. P., KAIBER, C. T., LÉLIS, F.R.C. **Categorização e análise de erros no cálculo diferencial e integral**. In: XL Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia. Belém PA, 2012.
- GARZELLA, F. A. C. A disciplina de Cálculo I: Análise das relações entre as práticas pedagógicas do professor e seus impactos nos alunos. 2013. 257p. Tese de Doutorado Programa de Pós-graduação em Educação da Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP). Campinas SP. Data da defesa: 20 08 2013. Arquivo em pdf.

- LEITHOLD, L. **O cálculo com geometria analítica** volume 1 Tradução de Cyro de Carvalho Patarra. 3ª ed. São Paulo: HARBRA, 1994.
- MENEGHETTI, C. M. S., RODRIGUEZ, B. D. A., POFFFAL, C. A. **Gráfico de função polinomial: uma discussão sobre dificuldades de aprendizagem no Ensino Superior**. Revista Ciência e Natura. Santa Maria RS.v 39. n 1. P. 156-169, 2016
- MOREIRA, M. A. **Metodologia de pesquisa em ensino**. 1ª ed. São Paulo: Editora livraria da Física, 2011. 243 p.
- MÜLLER, T. J., LIMA, J. V., CURY, H. N. **Trabalhando com os erros de alunos de Cálculo Diferencial e Integral em fóruns do ambiente MOODLE**. Revista Novas Tecnologias na Educação. Porto Alegre RS. V.13.n.2. 2015.
- NASSER, L., SOUSA, G., TORRACA, M. **Transição do ensino médio para o superior: como minimizar as dificuldades em cálculo?** In: Atas do V Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática. Petrópoles RJ.
- PAGANI, E. M. L., ALLEVATO, N. S. G. Ensino e aprendizagem de cálculo diferencial e integral: um mapeamento de algumas teses e dissertações produzidas no brasil. Revista VIDYA. Santa Maria RS. v. 34, n. 2, p. 61-74, 2014.
- PINTO. N. B. O erro como estratégia didática: Estudo do erro no ensino da matemática elementar. 2ª ed. Campinas –SP:Papirus, 2000. 181 p.
- SANTOS, S. P., MATOS, M. G. O. **O ensino de Cálculo I no curso de Licenciatura em Matemática: Obstáculos na aprendizagem**. Revista Eventos Pedagógicos. Sinop MG. V. 3. N. 3 . p. 458-473. 2012.
- SPINILLO, A. G., PACHECO, A. B., GOMES, J. F., CAVALCANTI, L. O erro no processo de ensino-aprendizagem da matemática: Errar é preciso? Boletim GEPEM (online). n. 64. 2014.