



FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES E ESTUDOS SOBRE O SIGNIFICADO DE FRAÇÕES PARTE-TODO

Aparecida Ferreira Lopes¹

Dilza Coco²

Sandra Aparecida Fraga da Silva³

Formação de Professores que ensinam Matemática

Resumo: Este artigo analisa dados de pesquisa produzidos em ação de formação continuada com professores dos anos iniciais sobre diferentes significados de frações. Especificamente, esse texto apresenta dados parciais de pesquisa sobre o significado Parte-todo em uma abordagem dos conjuntos contínuo e discreto. Trata-se de pesquisa qualitativa de caráter colaborativo e intervencionista. As análises dos dados são tecidas à luz da perspectiva Histórico-Cultural, a partir de contribuições de Vigotski, Leontiev e Moura. Tais dados, produzidos a partir de um curso de extensão ofertado a vinte dois professores dos anos iniciais que ensinam matemática na rede pública do Espírito Santo, no segundo semestre de 2016, constituem o corpus da pesquisa. Como técnicas de registros dos dados foram utilizadas gravações de áudio e vídeo de sete encontros presenciais, fotografias, questionário e registros escritos produzidos pelos participantes. As análises pontuam que é importante pensar a formação numa perspectiva dialógica e coletiva, onde situações problemáticas articulam diferentes conhecimentos que podem ser abordados no significado de fração Parte-Todo. Essa articulação de conhecimentos pode favorecer a superação de ações de ensino do significado de fração Parte-Todo de forma restrita, como apresentado em materiais didáticos.

Palavras Chaves: Discreto e Contínuo. Frações. Significado Parte-todo. Anos Iniciais. Formação Docente.

INTRODUÇÃO

O trabalho docente nos anos iniciais do ensino fundamental apresenta complexidades, tendo em vista que demanda do professor o desenvolvimento de ações de ensino envolvendo conhecimentos de diferentes áreas. Quando focalizamos uma área específica como a matemática, notamos que essa complexidade pode ser ainda ampliada, pois exige do docente a abordagem de conhecimentos relacionados a números e operações, tratamento da informação, grandezas e medidas, bem como geometria. Esses aspectos e outros do contexto escolar oferecem desafios ao

¹Mestranda em Educação em Ciências e Matemática. Ifes; PMVV; PMV. cidalopeses@gmail.com

²Doutora em Educação. Ifes. dilzacoco@gmail.com

³Doutora em Educação. Ifes. sandrafraga7@gmail.com

trabalho pedagógico desenvolvido nos anos iniciais e conseqüentemente evidencia necessidades formativas para os professores.

Considerando esse universo de demandas e necessidades organizamos no ano de 2016 um curso de extensão intitulado (Re)descobrimos frações e seus significados, envolvendo vinte e dois professores que ensinam matemática na infância em classes da rede pública do Espírito Santo. A participação desses professores ocorreu por meio de seleção em edital público e foi sistematizada em sete encontros presenciais, estudos via plataforma *moodle* e relatos de experiências didáticas. Essa ação teve por objetivo criar espaço de discussão e estudos com professores sobre diferentes significados de frações (fração parte-todo, fração quociente, fração como número, fração como operador multiplicativo, fração como medida e fração com significado de razão) e suas implicações para o ensino.

A seleção dessa temática foi realizada em função de levantamentos anteriores, onde professores manifestaram o interesse em aprofundar conhecimentos desse conteúdo. Esse interesse pode ser relacionado a afirmações de Lopes (2008) quando diz que o ensino de frações requer dos professores um cuidado especial, pois se trata de um assunto que abrange diferentes significados e que não possuem definições predefinidas, podendo uma mesma situação problema possuir mais de um significado. Outro aspecto que pode justificar o interesse dos professores diz respeito às orientações dos documentos oficiais, dentre eles os Parâmetros Curriculares que indicam que o ensino de frações deve ser iniciado a partir do 4º ano do Ensino Fundamental, e também dá ênfase à importância de se abordar, com os estudantes, diferentes significados que as frações podem assumir, uma vez que compreender tais significados e representações auxilia na construção do conceito de números racionais, que é discutido nos anos finais do ensino fundamental.

Essa contextualização é importante para indicar que os dados da pesquisa são mais amplos, porém privilegiaremos nesse texto discussões e análises de dados relativos ao significado Parte-todo em uma abordagem dos conjuntos contínuo e discreto. Para isso organizamos o artigo em cinco partes, incluindo essa introdução. Na segunda sessão desenvolvemos discussões sobre o significado de fração Parte-todo e relações com os conjuntos (discreto e contínuo), em seguida apresentamos o percurso teórico e metodológico que fundamenta as ações de produção e análise dos dados. Na quarta sessão apresentamos extratos produzidos no curso de formação

continuada com algumas análises e reflexões desenvolvidas com os professores. Finalizamos o artigo com as considerações finais.

Significado de fração Parte-Todo e relações com conjuntos discretos e contínuos

Como pontuamos, os números racionais em sua representação fracionária assumem significações diferentes dependendo da situação problema, tais como: fração parte-todo, fração quociente, fração como número, fração como operador multiplicativo, fração como medida e fração com significado de razão. Encontramos na literatura classificações diferentes dependendo do autor. Nesse estudo tomamos como referência a classificação feita por Nunes (2003), porém acrescentamos o significado razão. Entendemos que situações de ensino que explorem esses diferentes significados podem oferecer maiores condições de aprendizagem para os estudantes, porém, em muitos materiais educativos notamos a predominância da abordagem do significado Parte-todo. A pesquisa de Silva (1997) indica essa recorrência, conforme observamos no quadro 1.

Quadro 1- *Abordagens dos significados de frações feitas em 5 coleções de livros didáticos adotados nos anos iniciais*

Livro	Série	I			II	III	IV	V
		SITUAÇÃO						
		1/2	1/3	1/4	Varição da Situação	Modelo		
1	2ª	Campo futebol	Bolo	Bolo	não	parte/todo	não	objeto
2	3ª	Melancia	Chocolate	Queijo	não	parte/todo	não	objeto
3	2ª	Bolo	Bolo	Bolo	não	parte/todo	não	objeto
4	2ª	Bolo	Bolo	Chocolate	não	parte/todo	não	objeto
5	2ª	Chocolate	Pão	Bolo	não	parte/todo	não	objeto
6	2ª	Bolo	Bolo	Bolo	não	parte/todo	não	objeto
7	3ª	Retângulo	Retângulo	*****	não	parte/todo	não	objeto

Fonte: Dissertação Silva(1997).

Os dados do quadro 1 mostram a recorrência de situações de ensino de frações sem muita variação. Desse modo indiciam fragilidades para o ensino, pois conforme Nunes (2003), em diálogo com as ideias de Kieren (1988), afirma que uma aprendizagem de fração obtém maior sucesso quando explora seus diferentes

significados sendo importante também, considerar os invariantes operatórios desse conceito.

Assim é importante atentar para a necessidade de variação das situações envolvendo a noção de Parte-Todo, para evitar que seja produzido um modelo estático. Também observamos no quadro 1 que em sua maioria as situações tratam de área (variável contínua), a partir da divisão de bolos, frutas, chocolates, e assim o aprendiz não tem oportunidade de analisar outra situação porque só muda o objeto em estudo. Além disso, não se trata de situações que são reais de fato. Ninguém ao dividir um bolo, por exemplo, vai medir o seu volume, ou peso para saber se as partes são iguais. Aliás, em muitas vezes não é explicitado que as partes que lhes são apresentadas são iguais. Isso pode levar a interpretações errôneas já que para o aluno, a ideia de inteiro só pode ser formada por partes iguais de mesma forma. Assim,

O aluno não é colocado em uma situação de problema de divisão, de distribuição ou de medição, segue o modelo parte/todo, que historicamente foi um dos que permitiu o surgimento das frações, mas não se refere ao “tamanho”(área) nem a forma dessas partes.(SILVA,1997 p.40)

Essas ponderações são importantes para pensarmos que o ensino de frações exige conhecimentos aprofundados do professor para que possa planejar situações problemas diversificadas que coloquem em evidencia os elementos pontuados por Silva (1997). Além disso, é importante considerar também conhecimentos das características dos conjuntos (contínuo e discreto)..

Compreender a diferença entre essas duas variáveis é de suma importância para entender o conceito de fração que poderá ser construído se contemplado um conjunto de situações, explorando seus diferentes significados, dentro de um contexto de quantidades contínuas e discretas. Entendemos que ao dividirmos quantidades infinitamente sem que elas percam as suas características, então estamos diante de quantidades contínuas. Por exemplo, ao distribuir 7 maçãs para 3 crianças, não encontraremos um resultado que representa um número inteiro, mas ainda assim a maçã pode ser dividida e ainda continuará sendo o mesmo fruto, com suas características. Nesse caso a fração é uma ferramenta que expressa o resultado dessa situação, isto é, cada criança receberá $2\frac{1}{3}$ de maçã. O que não ocorre quando dividimos infinitamente uma quantidade discreta.

As quantidades discretas se referem a um conjunto de objetos idênticos, que representa um único todo, cujo resultado da divisão deverá produzir subconjuntos com o mesmo número de unidades. Em uma situação em que precisamos dividir 7 bolinhas

entre 3 crianças, teremos como resultado 2 bolinhas para cada criança e sobará 1 bolinha. Se dividirmos seis carrinhos para 4 crianças, certamente todas ganharão um carrinho inteiro, restando dois para serem divididos e, se estamos tentando dividir igualmente, teríamos que fracionar o carrinho que perderia a sua função. Não teria a mesma utilidade do carrinho inteiro. Perderia as suas características de carrinho. Nessa situação, as frações não auxiliam na resolução desse problema. Podemos imaginar que algumas dessas situações poderiam ser resolvidas de outra maneira se fossem resolvidas por crianças, elas poderiam sugerir um sorteio para ver quem ficaria com àqueles que sobraram ou, algumas abririam mão deixando o colega ficar com mais que ele ou fariam barganhas. Essas e outras ponderações evidenciam complexidades que precisam ser consideradas no planejamento das situações de ensino de frações.

Caminho teórico metodológico trilhado na pesquisa: aproximações com pressupostos da abordagem Histórico-Cultural

A formação de professores constitui campo de estudos amplo e pode ser abordado a partir de diferentes linhas teóricas e metodológicas. Desse modo, cabe situar que os dados que apresentamos nesse artigo tem origem em pesquisa de mestrado vinculada à vertente da formação continuada na perspectiva dos estudos qualitativos (BOGDAN e BLIKEN, 1994) de natureza colaborativa do tipo intervenção (IBIAPINA (2008), DAMIANI (2012), FREITAS (2010)). Essas referências metodológicas valorizam as interações discursivas (textos orais e escritos) produzidas pelos sujeitos, sendo os enunciados de grande valor para a compreensão do fenômeno da apropriação de conhecimentos discutidos em ações formativas que podem contribuir para o ensino. O registro desses enunciados requerem diferentes recursos, que em nosso estudo foram utilizados equipamentos de áudio e vídeo para registrar os dados orais, fotografias dos encontros com os professores, além de textos escritos e questionários.

A ação de extensão que realizamos pode ser categorizada como curso de aperfeiçoamento e integra um conjunto de outras ações formativas desenvolvidas por um grupo de pesquisa em educação matemática do Espírito Santo. Essa ação foi realizada no período entre 12 de setembro a 21 de novembro, com sete encontros

presenciais realizados quinzenalmente, às segundas feiras, de 18 às 22h, no contexto de um campus do Instituto Federal. Além dos encontros presenciais, os professores cursistas também realizaram estudos e leituras a partir de proposições sistematizadas em ambiente virtual de aprendizagem (AVA-Moodle), bem como desenvolveram situações didáticas de ensino de frações com crianças para compor relato de experiência, perfazendo uma carga horária de 80 horas.

O conjunto de dados produzidos no curso estão em fase de análises, sendo estas alinhadas a pressupostos da Teoria Histórico-Cultural, em especial a partir de contribuições de Vigotski (2010), Leontiev (1978) e Moura (2010). Entendemos com esses autores que a motivação para os professores realizarem a adesão ao curso de extensão, em período fora do horário de trabalho, e de forma voluntária e colaborativa, pode ser explicada pela necessidade dos mesmos em buscarem melhores fundamentos para promover um ensino qualificado e socializar os bens culturais produzidos pela humanidade em suas formas mais elaboradas.

Essa preocupação dos professores cursistas colocam em evidência o conceito de atividade, desenvolvido por Leontiev (1978). Para esse autor, o homem age sobre o mundo, sobre os outros e sobre si mesmo. Esse agir é guiado por necessidades em resolver algum problema e assim interage com a natureza, com os instrumentos e com os outros homens na busca de soluções mais satisfatórias para os problemas que lhe afetam. Tais considerações são apropriadas por Moura (2010) no sentido de entender a atividade principal do professor. Segundo o autor,

A educação como atividade no faz refletir também sobre as atividades de ensino desenvolvidas no processo pedagógico. O objeto da atividade pedagógica é a transformação dos indivíduos no processo de apropriação dos conhecimentos e saberes; por meio dessa atividade – teórica e prática, é que se materializa a necessidade humana de se apropriar dos bens culturais como forma de constituição humana. Essa concepção de educação coloca um desafio para os profissionais envolvidos no processo de escolarização. Entre eles, destacamos o professor que, como ‘ator’ no cenário educativo, tem como função primordial, ligada, diretamente à atividade dos estudantes, a organização do ensino. Em outras palavras, cabe ao professor organizar o ensino, tendo em vista que os conhecimentos elaborados historicamente pela humanidade possam ser apropriados pelos indivíduos” (MOURA, 2010, p. 24-25).

Esse modo de compreensão evidencia a atividade principal do professor que é o trabalho de ensinar, ou seja, a atividade pedagógica. Contudo esta não está isolada, mas em estreita relação com o aluno e seu processo de aprendizagem. Essa atividade

de mediação mobiliza os professores a buscarem conhecimentos considerando a necessidade de aprender para ensinar melhor. Desse modo, a atividade de estudo articula uma unidade no processo pedagógico, pois o professor estuda para ensinar e o aluno estuda para aprender. Nesse processo ocorrem mudanças mútuas, pois tanto professores e alunos se alteram nessa dinâmica de interação e atividades de estudos e de apropriação dos bens culturais.

Considerando essas proposições teóricas olhamos os dados produzidos no curso de extensão numa dinâmica dialógica, onde conceitos como mediação, trabalho, conhecimentos estão em estreita relação. Esses conceitos tomados em perspectiva da formação pela coletividade realçam a proposta dos encontros presenciais como estratégia importante de diálogo e interação entre os sujeitos participantes.

Apresentação e Discussão de Resultados

A exposição e discussão dos dados da pesquisa toma como princípio a noção de episódio a partir de Moura (2000, p. 59) quando define que “são ações reveladoras do processo de formação dos sujeitos”. Identificar esses episódios pode favorecer o entendimento e apropriações do significado Parte-Todo abordado no curso de extensão.

No terceiro encontro com os professores foram apresentadas situações problemas envolvendo frações e o significado Parte-todo. Os professores analisaram as situações propostas, em duplas e coletivamente, e desenvolveram várias discussões e registros. Oferecemos para cada dupla de professores quantidades aleatórias de tampinhas de refrigerantes e, uma folha com questões para responderem. Vejam às questões propostas:

Vamos manipular tampinhas de garrafas!

Cada grupo recebeu uma quantidade de tampinhas de garrafa. Siga as instruções e registre suas conclusões.

- a) Quantas tampinhas seu grupo recebeu?*
- b) Divida a quantidade de tampinhas em duas partes. Quantas tampinhas você encontrou em cada parte?*
- c) Divida a quantidade de tampinhas em três, quatro e cinco partes. Quantas tampinhas vocês encontraram em cada parte?*

A alternativa **a** não causou nenhuma polêmica ou discussão entre os participantes, porque precisaram apenas de contar o material recebido. Já a alternativa **b** gerou muitas reflexões. Vamos relatar inicialmente como exemplo de discussão, uma dupla que estava com um número ímpar de tampinhas. Essa é uma parte do diálogo que foi transcrito de uma filmagem.

— *Dividir como?*
A outra respondeu meio que não acreditando na pergunta feita pela colega.
— *Uai, como! Em duas partes iguais.*
— *Não. Não está escrito que é para dividir em partes iguais!*

Assim elas chamaram a formadora para perguntar como deveriam fazer essa divisão em partes. A formadora mediando as interações levou-as a entender que dividir em duas partes significava mais de uma solução. E complementou o enunciado da questão dizendo que era para dividir em partes iguais. Essas problematizações indicam a necessidade para a elaboração dos enunciados das situações didáticas. Aqui o objetivo era que elas dividissem em partes iguais então, isso deveria ter ficado claro no enunciado.

E quando se depararam que não seria possível dividir em duas partes iguais aquele total de tampinhas, se puseram a perguntar e a conjecturar.

“Vamos repartir as tampinhas ao meio já que tem que ser em partes iguais”.

E as formadoras do curso sempre faziam outras perguntas para que elas se aproximassem da intenção inicial da proposta. Discutir o discreto e o contínuo.

— *Se serrássemos as tampinhas elas teriam as mesmas características e funções como antes de serem decepadas?*
— *Não*
— *E se conseguíssemos dividir de forma igual para a dupla sem precisar de cortar as tampinhas, elas continuariam tendo o mesmo valor, o mesmo uso?*
— *Sim*

E continuamos acompanhando as resoluções ouvindo vários comentários entre os cursistas a respeito de descobertas que iam fazendo e se surpreendendo. A cada divisão muitos comentários, pois hora era possível a divisão em partes iguais, outras não.

Ao abrirmos para reflexão com todo o grupo de cursistas, tentamos mostrar que o nosso trabalho, tinha dois tipos de problemas:

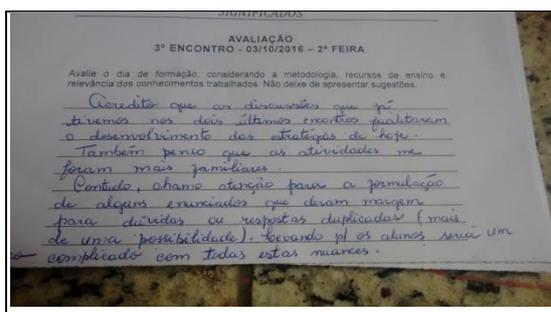
- Os que podiam ser resolvidos com números naturais e,
- Os que só poderiam ser resolvidos com os números fracionários.

Mostramos que determinado conjunto de objetos, dependendo de suas características, poderia ser limitado à distribuição dos elementos, sendo assim as *quantidades discretas*. Que em quantidades discretas para ser feito a divisão em partes iguais, a quantidade das partes deve sempre ser um número múltiplo da quantidade de objetos. Nesse tipo de conjunto, não faz sentido distribuir igualmente a quantidade, sendo que para isso fosse necessário descaracterizar o objeto.

Em contraposição a essa ideia exploramos materiais que poderiam ser pensados em quantidades contínuas sem perder a sua natureza. Tais materiais representavam possibilidades de quantificação em termos de medida (metro, gramas, volume, área, entre outros) e que poderiam ser distribuídos sempre sem perderem as suas características. Foi importante lembrar que não era a forma que estava em realce e sim a medida considerada como elemento principal. E essa é uma análise quase sempre esquecida nesse significado Parte-Todo.

Ao final das discussões do encontro formativo, solicitamos aos professores que registrassem observações e impressões do dia de estudo. Uma das professoras nos ofereceu o seguinte registro:

Quadro 2: Registro de uma cursista



— Acredito que as discussões que já tivemos nos dois últimos encontros facilitaram o desenvolvimento das estratégias de hoje. Também penso que as atividades me foram mais familiares(comprovando que falar do significado parte-todo é prática dessa professora). *Contudo, chamo atenção para a formulação de alguns enunciados que deram margem para dúvidas ou respostas duplicadas (mais de uma possibilidade). Levando para os alunos seria um pouco complicado com todas essas nuances.*

Fonte: Arquivo da Pesquisa

Esses enunciados pontuam reflexões que podemos relacionar as proposições teóricas que situamos anteriormente. Os professores ao buscarem situações de estudo estão preocupados com as atividades de ensino e com as aprendizagens de seus alunos. A professora indicar a necessidade de enunciados claros mostra atenção com o processo de aprendizagem, especialmente quando diz que se fosse levar para os alunos essa atividade desenvolvida no curso teria alguns desafios a serem

ajustados. Esses elementos pontuados nas ações de estudo dos professores indiciam movimentos formativos importantes para pensar intencionalmente o ensino.

Conclusões

Os dados da pesquisa mostram que a formação de professores pensada numa lógica colaborativa, interativa, dialógica, tendo como eixo principal de discussões necessidades oriundas da atividade principal do professor, o ensino, demanda uma organização que possibilite aos professores dialogarem sobre as especificidades dos conhecimentos matemáticos. Nesse sentido, é importante contemplar situações de estudo que gerem debates e reflexões sobre os conhecimentos, como a articulação do significado de fração Parte-Todo com conhecimentos dos conjuntos discreto e contínuo, bem como com diferentes noções de medidas que podem ser envolvidas nesse significado. Assim, proposta de formação dessa natureza pode contribuir para a superação restrita da abordagem do significado Parte-Todo que geralmente são apresentados em materiais didáticos, bem como colocar o professor no lugar de protagonista no processo de planejamento intencional do trabalho pedagógico.

Referências

- BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. Porto, Portugal: Porto Editora, 1994.
- DAMIANI, Magda Floriana. Sobre pesquisas do tipo intervenção. **Anais XVI ENDIPE – Encontro Nacional de Didática e Práticas de Ensino – UNICAMP**. Campinas, p. 1-8, 2012.
- FREITAS, M. T. de A. Discutindo sentidos da palavra intervenção na pesquisa de abordagem histórico-cultural. In: FREITAS, M. T. de A.; RAMOS, B. S. (org.). **Fazer pesquisa na abordagem Histórico-Cultural: metodologias em construção**. Juiz de Fora, MG: Editora UFJF, 2010.
- IBIAPINA, I. M. L. de M. **Pesquisa colaborativa**: investigação, formação e produção de conhecimentos. Brasília: Liber Livro, 2008.
- KIEREN, T. E. “*Personal Knowledge of Rational Numbers: Its Intuitive and Formal Development*”, **Em “ Number Concepts and Operations in the Middle Grades, J. Hiebet & M. Behr(eds.)**, pp 162- 181,1988.

LEONTIEV, A. N. O desenvolvimento do psiquismo. São Paulo: Editora Moraes Ltda, 1978.

LOPES, A. J. **O que nossos alunos podem estar deixando de aprender sobre frações, quando tentamos lhes ensinar frações.** *Bolema*. Ano 21, n. 31, p. 1-22, Rio Claro-SP, 2008.

MOURA, M. O. **O educador matemático na coletividade de formação:** uma experiência com a escola pública. Tese de livre-docência. Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, 2000.

_____, M. O. (org.). A atividade pedagógica na teoria Histórico-Cultural. Brasília: Liber Livro, 2010.

NUNES, T.; BRYANT, P. **Crianças fazendo matemática.** Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

_____.; BRYANT, P., PRETZLIK, U. & HURRY, J. **The effect of situations on children's understanding of fractions.** Trabalho apresentado à British Society for Research on the Learning of Mathematics, Oxford, June, 2003.

SILVA, M. J. F. Sobre a introdução do conceito de número fracionário. São Paulo – SP: PUC – SP, 1997. Dissertação de Mestrado.

VIGOSTSKI, L. S. **Psicologia Pedagógica.** São Paulo: Editora WMF Martins Fontes, 2010.